



Centro de Investigación Científica de Yucatán, A.C.
Posgrado en Materiales Poliméricos

**Análisis numérico del comportamiento viscoelástico de
un material compuesto monofilamento a base de fibras
de carbono modificadas con nanotubos de carbono y
resina epóxica**

Tesis que presenta

M.I. AARÓN RIVAS MENCHI

En opción al título de

DOCTOR EN CIENCIAS EN MATERIALES POLIMÉRICOS

Mérida, Yucatán, México

DICIEMBRE 2019

CENTRO DE INVESTIGACIÓN CIENTÍFICA DE YUCATÁN, A. C.
POSGRADO EN CIENCIAS MATERIALES POLIMÉRICOS



RECONOCIMIENTO

Por medio de la presente, hago constar que el trabajo de tesis de **Aarón Rivas Menchi** titulado “**Análisis Numérico Del Comportamiento Viscoelástico De Un Material Compuesto Monofilamento A Base De Fibras De Carbono Modificadas Con Nanotubos De Carbono Y Resina Epóxica**” fue realizado en la Unidad de Materiales del Centro de Investigación Científica de Yucatán, A.C. bajo la dirección del Dr. Pedro Jesús Herrera Franco y del Dr. Narciso Antonio Acuña González, perteneciente al Programa de Posgrado en Materiales Poliméricos de este Centro.

Atentamente.

Dra. Cecilia Hernández Zepeda
Directora de Docencia

Mérida, Yucatán, México, a 29 de noviembre de 2019

Dedicado a la memoria de mi padre Mario Alberto (+)
quien con su confianza, ingenio y ocurrencias;
influyó en mí, el “secreto” de las matemáticas.

AGRADECIMIENTOS

Agradezco al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT) por la beca otorgada con número (CVU/Becario): 474150/276020.

Agradezco a mi asesor el Dr. Pedro Jesús Herrera Franco y co-asesor Dr. Narciso Antonio Acuña González por sus invaluable apoyos académicos, profesional y personal, durante mi estancia en el Centro de Investigación Científica de Yucatán (CICY).

De igual forma agradezco al Dr. Alex Valadez González y al Dr. Emilio Pérez Pacheco por sus grandes aportes y discusiones en el desarrollo de este trabajo doctoral.

Un agradecimiento al Dr. Emmanuel Alejandro Flores Johnson y al Dr. Hugo Iván Medellín Castillo por sus aportes y comentarios que enriquecieron el producto de este trabajo de investigación. También, agradezco al Dr. Francis Avilés Cetina por facilitar el uso del equipo DIC y una “Workstation”.

Un sincero agradecimiento a los técnicos de laboratorios del CICY: Javier Cauich Cupul, Alejandro May Pat y Hugo Joel Carrillo Escalante; por sus apoyos y ayudas técnicas en la realización de los experimentos de caracterización. También a mis compañeros Abad y David por su compañía y consejos durante el trabajo de laboratorio.

Finalmente, agradezco enormemente a mi familia, Karla, Nora y Aurora, quienes fueron el motor y la inspiración durante la elaboración de este trabajo y a mis padres por su siempre apoyo incansable.

Contenido

AGRADECIMIENTOS.....	I
LISTA DE TABLAS	IV
LISTA DE FIGURAS	V
RESUMEN.....	VIII
ABSTRACT	IX
INTRODUCCIÓN.....	1
CAPÍTULO 1 ANTECEDENTES	3
1.1 Región interfacial y su papel en la transferencia de cargas	3
1.2 Viscoelasticidad	6
1.3 Modelos numéricos en viscoelasticidad	7
1.4 Matrices poliméricas reforzadas con nanotubos de carbono	8
1.5 Modelado de un material compuesto jerárquico y viscoelástico	11
1.6 Originalidad de la presente investigación	17
HIPÓTESIS	20
OBJETIVOS.....	20
CAPÍTULO 2 MATERIALES Y CARACTERIZACIÓN	21
2.1 Materiales.....	21
2.2 Caracterización mecánica	21
2.2.1 Relación de Poisson mediante DIC	21
2.3 Caracterización viscoelástica.....	24
2.3.1 Ensayos de relajación	25
2.3.2 Comportamiento viscoelástico en modelos numéricos	30
2.4 Propiedades mecánicas	33
CAPÍTULO 3 ANÁLISIS MICROMECAÍNICO Y NUMÉRICO	35
3.1 Distribución de esfuerzos en un fragmento de fibra	35
3.2 Método micromecánico de Mori-Tanaka	38
3.2.1 Obtención de las ecuaciones constitutivas para un material ortotrópico.....	39
3.2.2 Método Mori-Tanaka para inclusiones alineadas unidireccionalmente	42
3.2.3 Método Mori-Tanaka para inclusiones alineadas aleatoriamente	45
3.3 Modelo de Elemento Finito	48
3.3.1 Análisis de convergencia	52
3.3.2 Validación del modelo axisimétrico de tres fases	54

3.3.3	Validación MEF-teórico-experimental del ensayo de relajación	55
CAPÍTULO 4 RESULTADOS Y DISCUSIÓN		59
4.1	Análisis viscoelástico.....	59
4.1.1	Distribución de esfuerzos	60
4.1.2	Análisis paramétrico	63
4.1.3	Validación de la longitud inefectiva.....	75
4.2	Propiedades efectivas en el régimen elástico.....	76
4.3	Propiedades efectivas en el régimen viscoelástico	80
4.4	Análisis viscoelástico anisotrópico.....	83
4.4.1	Resultados con una relajación simple y el efecto de la fracción de volumen	84
4.4.2	Resultados con diferentes configuraciones de carga	88
CONCLUSIONES.....		93
REFERENCIAS		97
ANEXO A		103

LISTA DE TABLAS

Tabla 1. Resumen de los diferentes modelos MEF relacionados y reportados en la literatura.	17
Tabla 2. Parámetros de la series de Prony de la interfase con $G_0=1.45$ GPa y $\alpha_\infty=1.34e-3$ a 25°C . 31	31
Tabla 3. Parámetros de la series de Prony de la matriz con $G_0=1.19$ GPa y $\alpha_\infty=1.29e-3$ a 25°C	32
Tabla 4. Propiedades mecánicas de las diferentes fases, algunas propiedades fueron tomadas de la literatura.....	34
Tabla 5. Propiedades de los Nanotubos de Carbono recolectado en [61].	41
Tabla 6. Propiedades elásticas de la interfase utilizadas para el modelo numérico final.	80
Tabla 7. Configuración de los pasos de carga necesarios para alcanzar la deformación máxima $\delta_{\gamma,max}= 8 \mu\text{m}$	89

LISTA DE FIGURAS

Figura 1. Esfuerzo radial promedio en la interface Fibra-Matriz [40].	10
Figura 2. Esfuerzo máximo principal en la distancia más corta entre las dos fibras [40].	11
Figura 3. Modelo de estudio de Ray et al. [41].	12
Figura 4. Modelo de estudio de Kundalwal y Ray [42].	13
Figura 5. Modelo de estudio de Kundalwal y Ray [43]. En el esquema Vistas de sección transversal con los NTCs ondulados en: a) el plano 2-3 y b) plano 1-3.	14
Figura 6. Modelo de viscoelasticidad de Burgers [45].	15
Figura 7. En a) montaje de la muestra y en b) el mapa de contorno obtenido con el DIC. Las deformaciones aún no se calibraban.	22
Figura 8. Cálculo de la razón de Poisson de la resina con 14.5 p/p de mPDA.	23
Figura 9. Cálculo de la razón de Poisson de la resina con 7.25 p/p de mPDA.	24
Figura 10. En a) el Reómetro modelo TA Instruments AR-2000 y en b) un ejemplo de muestra utilizado para las pruebas de relajación.	26
Figura 11. Dimensiones de las muestras del ensayo de relajación requeridas por el reómetro AR-2000.	27
Figura 12. Curvas de relajación a distintas temperaturas del epoxi con 7.25 de p/p de mPDA.	27
Figura 13. Curvas de relajación a distintas temperaturas del epoxi con 14.5 de p/p de mPDA.	28
Figura 14. Curva maestra con la temperatura de referencia a 25°C del epoxi con 7.25 de mPDA.	29
Figura 15. Curva maestra con la temperatura de referencia a 25°C del epoxi con 14.5 de mPDA.	30
Figura 16. Curvas maestras por medio series de Prony de la interfase (7.25 p/p mPDA) y de la matriz (14.5 p/p mPDA) a 25°C.	33
Figura 17. Simplificación del modelo de un fragmento de fibra realizado por Ho y Drzal [15]. Figura sin escala con unidades en micras.	36
Figura 18. Distribución de esfuerzos típica en una fibra e interface. La línea sólida indica el esfuerzo axial en la fibra y la discontinua el esfuerzo cortante en la interface [21]. L_F indica la longitud de la fibra.	36
Figura 19. Esquema del esfuerzo radial promedio sobre la fibra que se discutirá en el análisis paramétrico.	38
Figura 20. Sistema de coordenadas globales aplicado al modelo monofilamento por Hernández-Ramírez [50].	40
Figura 21. Nanocompuesto con inclusiones de NTCs (izquierda) y un material nanocompuesto efectivo por medio de Mori-Tanaka (derecha) [62].	43
Figura 22. Diagrama de flujo para obtener los tensores de Mori-Tanaka con operaciones matriciales donde a_1 , a_2 y a_3 son parámetros geométricos para dimensionar la inclusión en el tensor de Elsheby.	45
Figura 23. Orientación relativa de los nanotubos con respecto al sistema ortogonal del modelo numérico.	46
Figura 24. Modelo monofilamento MEF: a) esquemático, b) en ANSYS 2D, c) vista expandida en 3D.	49
Figura 25. Dirección del refinamiento acelerado del mallado.	51

Figura 26. Mallado refinado y mapeado (rectangular).....	51
Figura 27. Esfuerzo axial en la fibra de carbono con diferentes métodos de mallado. La z indica una distancia a lo largo de la longitud de la fibra y d es el diámetro de la fibra.	52
Figura 28. Esfuerzo cortante en la interface FC-interfase con diferentes métodos de mallado. La z indica una distancia a lo largo de la longitud de la fibra y d es el diámetro de la fibra.....	53
Figura 29. Esfuerzo cortante en la interface interfase-matriz con diferentes métodos de mallado. La z indica una distancia a lo largo de la longitud de la fibra y d es el diámetro de la fibra.	53
Figura 30. Comparativa de resultados obtenidos con resultados reportados en la literatura [7]. La z indica una distancia a lo largo de la longitud de la fibra y d es el diámetro de la fibra.....	55
Figura 31. En a) Coeficientes de Prony para cada tiempo de relajación y en b) Comparativa entre los datos experimentales y su curva ajustada con la serie de Prony de la resina 14.5 p/p.	56
Figura 32. En a) Coeficientes de Prony para cada tiempo de relajación y en b) Comparativa entre los datos experimentales y su curva ajustada con la serie de Prony de la resina 7.25 p/p.	56
Figura 33. Comparativa de la curva de relajación obtendica de forma: experimental, teórica y numérica.	58
Figura 34. Modelos utilizados en el análisis paramétrico: A) modelo con interfaces modelados con una adherencia perfecta y B) modelo con un pequeño desprendimiento inicial modelado con un contacto con fricción.....	59
Figura 35. Distribución de esfuerzos axial de la fibra (líneas discontinuas) y cortante en la interfase (líneas continuas) para el modelo con una adherencia perfecta en las interfaces con velocidad de elongación de 0.01 mm/min.	61
Figura 36. Distribución de esfuerzos axial de la fibra (líneas discontinuas) y cortante en la interfase (líneas continuas) del modelo el modelo con una adherencia perfecta en las interfaces en 55°C.	61
Figura 37. Distribución de esfuerzos axial de la fibra (líneas discontinuas) y cortante en la interfase (líneas continuas del modelo con un desprendimiento inicial y a una velocidad de elongación de 0.01 mm/min.	62
Figura 38. Distribución de esfuerzos axial de la fibra (líneas discontinuas) y cortante en la interfase (líneas continuas) del modelo con un desprendimiento inicial a 55°C.....	63
Figura 39. Esfuerzos cortantes máximos en la interfase del modelo el modelo con una adherencia perfecta en las interfaces recolectados del análisis paramétrico.	66
Figura 40. Esfuerzos cortantes máximos en la matriz del modelo el modelo con una adherencia perfecta en las interfaces recolectados del análisis paramétrico.....	66
Figura 41. Esfuerzos cortantes máximos en la interfase del modelo con un desprendimiento inicial recolectados del análisis paramétrico.	67
Figura 42. Esfuerzos cortantes máximos en la matriz del modelo con un desprendimiento inicial recolectados del análisis paramétrico.	67
Figura 43. Esfuerzo cortante máximo en la interfase a 55°C y con una velocidad de 0.1 mm/min en el modelo con un desprendimiento inicial.	68
Figura 44. Longitud inefectiva en la fibra del modelo el modelo con una adherencia perfecta en las interfaces recolectada del análisis paramétrico.	69
Figura 45. Longitud inefectiva en la fibra del modelo con un desprendimiento inicial del análisis paramétrico.	70

Figura 46. Esfuerzos máximos axiales en la fibra del modelo el modelo con una adherencia perfecta en las interfaces recolectados del análisis paramétrico.....	72
Figura 47. Esfuerzos máximos axiales en la fibra del modelo con un desprendimiento inicial recolectados del análisis paramétrico.	72
Figura 48. Magnitud del esfuerzo radial promedio sobre la fibra del modelo el modelo con una adherencia perfecta en las interfaces recolectados del análisis paramétrico.	73
Figura 49. Módulos cortantes de la interfase y matriz obtenidos en la simulación a distintas temperaturas. Las líneas sólidas representan a la matriz y las discontinuas a la interfase.	74
Figura 50. Comparación las relaciones de aspecto crítico experimentales de [10] con los resultados MEF de este análisis (velocidad de elongación de 0.01 mm/min).	76
Figura 51. Variación de las propiedades efectivas con respecto a la fracción de volumen de NTC del nanocompuesto 7.25 p/p mPDA/NTCs con orientación radial.	77
Figura 52. Variación de las propiedades efectivas con respecto a la fracción de volumen de NTC del nanocompuesto 7.25 p/p mPDA/NTCs con orientación aleatoria 2D.	78
Figura 53. Variación de las propiedades efectivas con respecto a la fracción de volumen de NTC del nanocompuesto 7.25 p/p mPDA/NTCs con orientación aleatoria 3D.	79
Figura 54. Relajación de los módulos de la interfase con orientación aleatoria 3D con una concentración de 0.03 de NTC.	81
Figura 55. Relajación de componentes tensoriales de la interfase con orientación aleatoria 3D con una concentración de 0.03 de NTC.	82
Figura 56. Relajación de los módulos axial y cortante con distintas concentraciones de NTC.	83
Figura 57. Función del desplazamiento δ_y a lo largo del tiempo.	85
Figura 58. Longitud inefectiva obtenida del modelo MEF variando la fracción de volumen de los NTCs, considerando elasticidad y viscoelasticidad.	86
Figura 59. Esfuerzo axial máximo en la fibra obtenidas del modelo MEF variando la fracción de volumen de los NTCs, considerando elasticidad y viscoelasticidad.	86
Figura 60. Distribución de esfuerzos axiales de la Fibra en la zona donde se presenta la longitud inefectiva.	87
Figura 61. Esfuerzo radial a lo largo del ancho del modelo MEF a la altura de $X=0$	88
Figura 62. Relajación del módulo elástico en cortante de la matriz con respecto al número de pasos de carga.	90
Figura 63. Relajación del módulo elástico en cortante del plano XY de la interfase con respecto al número de pasos de carga.	91
Figura 64. Longitud inefectiva (negro) y esfuerzo axial máximo en la fibra (rojo) obtenido conforme se varía la configuración de pasos de carga.	92

RESUMEN

La importancia de los polímeros reforzados con fibra (PRF) ha ido en aumento debido a que han sido muy atractivos para diseños que demandan alta resistencia y rigidez específicos. Sin embargo, las propiedades mecánicas de la matriz polimérica en estos materiales tienen una naturaleza dependiente del tiempo, es decir, presenta un comportamiento viscoelástico. En el caso de un compuesto de fibra de carbono (FC) y resina epóxica, las interacciones químicas en la vecindad de la FC afectan a las propiedades de la resina creando una región interfacial o interfase que presenta propiedades diferentes al resto de la matriz. La interfase tiene un papel importante en la transferencia de esfuerzos. La prueba de fragmentación de una sola fibra (SFFT, por sus siglas en inglés) es utilizada para evaluar la calidad de la interfase por medio de la longitud de los fragmentos de fibra.

Una forma de mejorar el desempeño de la interfase para la transferencia de esfuerzos es con la incorporación de nanotubos de carbono (NTCs). Existen varios modelos usando el método de elemento finito (MEF) reportados en la literatura que consideran la presencia de los NTCs en la interfase, pero pocos son los que incluyen la viscoelasticidad en su análisis. En este trabajo se realizó un modelo MEF considerando la presencia de los NTCs en la interfase y considerando el comportamiento viscoelástico lineal en la matriz y en la interfase. Las propiedades efectivas de la interfase se obtuvieron con el Método de Mori-Tanaka y empleando la serie de Prony. Por lo tanto, fue necesario obtener las curvas maestras de relajación de la interfase y la matriz.

Finalmente, se analizó con el modelo MEF la eficiencia de la transferencia de esfuerzos de la matriz hacia la fibra durante la SFFT. Se consideraron diferentes temperaturas, velocidades de elongación, diferentes configuraciones de carga y fracción de volumen de los NTCs. En conclusión, la rigidez de la interfase varía con los parámetros evaluados y esto afecta a la longitud de los fragmentos de fibra así como otras componentes de esfuerzo relacionadas a la SFFT.

ABSTRACT

The importance of fiber-reinforced plastics (FRP) has been increasing because they have been very attractive for designs with very high specific strength and stiffness. However, the mechanical properties of the polymer matrix in these materials have a time-dependent nature, i.e., it has a viscoelastic behavior. For a carbon fiber reinforced epoxy composite, chemical interactions in the vicinity of the carbon fiber (CF) affect the properties of the resin creating an interfacial region or interphase that has different properties from the rest of the matrix. The interphase plays an important role in stress transfer between fiber and matrix. The single fiber fragmentation test (SFFT) is used to evaluate the quality of the interphase through the length of the fiber fragments.

The incorporation of carbon nanotubes (CNTs) should improve the performance of the interphase for the stress transfer. There are several finite element method (FEM) models reported in the literature that consider the presence of CNTs in the interphase. However, few works include viscoelastic behavior in their FEM analysis. In this work, a FEM model was carried out considering the presence of the CNTs in the interphase and the linear viscoelastic behavior for both interphase and matrix. The effective properties of the interphase were obtained with the Mori-Tanaka Method and the Prony series. Therefore, it was necessary to characterize the master relaxation curves for both interphase and matrix.

Finally, the stress transfer efficiency during the SFFT was analyzed with the FEM model. Among the parameters considered are temperature, elongation rate, step load configuration and CNT volume fraction. In conclusion, these parameters cause a change in the interphase stiffness and this affects the length of the fragments as well as the stress transfer on the SFFT.

INTRODUCCIÓN

En el presente trabajo se realiza un amplio análisis numérico sobre la transferencia de esfuerzos que sucede durante una prueba de fragmentación de una sola fibra utilizando el método de elemento finito. El material de referencia en este estudio es un material compuesto de fibra de carbono y resina epóxica, reforzado con nanotubos de carbono en la región interfacial. Por lo tanto, este trabajo considera la existencia de una interfase entre la fibra y la matriz.

La prueba de fragmentación de una sola fibra es una prueba micromecánica no estandarizada que es ampliamente utilizada para obtener la longitud crítica de los fragmentos de fibra. Esta longitud es un indicador de la calidad de unión que existe entre la fibra y la matriz y existen diferentes modelos teóricos para calcular algunas propiedades mecánicas del material compuesto a partir de esta longitud. Al ser una prueba no estandarizada, diversos parámetros de la prueba se realizan a criterio del operador. El efecto de la velocidad de deformación, el tiempo de relajación y el número de pasos de cargas pueden cambiar las longitudes de los fragmentos resultantes. Sin embargo, cuando se utiliza resina epóxica como matriz, la variación suele ser pequeña a temperatura ambiente, por lo tanto es difícil evaluarlo experimentalmente [1]. Los métodos numéricos como el método de elemento finito son una buena alternativa para analizar la prueba de fragmentación de la fibra, específicamente, a un solo fragmento. Además, si la región interfacial presenta propiedades elásticas diferentes con respecto a la matriz, es válido suponer que también presenta un comportamiento viscoelástico diferente.

Por otro lado, cada vez es más popular reforzar a los materiales compuestos con nanotubos de carbono y otros nano-refuerzos. Este trabajo se enfoca en el caso cuando se refuerza la región interfacial. Los nanotubos de carbono tienen una rigidez mucho mayor que la interfase y además no se relajan con el tiempo. Por lo tanto, su presencia en la interfase debe aumentar su rigidez y ralentizar su relajación. Sin embargo, la naturaleza anisotrópica

de los nanotubos causa que el nanocompuesto interfase-nanotubos de carbono también tenga un comportamiento anisotrópico, incluyendo sus tiempos de relajación.

El objetivo de este trabajo es desarrollar un modelo micromecánico que sirva para analizar las distribuciones de las componentes de esfuerzo que se originan por una prueba de fragmentación la longitud de los fragmentos de una sola fibra, pero considerando un comportamiento viscoelástico en la matriz e interfase. Además, considerar el comportamiento viscoelástico de un medio anisotrópico como la interfase debido a la inclusión de los nanotubos de carbono. Con este modelo se estudia el efecto de la velocidad de deformación, la temperatura, diferentes configuraciones de carga y la cantidad de nanotubos de carbono en la interfase a los resultados de la prueba de fragmentación. Además, se sigue una metodología original para estimar las propiedades efectivas de la interfase considerando el refuerzo anisotrópico de los nanotubos de carbono y el comportamiento viscoelástico lineal de resina en la región interfacial. Este estudio contribuirá al desarrollo de nuevos materiales compuestos avanzados con aplicaciones a distintas temperaturas de operación.

Este trabajo se organiza de la siguiente manera: primero, se presenta una amplia discusión bibliográfica sobre el origen de la interfase, la prueba de fragmentación y modelos numéricos relacionados. Segundo, se muestra la caracterización viscoelástica de la interfase y matriz y su implementación numérica. Luego se muestra la metodología y teoría para obtener las propiedades efectivas de la interfase reforzada con nanotubos de carbono. También se presenta el modelo monofilamento de tres fases utilizado en el método de elementos finitos para estudiar la transferencia de esfuerzos. Finalmente, se presentan los resultados del análisis variando parámetros relacionados con la viscoelasticidad lineal isotrópica y anisotrópica, y su efecto sobre la longitud del fragmento de fibra y la transferencia de esfuerzos en una prueba de fragmentación de una sola fibra.

CAPÍTULO 1

ANTECEDENTES

1.1 Región interfacial y su papel en la transferencia de cargas

Los polímeros reforzados con fibra (PRF) son materiales fuertes, rígidos y ligeros con muchas aplicaciones de ingeniería. Pero, la fibra necesita ser alineada con la dirección de la carga y la carga necesita ser transferida hacia las fibras [2]. Las fibras son embebidas y unidas con otro material conocido como matriz. La matriz transmite un esfuerzo normal a las fibras por medio de un esfuerzo cortante en la interface. La matriz suele ser una resina polimérica. Por lo tanto, la carga transferida es afectada por las propiedades elásticas [3,4], la plasticidad [5–7], la viscoelasticidad [1,8–10] y sobre todo la resistencia de la interface entre la fibra y la matriz [10,11].

La interfase, a diferencia de una interface, es una región interfacial que se forma debido a interacciones físico-químicas o por efectos del procesamiento entre el refuerzo y la matriz [12,13]. Por lo tanto, una interfase tiene volumen y representa una fase y una interface es el área de contacto que hay entre las fases.

La interfase tiene un papel importante sobre las propiedades de un material compuesto [14]. Actúa como un puente entre la transferencia de cargas o esfuerzos de la matriz hacia la fibra [15]. Por lo que se requiere que su rigidez sea menor al de la fibra y mayor al de la matriz. Una baja resistencia interfacial a cortante (IFSS, por sus siglas en inglés) transmite menos carga hacia la fibra antes de fallar resultando en una baja eficiencia de transferencia de cargas en el material compuesto [11].

La prueba de fragmentación de una sola fibra (SFFT, por sus siglas en inglés), propuesta por Kelly-Tyson [16], se utiliza para evaluar la calidad de la transferencia de carga de la matriz hacia la fibra. Tras la aplicación de una carga axial a una muestra durante la prueba, hay un proceso de fragmentación en la fibra que da como resultado una distribución

estadística de la longitud de los fragmentos de fibra. La fragmentación es un fenómeno común en fibras rígidas como las fibras de carbono (FC). La fragmentación de las fibras empieza a bajos niveles de deformación [15] y sigue de forma progresiva hasta llegar a una deformación de saturación donde una mayor deformación ya no causará un aumento en el número de los fragmentos de la fibra pero si puede causar la falla de la matriz. La longitud crítica se obtiene cuando se alcanza la condición de saturación. Por lo tanto, se puede estimar la resistencia interfacial al cortante (RIFC) experimentalmente y otras propiedades como la tenacidad a la fractura [17]. Por lo tanto, si uno desea conocer el desempeño de un material compuesto, el proceso de fragmentación es una de las pruebas más importantes en un análisis micromecánico [18]. Sin embargo, para verificar que se haya alcanzado una condición de saturación, la carga se va aplicando de forma incremental y después de cada incremento, se cuenta el número de fragmentos de fibra de forma meticulosa y solo cuando el número de fragmentos permanece constante se detienen los aumentos de carga y por lo tanto, la prueba. El tiempo transcurrido al contar los fragmentos de fibra después de cada incremento de carga permite cierta relajación de los esfuerzos a la que está sometida la muestra y esta relajación depende de las propiedades viscoelásticas de la matriz y de la interfase.

Además, aunque se considera que el SFFT es una prueba de baja velocidad de deformación, en la literatura técnica no existe una carga o velocidad de deformación estándar. Por lo tanto se ha observado que la prueba se realiza a diferentes velocidades de elongación, que van desde pruebas a bajas velocidades, 0.01 mm/min, hasta pruebas de alta velocidad de 500 mm/min [1,19]. Por lo tanto, las relación de aspecto crítico de la fibra, l/d , dependen de la velocidad de elongación seleccionada debido a la naturaleza viscoelástica de la matriz y la interfase.

En el caso de un compuesto con refuerzo de FC y la resina epoxi como matriz, se tiene que la presencia de la FC, y el uso de agentes de acoplamiento para mejorar la adherencia de la fibra a la matriz produce un desequilibrio estequiométrico en la vecindad de la matriz con la fibra, lo que resulta en una interfase con una temperatura de transición vítrea menor que la de la matriz debido a una menor cantidad de amina, en caso de utilizar mPDA como

agente de curado, y una menor densidad de entrecruzamiento o grado de curado [20]. Se considera que existe un gradiente en la cantidad de mPDA, cada vez menor conforme se acerca a la fibra. En algunos trabajos se ha asumido que la interfase presenta un comportamiento homogéneo con el equivalente de resina epoxi con la mitad de mPDA utilizado para curar la matriz [10,15,20,21].

Las reacciones químicas modifican la zona interfacial, hacen que el agente de curado (mPDA) se entrecruce con otros grupos funcionales presentes en la vecindad con fibra, haciendo que la resina epóxica cercana a la fibra presente un mayor grupo de epoxis sin reaccionar [22]. Por lo tanto, se tiene como interfase a una resina rica de grupos epoxis colgantes sin reaccionar a comparación de la matriz, que, al tener un equilibrio estequiométrico, presenta pocos grupos de epoxi y amina sin reaccionar y logra una mayor densidad de entrecruzamiento. Según Gupta et al. [20], la probable razón por la que la interfase presenta una mayor rigidez a temperatura ambiente que la matriz se debe a las interacciones intermoleculares en su estructura química debido al exceso de grupos epoxis colgantes sin reaccionar. Es decir, se debe a un efecto estérico y no a la densidad de entrecruzamiento. Sin embargo, al aumentar la temperatura el efecto estérico ya no juega un rol importante en la rigidez como lo hace la densidad de entrecruzamiento. El efecto estérico igual hace que la interfase sea más frágil y falle con una menor deformación a temperatura ambiente y a mayor temperatura provocará mayor movilidad a los grupos epoxis colgantes provocando una mayor ductilidad.

Por otro lado, la falta de grupos de amina producirá una menor densidad de entrecruzamiento o menor grado de curado en la interfase. Lo que provocará que su comportamiento viscoso sea mayor. Cuando se utiliza resinas termofijas como la epóxica, las propiedades viscoelásticas dependen del grado de curado. A mayor grado de curado en la resina, mayor viscosidad [14]. Además, los tiempos de relajación en la interfase serán mucho menores a los de la matriz y eso provocará que la disminución de su rigidez sea mayor que la de la matriz después de un tiempo de aplicación de una carga o en un aumento en la temperatura [10,23]. Esto resulta en que la eficiencia en la transferencia de carga sea afectada por la temperatura y la velocidad o tiempo aplicación de la carga, por lo que debe

haber un efecto sobre los resultados globales del proceso de fragmentación de una sola fibra.

1.2 Viscoelasticidad

Un material viscoelástico presenta tanto propiedades viscosas como elásticas. Cuando un material es viscoelástico la deformación generalmente depende del tiempo; aún en ausencia de fuerzas, la velocidad de deformación puede ser diferente de cero. Cuando existe una relación lineal entre el esfuerzo y la deformación y en sus derivadas con el tiempo se tiene una viscoelasticidad lineal y esta suele ser válida para deformaciones pequeñas. A continuación, se presentan algunos trabajos relacionados.

Lifshitz y Roten [9] realizaron un estudio sobre el efecto del comportamiento viscoelástico lineal de la matriz en la resistencia longitudinal de materiales compuestos fibrosos unidireccionales. Reportaron que la matriz polimérica es un material con propiedades que dependen del tiempo y que puede ser caracterizada con las leyes de la viscoelasticidad lineal. En su conclusión, establecen que la fragmentación resulta por esfuerzos cortantes locales en la matriz que producen la relajación de la misma.

En trabajos relacionados con la viscoelasticidad enfocado en la SFFT destaca el realizado por Gong et al. [1] dónde se realizaron pruebas de SFFT variando la velocidad de deformación y esperaban observar que la longitud crítica disminuyera conforme aumentaba la velocidad. Sin embargo, sus resultados no siguieron esa tendencia. Argumentaron que hubo una variabilidad de sus resultados experimentales que fue mayor al 19% y por lo tanto se opacaron las variaciones de la longitud crítica debido a la velocidad de deformación debido a que el modelo de “shear lag” de Cox [24] que utilizaron no era lo suficiente preciso para dicha variabilidad. Por lo tanto, el efecto que querían analizar, estaba técnicamente enmascarado. Además, no pudieron evitar los desprendimientos interfaciales que ocurren en la prueba debido a que la adherencia que usaron sólo dependía de interacciones físicas y no de interacciones químicas que suele dar una adherencia mayor.

Pérez-Pacheco et al. [10] analizó comportamiento viscoelástico variando la temperatura de un monofilamento fibra de carbono/resina epoxi usando mPDA como agente de curado. En su análisis teórico-experimental basado en el trabajo de Whitney y Drzal [3] se puede observar como el esfuerzo cortante máximo en la interface y el esfuerzo radial sobre la fibra disminuye cuando aumenta la temperatura y el efecto es mayor cuando la resina presenta un menor grado de curado. También analizó experimentalmente la longitud crítica y esta aumentaba de forma proporcional con la temperatura hasta llegar a los 65°C que se asume que es la temperatura de transición vítrea, T_g , de la resina en la interfase [10,20]. Sin embargo, comparando sus resultados experimentales con el teórico hubo la misma tendencia pero con un error de predicción aproximadamente de 50%.

Experimentalmente, solo se puede estimar la longitud crítica de la fibra. Entonces, para obtener las componentes de esfuerzos resultantes en una SFFT, como son el esfuerzo cortante interfacial y el esfuerzo axial en la fibra, se utilizan diversos modelos analíticos que se ajustan a las dimensiones de la fibra y de su longitud crítica. Sin embargo estos modelos siguen siendo muy simplificados y no consideran muchas condiciones no lineales del material como es la viscoelasticidad. El uso de métodos numéricos ha resultado ser una alternativa para simular y evaluar las transferencias de esfuerzos que se presentan en una SFFT.

1.3 Modelos numéricos en viscoelasticidad

Hay varios trabajos que modelan la viscoelasticidad de la resina epoxi utilizada como matriz y utilizan el método de los elementos finitos (MEF) [25,26], incluso se reporta seguido el uso de funciones de corrimiento para superponer las curvas de relajación y obtener el comportamiento viscoelástico de la resina a diferentes temperaturas [27]. La mayoría ha utilizado la serie de Prony como ecuación constitutiva para caracterizar la curva maestra de relajación debido a su fácil implementación en la mayoría de los códigos comerciales de MEF y que con un número apropiado de términos de Prony permite ajustarse con precisión a la curva de relajación experimental. La distribución de esfuerzos y la tenacidad a la fractura también se han estudiado en modelos de tres fases de una sola

fibra usando MEF. Upadhyaya y Kumar [28] considerando propiedades elásticas y Guo et al. [29] considerando las propiedades viscoelásticas.

Para analizar el desempeño de la transferencia de cargas de la matriz hacia la fibra se han desarrollado modelos teóricos y numéricos para comprender el fenómeno por medio de las distribuciones de esfuerzos. Obtener la distribución de esfuerzo en la fibra y los esfuerzos cortantes en interfaces es complicado experimentalmente, por tanto los resultados obtenidos por modelos numéricos usando el MEF han sido una solución [7,15]. Se pueden adaptar los modelos teóricos que evalúan el comportamiento de una sola fibra corta para analizar las distribuciones de esfuerzos en un fragmento de fibra [3,30]. De los modelos numéricos desarrollados en la literatura se han considerado una interfase anisotrópica debido a la inclusión de nanorefuerzos [21], el comportamiento plástico ideal de la matriz [7], comportamiento plástico bilineal de la matriz [5] e incluso de la viscoelasticidad [31].

En [32] realizaron un modelo MEF sobre SFFT. En su modelo además de incluir propiedades viscoelásticas a la matriz (usando un solo tiempo de relajación), también incluyeron un elemento cohesivo no lineal para modelar la interface de contacto entre fibra y matriz. Por lo tanto, no consideraron una interfase. Sus resultados numéricos realizados en MEF tuvieron buena concordancia con los resultados experimentales obtenidos por medio de un dispositivo compacto de ensayos a tensión acoplado a un espectrómetro de Raman.

1.4 Matrices poliméricas reforzadas con nanotubos de carbono

Un nanotubo de carbono (NTC) es una estructura molecular que consiste en átomos de carbono adheridos en la forma de un tubo muy largo. Dependiendo de su estructura y diámetro, los nanotubos pueden tener propiedades mecánicas, eléctricas y térmicas ventajosas que proporcionan oportunidades para usarlos como materiales de refuerzo en los compuestos de matriz polimérica [33], como los PRF.

El uso de NTCs como refuerzo de matrices poliméricas muestra mejoras significativas en las propiedades mecánicas del material compuesto. Mejoras de resistencia a la tensión y en la tenacidad, del orden 50-70%, han sido reportadas en la literatura [34,35]. Debido a su tamaño, los NTCs pueden penetrar en regiones ricas en resina, esto es, en regiones situadas entre fibras y entre láminas de un material compuesto laminado. Así, la formación de una red de nanotubos de carbón en el polímero que rodea a las fibras de carbono permitiría a los nanotubos “sentir” la posible iniciación del crecimiento de grietas y/o modificar los mecanismos de difusión de agentes degradantes como la humedad.

Luego, la iniciación de daño a una escala micro, tiene implicaciones significativas en la durabilidad y desempeño del material compuesto con refuerzo fibroso. Asimismo, los desarrollos actuales en la producción de materiales nano-estructurados y materiales compuestos con nuevas propiedades ofrecen una oportunidad para adicionar una funcionalidad única a los sistemas de materiales ya existentes.

Existen dos tendencias para la incorporación de NTC en un compuesto PRF [36,37]: la primera consiste en la dispersión y distribución de los nanotubos en la matriz polimérica, mientras que la segunda en dejar a los NTCs injertados directamente en la superficie de las fibras. Por medio de la segunda forma, es posible obtener una alineación u orientación preferencial de los nanotubos de carbono de acuerdo a las necesidades y mejorar la interacción interfacial entre las fases del material compuesto. Además permite evitar las problemáticas generadas por la dispersión de los nanotubos en la matriz [37]. Por otra parte, aunque se han observado que pequeñas cantidades de nano-refuerzo ofrecen mejoras en las propiedades del material polimérico, estas cantidades se encuentran por debajo de un valor crítico de mezcla (umbral de percolación), que por lo general es menor al 4% en peso; esto debido a que por encima de este valor se hace complejo evitar las aglomeraciones del nano-refuerzo, además de presentarse un incremento importante en la viscosidad del polímero [38,39]. Un defecto que tiene la creación de materiales compuestos con NTCs injertados en las fibras, es que se desconoce la fracción de volumen que hay de NTCs presentes en el material.

Romanov et al. [40] realizaron un análisis de las distribuciones de esfuerzos debido a la inclusión de NTCs en los PRF. Para ello utilizaron una celda unitaria que representa el material compuesto y sobre ésta diseñaron 4 casos de estudio: NTCs dispersos en la matriz, aglomerados de NTCs en la matriz, NTCs depositados aleatoriamente en la fibra y NTCs depositados alineadamente en la fibra. En las Figuras 1 y 2 se muestra sus resultados donde la dispersión de NTC en la matriz tiene poco efecto significativo en la distribución de esfuerzos; los aglomerados generan grandes concentraciones de esfuerzos; y los NTCs depositados en la fibra tanto aleatoriamente como alineados desplazan la concentración de esfuerzos hacia la matriz. En otras palabras, en la Figura 1 se puede ver como los esfuerzos en la interface fibra-matriz se ve disminuido gracias al injerto de NTCs en la fibra.

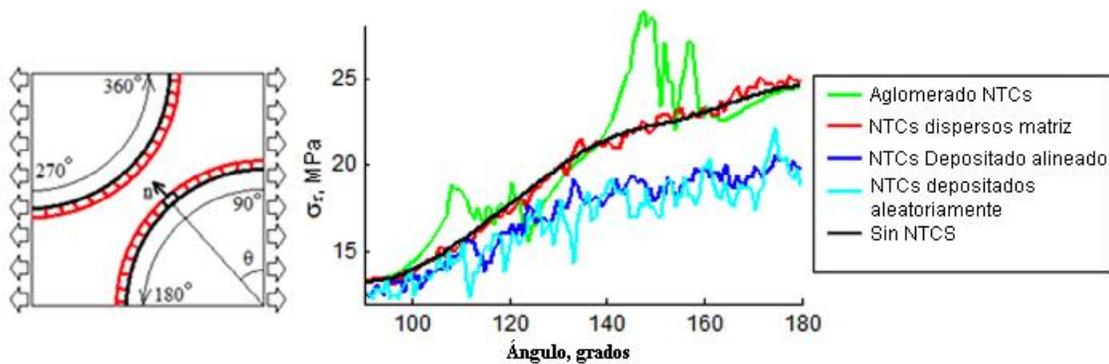


Figura 1. Esfuerzo radial promedio en la interface Fibra-Matriz [40].

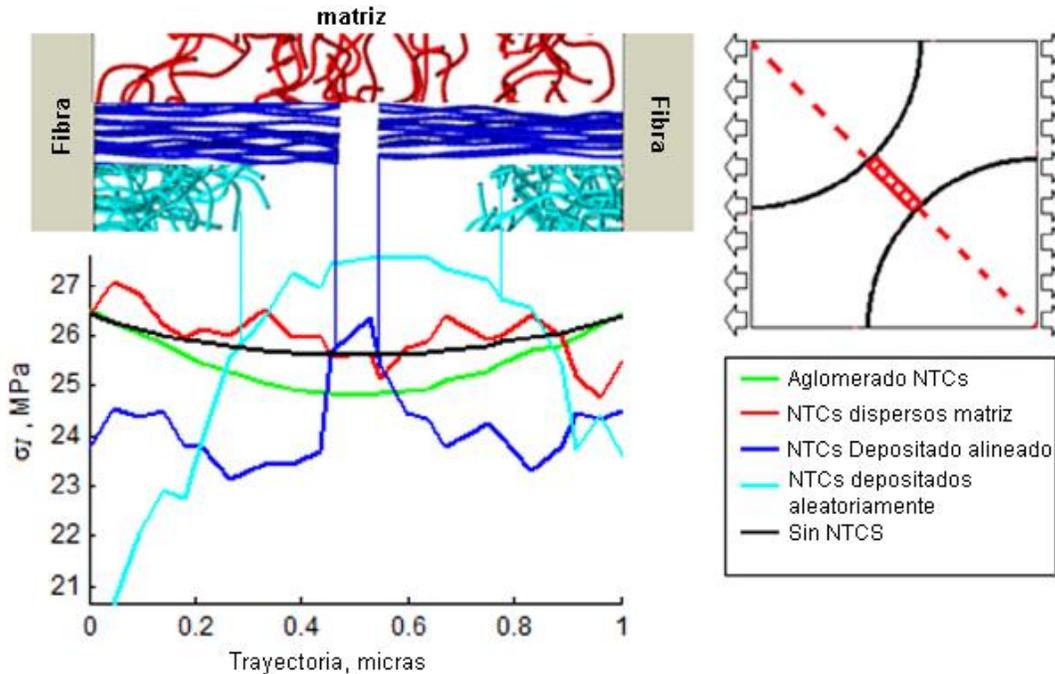


Figura 2. Esfuerzo máximo principal en la distancia más corta entre las dos fibras [40].

Finalmente, el uso de NTC en matrices poliméricas rigidiza la interfase o matriz, que podría perjudicar el proceso de transferencia de esfuerzos hacia la fibra [34,35]. Además, el área superficial y la fuerte interacción entre las moléculas de los NTCs conllevan a un incremento significativo de la viscosidad de los polímeros, durante las mezclas de nanopartículas y resinas cuando se fabrica el material compuesto. Debido a lo anterior es importante comprender a fondo este problema, con el fin de lograr optimizar las propiedades de los compuestos fibra-reforzados tradicionales mediante la incorporación de nanorefuerzos.

1.5 Modelado de un material compuesto jerárquico y viscoelástico

El fenómeno de la distribución de esfuerzos en los materiales compuestos jerárquicos ha sido reportado en algunos trabajos. Los modelos han sido de gran importancia para estudiar el comportamiento del estado de esfuerzos, la adherencia, mecánica de la fractura y otras variables geométricas con respecto a modificaciones en parámetros del modelo cuidadosamente seleccionados.

Ray et al [41] modeló una FC discontinua recubierta con nanotubos de carbono de una sola pared (SWCNTs, por sus siglas en inglés) en orientación radial considerando sólo dos fases (fibra y matriz). Los SWCNTs se encontraban a lo largo del espesor de la matriz en forma de rectas en dirección radial como se puede observar en la Figura 3. Esta orientación se aleja mucho a la orientación real de los SWCNTs en la superficie de la FC, pero representa un primer modelo para entender el comportamiento del estado de esfuerzos presente en estos tipos de materiales. Consideraron las propiedades de las dos fases como elástico lineal y la separación entre las FC era lo suficientemente amplia para evitar los efectos debido a la vecindad de las fibras. Estimaron el desempeño de las transferencias de esfuerzos con el modelo analítico de “shear lag” Cox. En su trabajo analizaron el efecto de la variación de la razón de aspecto de la fibra (L/d), la fracción de volumen de los NTC y la respuesta de su modelo ante la aplicación de una carga radial. Concluyeron que el recubrimiento de la fibra con los NTC provocaba una disminución en la transferencia de esfuerzos a la fibra debido a que la matriz era reforzada e incrementaba su rigidez.

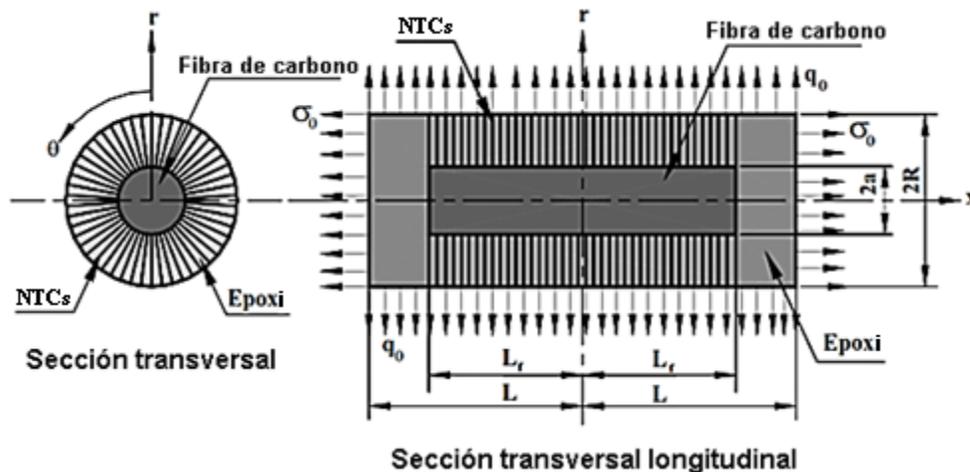


Figura 3. Modelo de estudio de Ray et al. [41].

En un trabajo posterior [42], agregaron una tercera fase, una interfase entre los nanotubos de carbono y la matriz (véase la Figura 4) que representa la interacción de los enlaces Van der Waals. Bajo las mismas condiciones del modelo anterior excepto por la carga en dirección radial, esta vez realizaron un modelo micromecánico con el método de Mori-Tanaka para predecir las propiedades efectivas del material compuesto propuesto. Al validar sus modelos con el MEF, concluyeron que el efecto de agregar la tercera fase era

despreciable comparado con los resultados obtenidos con sólo dos fases. Además, con base en su estudio paramétrico estimaron las fracciones de volumen de los nanotubos de carbono relativo a fracciones de volumen de fibras de carbono entre otros parámetros.

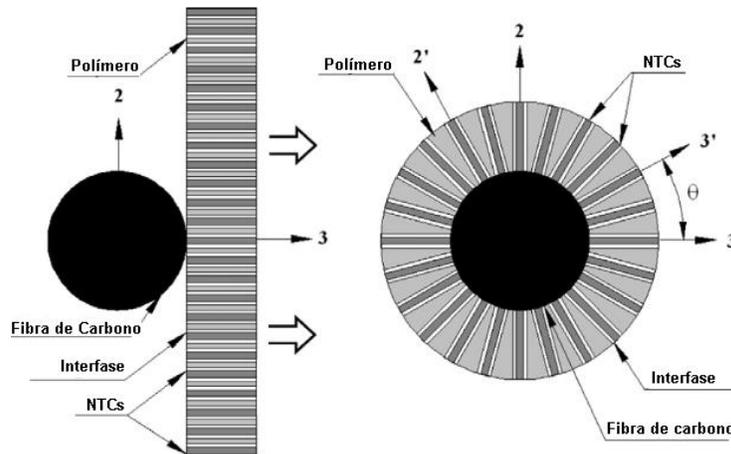


Figura 4. Modelo de estudio de Kundalwal y Ray [42].

Los modelos anteriores no consideraron la curvatura natural que tienen los NTCs. En un trabajo posterior, se modificó el modelo mencionado anteriormente para agregar las ondulaciones de los NTCs de manera co-planar a 2 planos ortogonales [43]. Conservando un mismo patrón de ondulación sinusoidal en cada NTC se propuso el modelo que se muestra en la Figura 5. Concluyeron que modelar las ondulaciones en el plano 1-3 de la Figura 5-b) ayudó a mejorar significativamente las propiedades elásticas efectivas en dirección axial del PRF que un modelo con nanotubos rectos como el de la Figura 4. Mientras que el plano transversal a la fibra (plano 2-3) no presentó una influencia significativa sobre las propiedades elásticas.

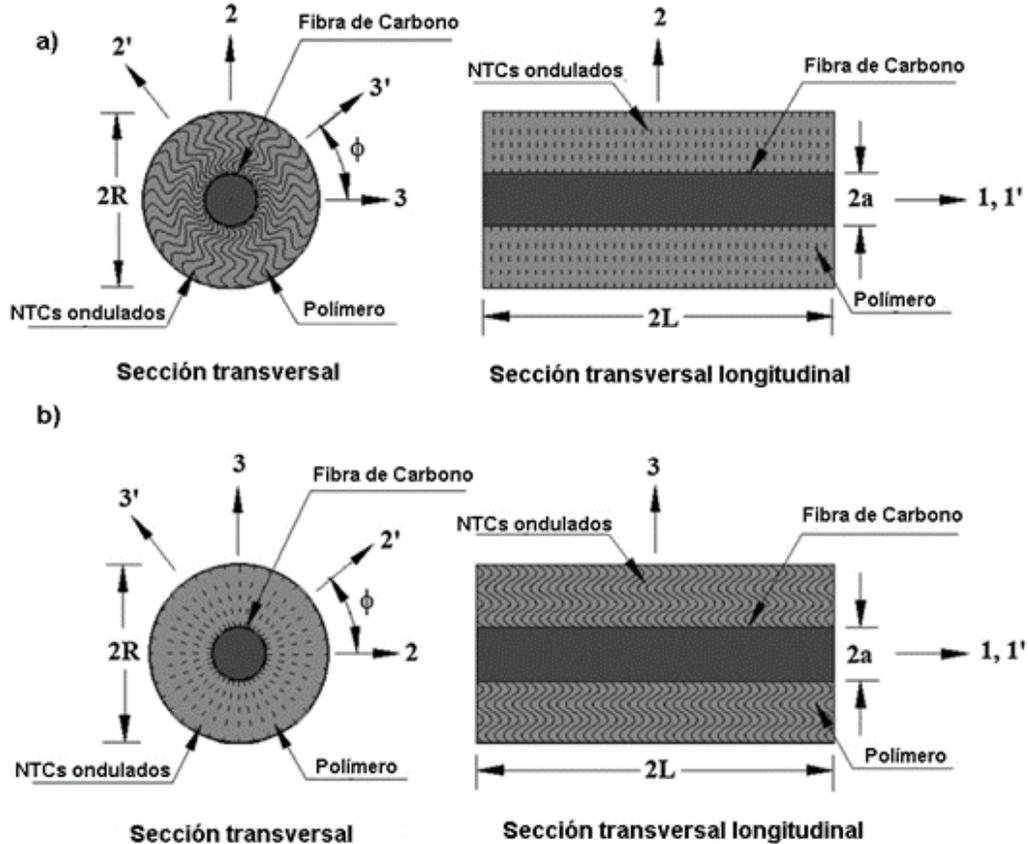


Figura 5. Modelo de estudio de Kundalwal y Ray [43]. En el esquema Vistas de sección transversal con los NTCs ondulados en: a) el plano 2-3 y b) plano 1-3.

En un posterior trabajo, Kundalwal y Kumar [44] desarrollaron un modelo MEF de la prueba de “pull-out” considerando un modelo de tres fases con la interfase reforzada con nanotubos de carbono. Para obtener las propiedades efectivas de la interfase reforzada recurrieron al método de Mori-tanaka y evaluaron como varía la transferencia de esfuerzos según la orientación de los nanotubos de carbono. Destaca que consideraron un parámetro dentro del método de Mori-Tanaka que caracteriza la calidad de la interface NTC-interfase. Concluyeron la alineación con dirección axial a la fibra de los NTCs fue más efectiva para transferir la carga que las otras alineaciones de NTCs consideradas.

Existen varios trabajos sobre viscoelasticidad [32,45,46], aunque principalmente se enfocan a nivel macro por medio de las láminas hechas con fibras de carbono. Sin embargo, el estudio realizado por Pan [45] se enfoca sobre la viscoelasticidad de una material

nanocompuesto polipropileno/nanotubos de carbono de pared múltiple. Propusieron una matriz que fue modelada tomando en cuenta la viscoelasticidad por medio del modelo viscoelástico de Burgers con cuatro parámetros, Figura 6, y los NTCs con un comportamiento elástico y transversalmente isotrópico. Una de sus principales aportaciones fue modelar una unión que nombraron “imperfecta” en la interface de contacto entre un NTC y la matriz polimérica que considera un parámetro de deslizamiento. Luego evaluaron la fluencia, la relajación y la sensibilidad por la velocidad de deformación con una carga constante. Finalmente compararon los resultados obtenidos con su modelo con resultados experimentales donde demostraron la eficacia del modelo de contacto “imperfecto” frente a un modelo de contacto de unión perfecta.

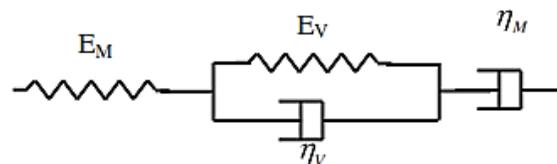


Figura 6. Modelo de viscoelasticidad de Burgers [45].

Cuando se modela la viscoelasticidad en los materiales compuestos es común obtener un comportamiento a nivel macro conocido como viscoelasticidad anisotrópica, es decir, existe dos o más tiempos de relajación en las propiedades direccionales del compuesto. En los trabajos relaciones a viscoelasticidad anisotrópica se encuentra el de Naik et al. [46] estudiaron el efecto del empacamiento y la fracción de volumen para observar la evolución de los términos de la matriz de “compliance” con el tiempo. Para ello recurrieron a una prueba de relajación para caracterizar las propiedades viscoelásticas anisotrópicas de la matriz con 12 tiempos de relajación y luego implementaron una subrutina basada en el volumen de la celda unitaria para caracterizar las propiedades viscoelásticas anisotrópicas de cada celda unitaria en términos de los componentes de la matriz de “compliance” de manera virtual con ayuda del MEF.

Fisher y Brinson [47] comparó el módulo efectivo para un compuesto de tres fases viscoelástico usando el método de Mori-Tanaka y el MEF. Ambos resultados tuvieron buena concordancia. También resaltaron que la interfase presenta un comportamiento viscoelástico diferente que la matriz.

Liu y Brinson [48] realizó un análisis micromecánico híbrido, es decir numérico por medio del MEF y analítico por medio del método de Mori-Tanaka, sobre la viscoelasticidad en un nanocompuesto considerando una interfase y curvatura en los NTCs. Obtuvieron las propiedades viscoelásticas por medio un análisis dinámico mecánico (DMA, por sus siglas en inglés) y luego se ajustó con una serie de Prony de 29 términos. Su serie de Prony representaba el comportamiento del módulo a tensión y para el código de MEF requerían el módulo a cortante, por lo que hicieron la conversión considerando la relación de Poisson como constante. Fue interesante el cómo obtuvieron el comportamiento viscoelástico de la interfase debido a que consideraron que está relacionado con el de la matriz. Debido a una alteración de la movilidad molecular del polímero en la cercanía del nanotubo, a la curva de relajación de la matriz le aplicaron un factor de corrimiento para así obtener el de la interfase. Al final su trabajo no considero la anisotropía y obtuvieron el comportamiento de los módulos de almacenamiento y de pérdida del nanocompuesto comparándolo con la matriz sin nano inclusiones y resultaron similares destacando que al considerar los nanotubos aumenta la rigidez del módulo de almacenamiento.

La simulación de la viscoelasticidad anisotrópica en códigos comerciales de MEF es compleja debido a que no viene implementado de forma directa y por lo tanto es necesario elaborar una subrutina donde se codifica la ecuación constitutiva requerida por el “software” para obtener los esfuerzos correspondientes a cada elemento. Martynenko [49] propuso una alternativa para modelar la anisotropía viscoelástica en ANSYS, usando un novedoso método de unificar mallados en paralelo, es decir, los elementos de distintos planos geométricos ocupan el mismo espacio y comparten sus nodos, donde cada plano mallado represente la relajación en dirección diferente y que sumándolos se obtendría una respuesta anisotrópica equivalente con un error pequeño. Por ejemplo, en un caso ortotrópico viscoelástico se requieren nueve planos mallados que representan los términos ortotrópicos independientes y un mallado extra que representa el módulo residual de la viscoelasticidad. Sin embargo, no consideraron lo complejo que es descomponer un tensor en nueve tensores que sumándolos se obtenga una respuesta equivalente al tensor original y que además sean matrices positivamente definidas. Por lo que su implementación sigue siendo trivial y aún más compleja. Cabe mencionar que reportaron que en ANSYS es

posible modelar un tensor anisotrópico elástico con una relajación isotrópica. Es decir, todos los componentes se relajarán relativamente igual.

De los trabajos que recurren a subrutinas destaca el de Endo y Carvalho [26] que modelaron una lámina de material compuesto con comportamiento viscoelástico ortotrópico usando la serie de Prony y las subrutinas con la función UMAT. El comportamiento viscoelástico lo implementó en MEF y luego con una caracterización experimental y finalmente procedieron a evaluar este material con un caso de estudio de forma numérica. Sin embargo, su subrutina estaba restringida a cargas estacionarias y no era posible aplicar diferentes tipos de carga de forma arbitraria. Por lo que el uso de subrutinas no está exento de limitaciones.

1.6 Originalidad de la presente investigación

En la Tabla 1 se muestran los diferentes modelos usando MEF reportados donde se destaca sus principales características que consideraron y las consideraciones que fueron diferentes a los modelos que se desarrolla y analiza en este trabajo de tesis.

Tabla 1. Resumen de los diferentes modelos usando MEF relacionados y reportados en la literatura.

Modelos numéricos	Características destacadas	Consideraciones y análisis diferentes.
Ray et al [41]	<ul style="list-style-type: none"> • Propiedades efectivas de la interfase con el modelo de Cox. • Considera la presencia de NTCs. 	<ul style="list-style-type: none"> • No considera viscoelasticidad. • No considera alineación aleatoria de los NTC. • Solo considera dos fases (fibra y matriz). • Representa una fibra corta y no la prueba SFFT.
Kundalwal y Ray [42]	<ul style="list-style-type: none"> • Considera una tercera fase entre el NTC y la matriz. • Propiedades efectivas con Mori-Tanaka. 	<ul style="list-style-type: none"> • No considera viscoelasticidad • No considera alineación aleatoria de los NTCs. • No considera la interfase fibra-matriz. • No representa la prueba SFFT.

Kundalwal y Ray [43]	<ul style="list-style-type: none"> • Considera la curvatura de los NTCs. • Propiedades efectivas con Mori-Tanaka. 	<ul style="list-style-type: none"> • No considera viscoelasticidad. • Modelo de dos fases. • No representa la prueba SFFT.
Kundalwal y Kumar [44]	<ul style="list-style-type: none"> • Modelo de “Pull-out” de tres fases. • Propiedades efectivas de la interfase con NTC y considerando alineación axial, radial y aleatoria con respecto a la fibra. 	<ul style="list-style-type: none"> • No considera viscoelasticidad. • No representa la prueba de SFFT.
Liu y Brinson [48]	<ul style="list-style-type: none"> • Consideraron viscoelasticidad. • Utilizaron Mori-Tanaka. • Modelan tres fases. • Consideran curvatura de los NTCs. 	<ul style="list-style-type: none"> • No consideraron la anisotropía. • Modelaron un nanocompuesto y no un fragmento de fibra. • Las propiedades de la interfase las obtuvieron con otro enfoque.
Endo y Carvalho [26]	<ul style="list-style-type: none"> • Consideran viscoelasticidad anisotrópica. • Caracterización experimental con galgas extensiométricas. • Usaron subrutinas para la ecuación constitutiva. • Modelaron una aplicación final. 	<ul style="list-style-type: none"> • No hicieron análisis de esfuerzos. • No modelaron una prueba SFFT. • Obtuvieron las propiedades experimentalmente, no con un modelo micromecánico como MT. • No utilizaron reómetro en las pruebas de relajación.
Upadhyaya y Kumar [28]	<ul style="list-style-type: none"> • Análisis de transferencia de esfuerzos en un modelo de tres fases. 	<ul style="list-style-type: none"> • No consideraron viscoelasticidad. • No consideraron nanorefuerzos en al interfase. • Su análisis de esfuerzos se centró más en la dirección radial. • No modelaron una prueba SFFT.
Guo et al. [29]	<ul style="list-style-type: none"> • Modelaron una prueba SFFT con tres fases. • Consideraron viscoelasticidad. • Análisis de la energía de fractura liberada por la interface desprendida. • Análisis de transferencia de esfuerzos. 	<ul style="list-style-type: none"> • Utilizaron propiedades de un material ficticio. • No analizaron la longitud inefectiva. • No consideraron NTCs. • Modelaron el comportamiento viscoelástico con dos coeficientes de Prony. • Hicieron un análisis de transferencia de esfuerzos con un enfoque diferente.
Ho y Drzal [7,15]	<ul style="list-style-type: none"> • Modelan una prueba SFFT. • Consideran una plasticidad ideal en la matriz. • Análisis de transferencia de esfuerzos. • Análisis de las deformaciones térmicas y de diferentes módulos. 	<ul style="list-style-type: none"> • No modelan la viscoelasticidad. • No consideran refuerzo con NTCs. • No caracterizaron la relación de Poisson.

Hernández-Ramírez [50]	<ul style="list-style-type: none"> • Considera las propiedades efectivas de la interfase con Mori-Tanaka. • Consideró a los NTCs con alineación radial y aleatoria. • Representa una prueba de SFFT. • Análisis de transferencia de esfuerzos. 	<ul style="list-style-type: none"> • No modela viscoelasticidad, sólo elasticidad. • No considera la alineación aleatoria en las tres dimensiones de las coordenadas esféricas. • Mori-Tanaka elástico. • No hubo caracterización.
------------------------	--	--

En este trabajo de tesis se propone aportar conocimiento que ayude a mejorar la prueba de fragmentación considerando el factor de viscoelasticidad y la anisotropía debido a la inclusión de nanotubos de carbono en la interfase. La implementación de la interfase, en particular, es un reto debido a que hay pocos trabajos que consideran el comportamiento viscoelástico en un nanocompuesto como se considera a esta interfase (Véase la Tabla 1). Por otro lado, hay trabajos que consideran la viscoelasticidad en la prueba de fragmentación, sin embargo, pocos o ninguno ha considerado una interfase con NTCs y viscoelasticidad aplicado a un material caracterizado experimentalmente.

En este trabajo se reporta la caracterización de las propiedades de la interfase que se obtuvieron experimentalmente con base en la diferente estequiometría del agente de curado con respecto al de la matriz. Los trabajos relacionados a la viscoelasticidad aplicados en materiales compuestos que se revisaron en la literatura consideran materiales ficticios con enfoques puramente mecánicos o matemáticos. Desprecian la explicación química o experimental del origen de la interfase y el motivo de su relajación. La mayoría de los trabajos relacionados tienden a considerar la prueba de fragmentación como una prueba estandarizada y universal por lo que desprecian parámetros de su operación como la velocidad de deformación, la forma en la que se aplican las cargas hasta alcanzar la deformación de saturación o las distintas temperaturas con las que operará el material en un caso práctico real. Por eso la importancia de realizar un estudio que aporte conocimiento y considere comportamientos poco estudiados en la prueba de fragmentación de una sola fibra como se pretende en este trabajo.

HIPÓTESIS

La incorporación de nanotubos de carbono en la región interfacial fibra de carbono-resina epóxica modifica la longitud inefectiva de la fibra, medida en un ensayo de fragmentación de una sola fibra, debido a que varían los tiempos de relajación, y por ende el comportamiento viscoelástico, de dicha región.

OBJETIVOS

Objetivo general

Estudiar el efecto de la incorporación de nanotubos de carbono en la región interfacial fibra-matriz sobre la longitud inefectiva de la fibra usando modelos viscoelásticos y la metodología de elementos finitos para su análisis paramétrico.

Objetivos particulares

1. Implementar una metodología para caracterizar las propiedades viscoelásticas de la matriz y la interfase.
2. Desarrollar un modelo micromecánico viscoelástico con las propiedades caracterizadas.
3. Adaptar el modelo de Mori-Tanaka para considerar las propiedades viscoelásticas y obtener el tensor de rigidez anisotrópico y los tiempos de relajación de la interfase variando la concentración de nanotubos de carbono.
4. Realizar un análisis paramétrico usando el método de elementos finitos para estudiar el efecto de la incorporación de los nanotubos de carbono en la interfase fibra-matriz.

CAPÍTULO 2

MATERIALES Y CARACTERIZACIÓN

2.1 Materiales

Los materiales que se consideran en este trabajo son: una fibra de carbono AS4, nanotubos de carbono de pared simple, resina epóxica DER 331, equivalente a la resina epoxi Epon 828 y metafenilen diamina (mPDA por sus siglas en inglés) como agente de curado. La concentración en peso del agente de curado fue 14.5 partes por cien partes de resina epóxica (p/p o phr, por sus siglas en inglés) para resina utilizada como la matriz y 7.25 p/p para resina utilizada para la interfase [7,10]. La fibra de carbono se consideró transversalmente isotrópica y con un comportamiento elástico. La matriz y la interfase se consideraron isotrópicas con un comportamiento viscoelástico lineal y la única diferencia entre ellas es la concentración del agente de curado. En otro apartado de la tesis se considera luego la anisotropía en la interfase debido a los NTCs y su respectiva relajación. La metodología para la elaboración de las muestras de la matriz y la interfase fue según lo reportado en [10]. Primero fueron curadas a 75°C durante 2 horas y luego fueron post-curadas a 125°C durante 2 horas hasta que el ciclo de curado fuera completado.

2.2 Caracterización mecánica

2.2.1 Relación de Poisson mediante DIC

Se requiere un módulo y la razón o relación de Poisson para generar el tensor de elasticidad. Se caracterizó la razón de Poisson midiendo las deformaciones por medio de un equipo de correlación de imágenes digital (DIC, por sus siglas en inglés). El DIC ya ha sido utilizado ampliamente para medir deformaciones en macro e incluso en micro escala usando imágenes de microscopía electrónica de barrido [51], lo que demuestra ser una técnica confiable.

Se procedió a preparar muestras de resina epóxica con 7.25 p/p (partes por cada 100 de resina) y 14.5 p/p de mPDA que representan la resina en la interfase y matriz respectivamente. Estas muestras fueron rectangulares para facilitar la captura de imágenes y el uso del equipo de cámaras de alta definición y para disminuir el efecto de la concentración de esfuerzos debido al apriete de las mordazas se utilizaron calzas. Se siguió la norma ASTM D638-2a. Se procedió a utilizar la máquina de ensayos universales SHIMADZU AG-1 con una celda de 5 kN para aplicar una deformación constante uniaxial a tensión (velocidad de cabezal a 2 mm/min para cumplir con el tiempo que debe durar la prueba de tensión en plásticos según la norma ASTM) sobre la probeta o espécimen de cada tipo de resina cuidando que la deformación no se saliera de la región elástica mientras se capturaba 1 foto por segundo. Estos ensayos se realizaron por triplicado. En la Figura 7 se puede observar el momento en que se implementa la técnica del DIC para obtener las deformaciones.

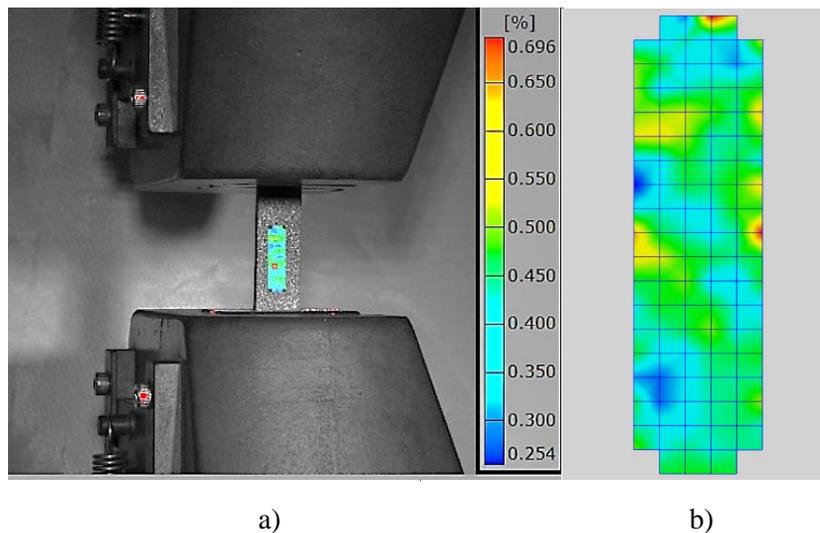


Figura 7. En a) montaje de la muestra y en b) el mapa de contorno obtenido con el DIC. Las deformaciones aún no se calibraban.

En la Figura 7 se puede observar un mapa de contornos rectangular que se obtuvo directamente de la muestra, de ese mapa se trazó una recta paralela y otra perpendicular al eje de la carga. La dimensión de esas rectas fue actualizándose en cada fotografía por lo que se pudo calcular la deformación unitaria, ε_y y ε_x respectivamente, en cada fotografía. Se graficó la deformación ε_x contra la deformación ε_y para ambas resinas y se procedió a

calcular la pendiente de la recta que se ajustó a los datos experimentales. El promedio de las tres pendientes es la relación de Poisson para cada resina, Figura 8 y Figura 9.

Finalmente, el promedio para la resina de la matriz (14.5 p/p mPDA) fue de **0.39** y para la interfase (7.25 p/p mPDA) de **0.37**. Se puede apreciar que la correlación para la resina de la matriz fue mejor que para la resina de la interfase, esto podría ser debido a que la resina de la interfase es más quebradiza y frágil por lo que su manipulación es más complicada.

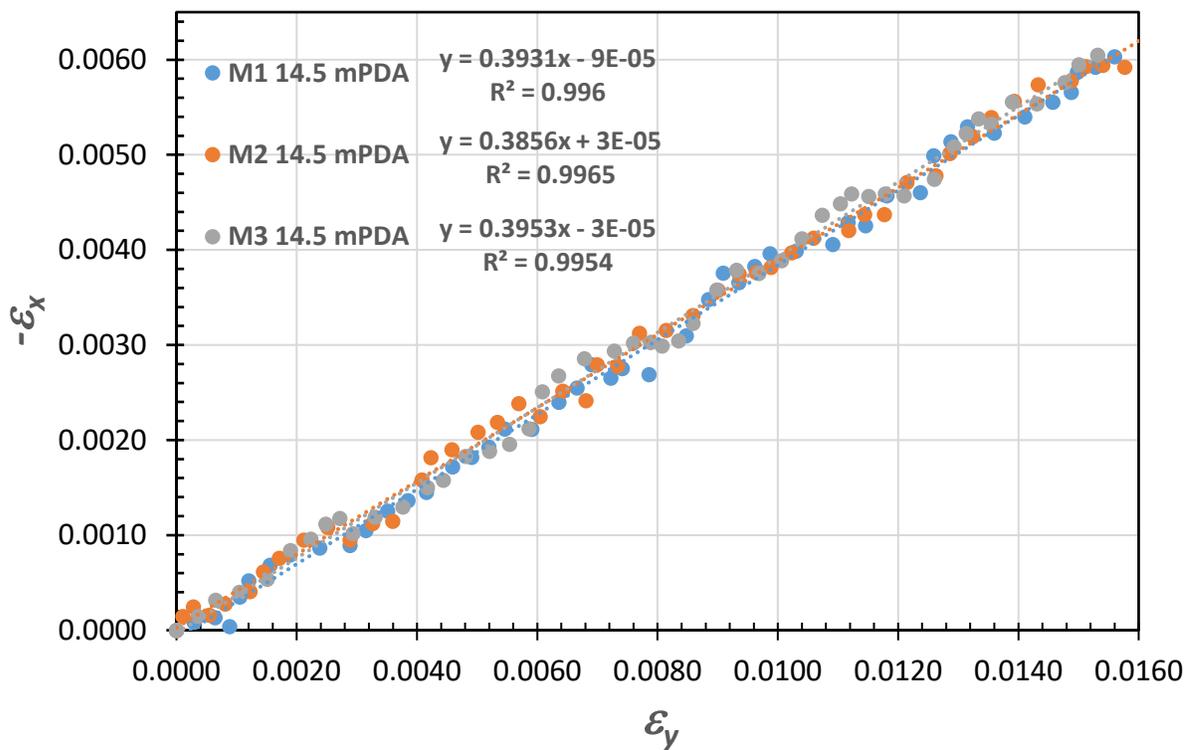


Figura 8. Cálculo de la razón de Poisson de la resina con 14.5 p/p de mPDA.

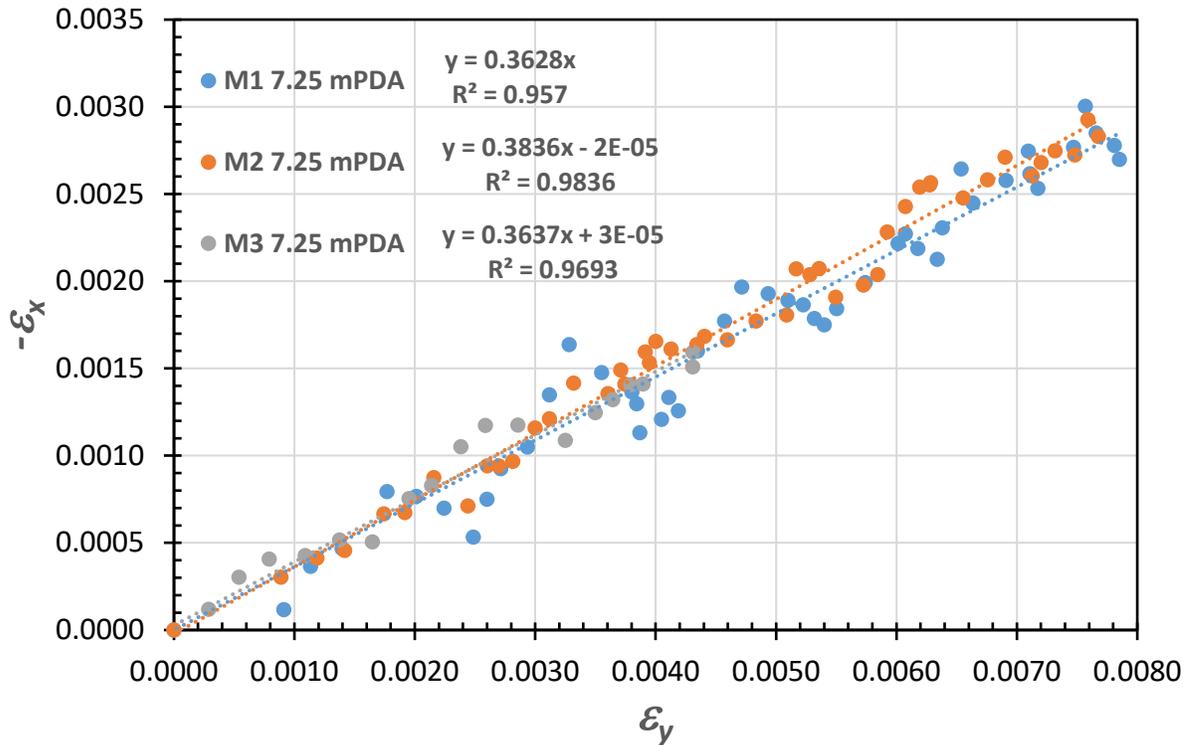


Figura 9. Cálculo de la razón de Poisson de la resina con 7.25 p/p de mPDA.

2.3 Caracterización viscoelástica

Los materiales poliméricos presentan un comportamiento mecánico que depende tanto de la temperatura como del tiempo. Debido a un reordenamiento molecular que sufre el material que busca minimizar los esfuerzos locales. Este comportamiento dependiente del tiempo parece implicar que la única manera de evaluar con precisión el rendimiento del material para una aplicación específica es evaluando al material bajo las condiciones reales de temperatura y tiempo que se someterá en la aplicación. Lo anterior representa muchas dificultades debido a la gama de temperaturas o frecuencias que puede cubrir un instrumento o podría resultar en experimentos extremadamente largos y tediosos. Sin embargo, por medio de la superposición tiempo-temperatura (TTS), se supera la dificultad de extrapolar las pruebas de laboratorio limitadas en tiempos más cortos a condiciones de largo plazo, más reales. Este tratamiento TTS está bien fundamentado en la teoría [52] y puede aplicarse a los datos obtenidos a partir de experimentos de oscilación o relajación.

Las bases subyacentes para la superposición tiempo-temperatura son que los procesos implicados en la relajación molecular o reordenamientos en materiales viscoelásticos ocurren a velocidades aceleradas, a temperaturas más altas y que existe una equivalencia directa entre el tiempo (la frecuencia de medición) y temperatura [53]. Por lo tanto, el tiempo en el que se producen estos procesos puede reducirse llevando a cabo la medición a temperaturas elevadas y trasladando (desplazando) los datos resultantes a temperaturas más bajas [52]. El resultado de este desplazamiento es una "curva maestra" del material a una temperatura de uso final específica que puede predecirse a lo largo de una escala de tiempo amplia.

La cantidad de desplazamiento a lo largo del eje horizontal (tiempo) en un trazado TTS típico requerido para alinear los puntos de datos experimentales individuales en la curva maestra se describe generalmente en polímeros utilizando la ecuación de Williams-Landel-Ferry (WLF). La ecuación de WLF supone que a medida que aumenta el volumen libre del material, su viscosidad disminuye rápidamente.

El comportamiento viscoelástico de una resina polimérica se representa en un modelo numérico con la relajación del módulo elástico a cortante, $G(t)$, y la relajación del módulo volumétrico, $K(t)$. Sin embargo, la variación de $K(t)$ se puede considerar despreciable en la resina epóxica y por lo tanto mantenerse constante en un análisis viscoelástico lineal [8]. Entonces, sólo se requiere conocer la relación de Poisson instantánea, ν_0 , que debido a una K constante, la relación de Poisson también se puede considerar constante e independiente del tiempo implicando un mínimo error en el análisis [54].

2.3.1 Ensayos de relajación

La relajación $G(t)$ de la interfase (7.5 p/p mPDA) y la matriz (14.5 p/p de mPDA) se obtuvo con ensayos de relajación en un reómetro TA Instruments AR-2000 (Figura 10).



a)

b)

Figura 100. En a) el Reómetro modelo TA Instruments AR-2000 y en b) un ejemplo de muestra utilizado para las pruebas de relajación.

Las dimensiones de la muestra y su montaje fue con base en las instrucciones para ensayos con sólidos a torsión documentadas en el modo ayuda del *software* para operar el reómetro AR-2000 llamado “Rheology Advantage Instrument Control AR”. Las dimensiones de las muestras fueron: 52 mm de largo, 12.5 mm de ancho y 4 mm de espesor (ver la Figura 11). La longitud calibrada de la muestra es 12 mm menor a la longitud total de la muestra, esto es debido a que las mordazas tienen una longitud de 6 mm cada una. La muestra se deformó a torsión 0.2% a temperatura constante y el esfuerzo para mantener esta deformación se registró durante 2 horas.

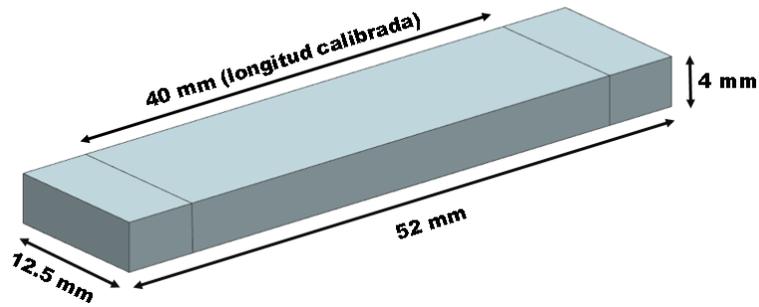


Figura 111. Dimensiones de las muestras del ensayo de relajación requeridas por el reómetro AR-2000.

Se realizaron las pruebas de relajación a diferentes temperaturas constantes. Se realizaron curvas de relajación con la resina con 7.25 p/p de mPDA a 25, 30, 35, 45 y 55 °C, Figura 12, y con la resina con 14.5 p/p a 25, 35, 45, 55, 65, 75, 85, 95, 105, y 115 °C, Figura 13. Para obtener el módulo de relajación a cortante se dividió el esfuerzo a cortante instantáneo entre la deformación a cortante de 0.2% aplicado.

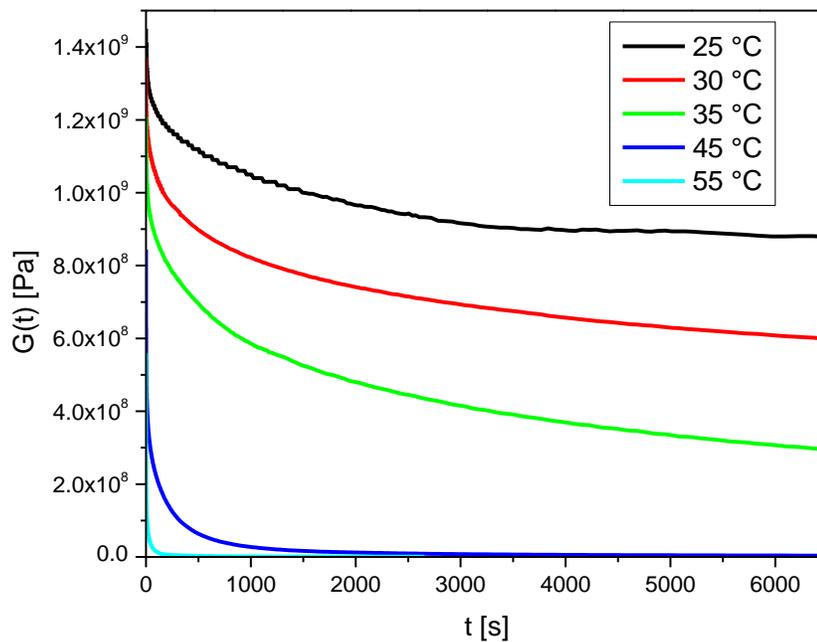


Figura 12. Curvas de relajación a distintas temperaturas del epoxi con 7.25 de p/p de mPDA.

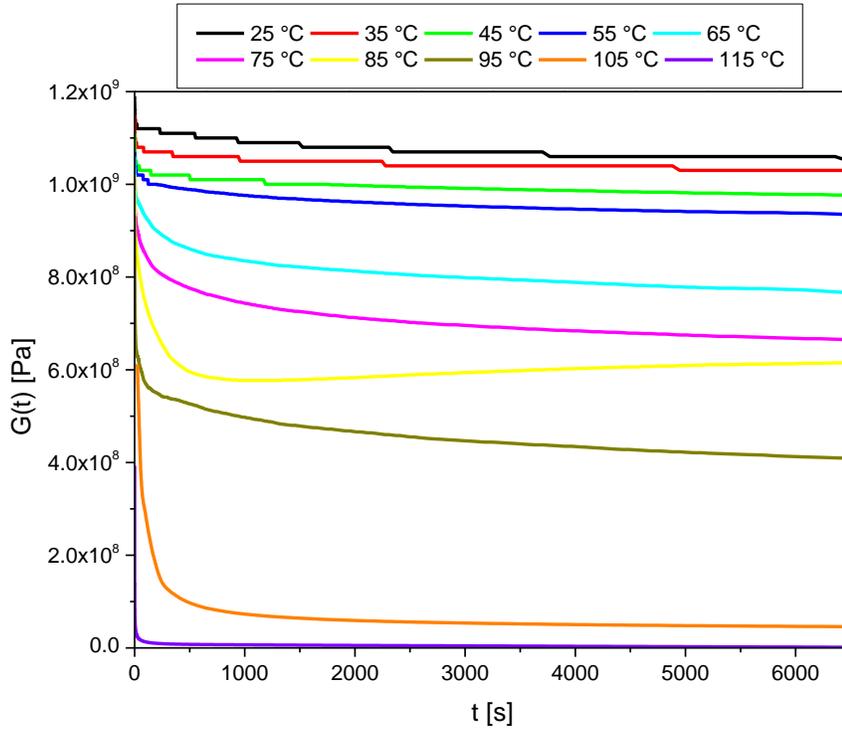


Figura 13. Curvas de relajación a distintas temperaturas del epoxi con 14.5 de p/p de mPDA.

Posteriormente se ajustaron las curvas a una escala logarítmica y luego se realizó una superposición de tiempo-temperatura usando la curva de relajación de 25°C como curva de referencia. Los factores de corrimiento se ajustaron con base en la ecuación de Williams-Landel-Ferry (WLF). La ecuación de WLF se define como:

$$\log a_T = \frac{-C_1(T-T_0)}{C_2+(T-T_0)} \quad (1)$$

Donde $\log a_T$ es el factor de corrimiento de la curva de T a T_0 en escala logarítmica, T_0 es la temperatura de referencia, T es la temperatura de la curva que se va a superponer, C_1 y C_2 son constantes. Las constantes que se obtuvieron para la matriz fue a $C_1= 7.488e7$ y $C_2=4.165e8^\circ\text{K}$ y en la interfase fue $C_1=45.19$, $C_2=130^\circ\text{K}$. Ambos con una $T_0=298.15^\circ\text{K}$ o $T_0=25^\circ\text{C}$. Finalmente, se obtuvo dos curvas maestras creadas con las distintas curvas de relajación que se muestran en la Figuras 12 y 13 y representan la relajación de la interfase y la matriz a 25°C.

Las curvas maestras obtenidas experimentalmente en la interfase y matriz se muestran en las Figuras 14 y 15. Analizando los factores de corrimiento que se obtuvieron con la curva maestra se tiene que cuando se analiza la interfase a una temperatura de 35°C equivale a agregar 19 minutos al tiempo de aplicación de la carga y a 55°C equivaldría a más de 6.6 años. En la matriz a 35°C se le sumaría 49 segundos y a 55°C serías más de 54 horas del tiempo de aplicación de la carga.

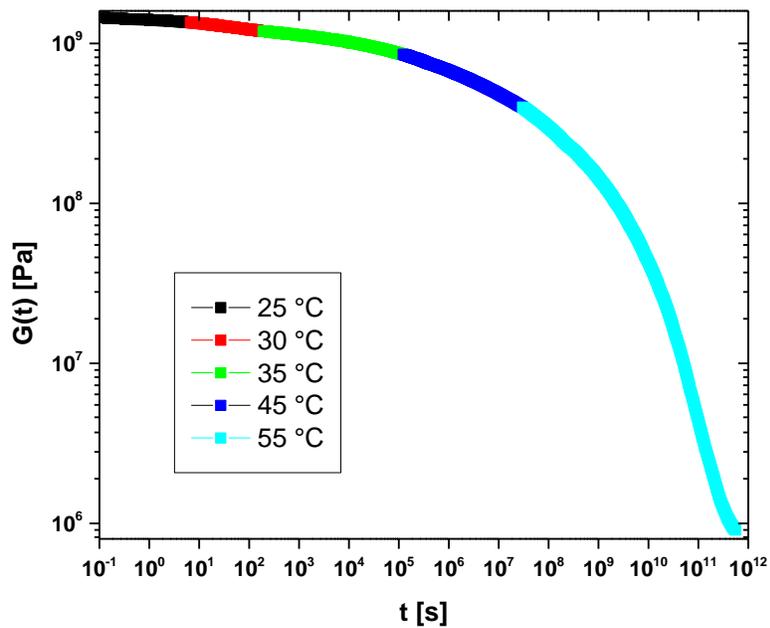


Figura 14. Curva maestra con la temperatura de referencia a 25°C del epoxi con 7.25 de mPDA.

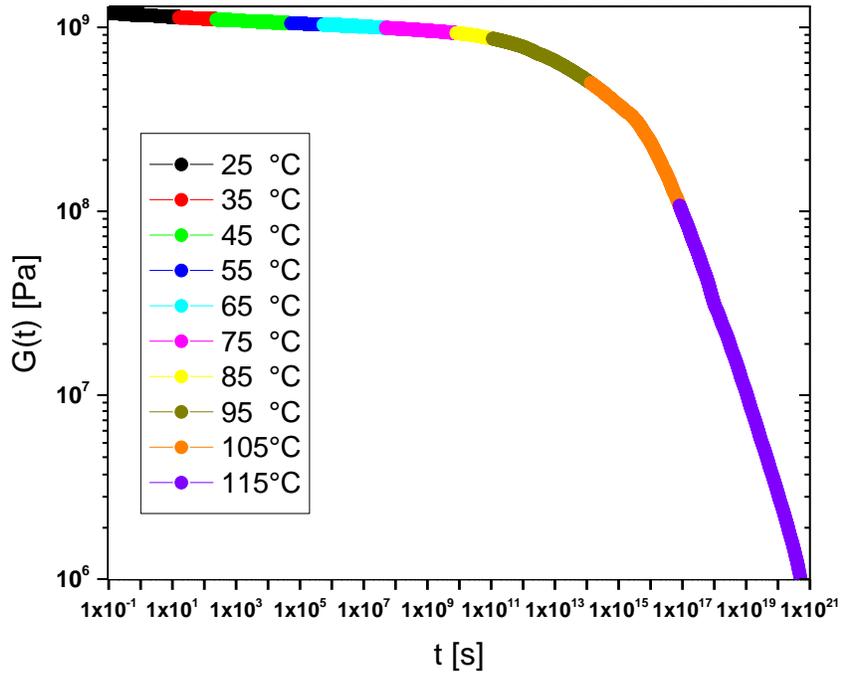


Figura 15. Curva maestra con la temperatura de referencia a 25°C del epoxi con 14.5 de mPDA.

2.3.2 Comportamiento viscoelástico en modelos numéricos

La implementación del comportamiento de la curva maestra en los “softwares” de MEF puede ser por dos formas: introduciendo los datos experimentales o por medio de una expresión matemática. La segunda opción, se realiza generalmente por medio de la serie de expansión de Prony [55]. Esta serie requiere de por lo menos el comportamiento del módulo de elasticidad en cortante (también denominado módulo de rigidez), G , con el tiempo y su serie se define de forma general como:

$$G(t) = G_{\infty} + \sum_{i=1}^N G_i \exp\left(-\frac{t}{\tau_i}\right) \quad (2)$$

donde t es el tiempo que se lleva aplicando una carga, τ_i y G_i son el tiempo de relajación y la rigidez en un elemento de Maxwell i que representa la serie de Prony, N es el número de términos de la serie de Prony y G_{∞} es la rigidez residual que tiene un material cuando está totalmente relajado. Sin embargo en ANSYS, por medio de un re-arreglo matemático se representa de forma relativa de la siguiente manera:

$$G(t) = G_0 \left[\alpha_\infty + \sum_{i=1}^N \alpha_i \exp\left(-\frac{t}{\tau_i}\right) \right] \quad (3)$$

donde G_0 es el módulo elástico en cortante instantáneo, α_i es el módulo relativo G_i/G_0 y α_∞ es el módulo relativo G_∞/G_0 .

Se ajustaron las curvas maestras experimentales de la matriz e interfase con las Series de Prony. Sin embargo, al ser una curva de muy largo plazo fue necesario aplicar el método reportado por Bradshaw y Brinson [56] para obtener los parámetros τ_i , G_i , G_∞ y N de la serie. Este método consiste en forzar a que los coeficientes de rigidez, G_i , sean siempre positivos y se ajusta a un tiempo de relajación por cada década logarítmica que abarque la curva maestra o una curva de relajación. Usando un código de regresión basado en los mínimos cuadrados desarrollado en Matlab[®] se obtuvo los coeficientes para cada respectivo tiempo de relajación asignado. La correlación R^2 fue mayor a 0.99 para las curvas de ajuste de ambas resinas, lo que demuestra la eficacia del método usado. Los términos obtenidos se enlistan en las Tablas 2 y 3. En la Figura 16 se graficaron ambas curvas de relajación, interfase y matriz, que se obtuvieron con las series de Prony y son prácticamente idénticas las curvas de las Figuras 14 y 15 respectivamente.

Tabla 2. Parámetros de la series de Prony de la interfase con $G_0=1.45$ GPa y $\alpha_\infty=1.34e-3$ a 25°C.

Índice i	Módulo relativo $\alpha(i)$	Tiempo de Relajación $\tau(i)$ (min)
1	0.024	1.0E-02
2	0.047	1.0E-01
3	0.091	1.0E+00
4	0.056	1.0E+01
5	0.072	1.0E+02
6	0.108	1.0E+03
7	0.141	1.0E+04
8	0.126	1.0E+05
9	0.136	1.0E+06
10	0.108	1.0E+07
11	0.071	1.0E+08
12	0.019	1.0E+09
13	1.7E-9	1.0E+10

Tabla 3. Parámetros de la series de Prony de la matriz con $G_0=1.19$ GPa y $\alpha_\infty=1.29e-3$ a 25°C .

Índice i	Módulo relativo $\alpha(i)$	Tiempo de Relajación $\tau(i)$ (min)
1	0.018	1.0E-02
2	0.025	1.0E-01
3	0.021	1.0E+00
4	0.020	1.0E+01
5	0.020	1.0E+02
6	0.016	1.0E+03
7	0.013	1.0E+04
8	0.018	1.0E+05
9	0.021	1.0E+06
10	0.021	1.0E+07
11	0.025	1.0E+08
12	0.044	1.0E+09
13	0.079	1.0E+10
14	0.108	1.0E+11
15	0.127	1.0E+12
16	0.097	1.0E+13
17	0.136	1.0E+14
18	0.125	1.0E+15
19	0.043	1.0E+16
20	0.015	1.0E+17
21	0.005	1.0E+18

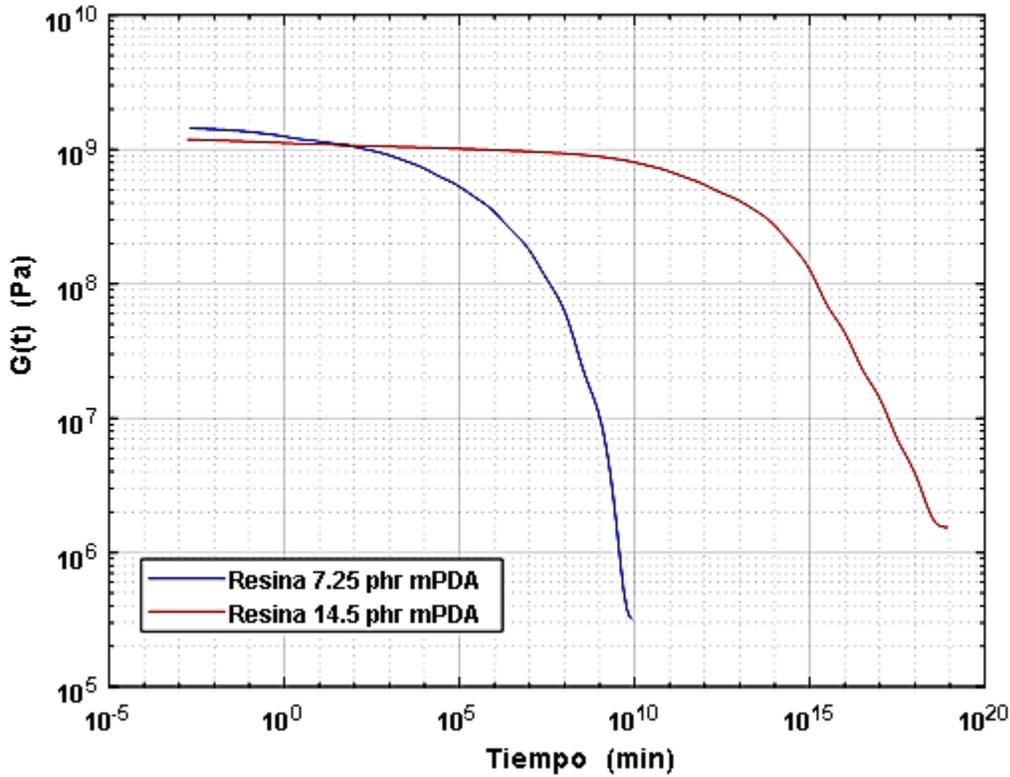


Figura 16. Curvas maestras por medio series de Prony de la interfase (7.25 p/p mPDA) y de la matriz (14.5 p/p mPDA) a 25°C.

De la Figura 16 se puede ver como la interfase es más rígida que la matriz antes de en la década 10^2 minutos donde la matriz empieza a tener mayor rigidez que la interfase debido a que se relaja muy lentamente a comparación de la interfase. Es debido a que la matriz al tener una relación estequiométrica de resina y agente de curado, logra un mayor entrecruzamiento que la interfase [20,23], produciendo que sus propiedades mecánicas sean más estables con el tiempo y la temperatura.

2.4 Propiedades mecánicas

Las propiedades elásticas instantáneas (Módulo elástico axial, E_1 ; Módulo elástico transversal, E_2 ; relación de Poisson en el plano 12, ν_{12} ; Módulo elástico cortante en el plano 12, G_{12} ; relación de Poisson isotrópico, ν ; módulo elástico cortante instantáneo, G_0) que se utilizará en las simulaciones de este trabajo se presentan en la Tabla 4. Las propiedades de

la fibra de carbono se obtuvieron de la literatura [3]. Las propiedades de la matriz e interfase se obtuvieron en dos formas: los módulos elásticos cortantes con las pruebas de relajación y la relación de Poisson con una prueba a tensión con la norma ASTM D638-2a y utilizando un equipo de correlación de imágenes digital

Tabla 4. Propiedades mecánicas de las diferentes fases, algunas propiedades fueron tomadas de la literatura.

Fibra de carbono (Densidad: 1.384 g/cm ³ [3])	Interfase (7.25 p/p de mPDA) (Densidad: 1.21 g/cm ³ [20])	Matriz (14.5 p/p de mPDA) (Densidad: 1.21 g/cm ³ [20])
$E_1 = 241$ GPa [3]	$G_0 = 1.45$ GPa	$G_0 = 1.19$ GPa
$E_2 = 21$ GPa [3]	$\nu = 0.37$	$\nu = 0.39$
$\nu_{12} = 0.25$ [3]	$T_g = 65-75$ °C [10,20]	$T_g = 157$ °C [10,20]
$G_{12} = 28$ GPa [3]		
$G_{23} = 8.3$ GPa [3]		

CAPÍTULO 3

ANÁLISIS MICROMECAÁNICO Y NUMÉRICO

3.1 Distribución de esfuerzos en un fragmento de fibra

Del proceso de fragmentación se considera un fragmento de fibra como fue realizado por Ho y Drzal [15]. Este fragmento de fibra está rodeado por una matriz. Si se considera que la fracción de volumen de FC en el compuesto es baja, habrá suficiente distancia entre las fibras y el campo de esfuerzos que se genera entre las fibras no se concentrará ni afectará las distribuciones de esfuerzos locales. Por lo tanto, se considerará como un fragmento de fibra aislada. Este fragmento se modeló como un cilindro de tres fases (fibra, interfase y matriz) donde se puede aprovechar la simetría axial, así como la simetría con el eje axial y radial como se muestra en la Figura 17.

La distribución de los esfuerzos del fragmento de fibra es similar al que presenta una fibra corta en un material compuesto. En la Figura 18 se puede observar a lo largo del eje axial de la fibra la distribución típica del esfuerzo axial o normal y el esfuerzo cortante en la interface fibra-matriz que para el caso de un modelo de tres fases, el esfuerzo cortante en la interface fibra-interfase tiende a ser muy similar al de la interface interfase-matriz [7].

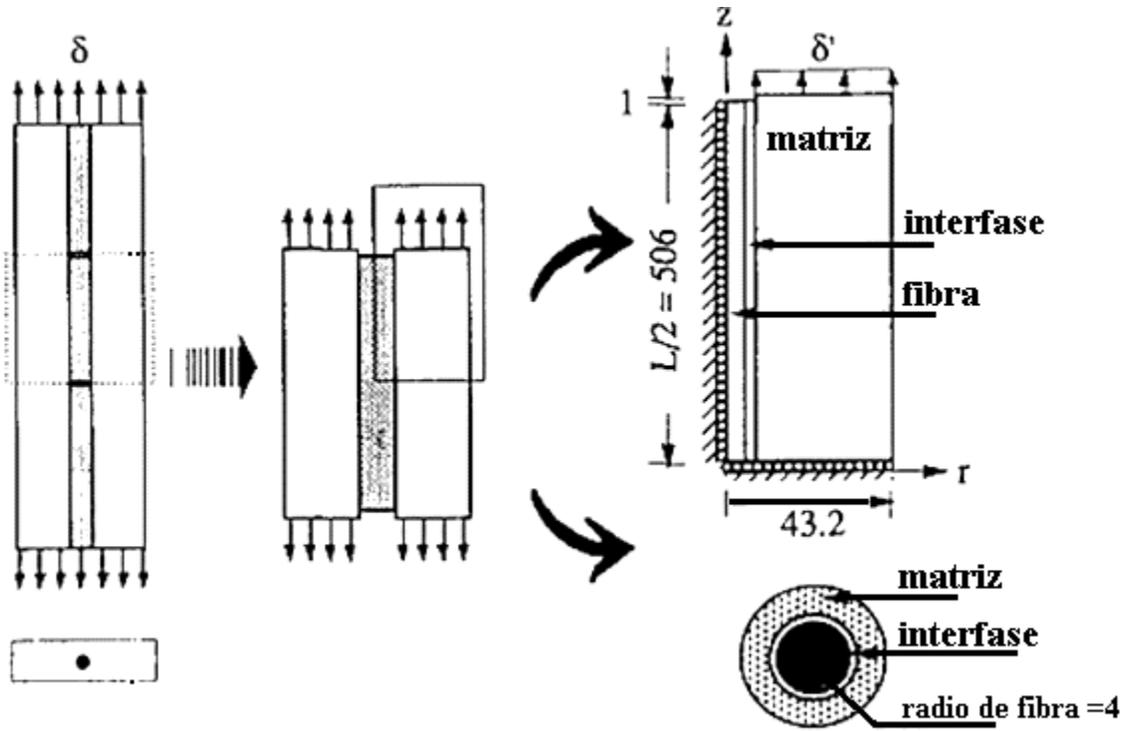


Figura 17. Simplificación del modelo de un fragmento de fibra realizado por Ho y Drzal [15].
Figura sin escala con unidades en micras.

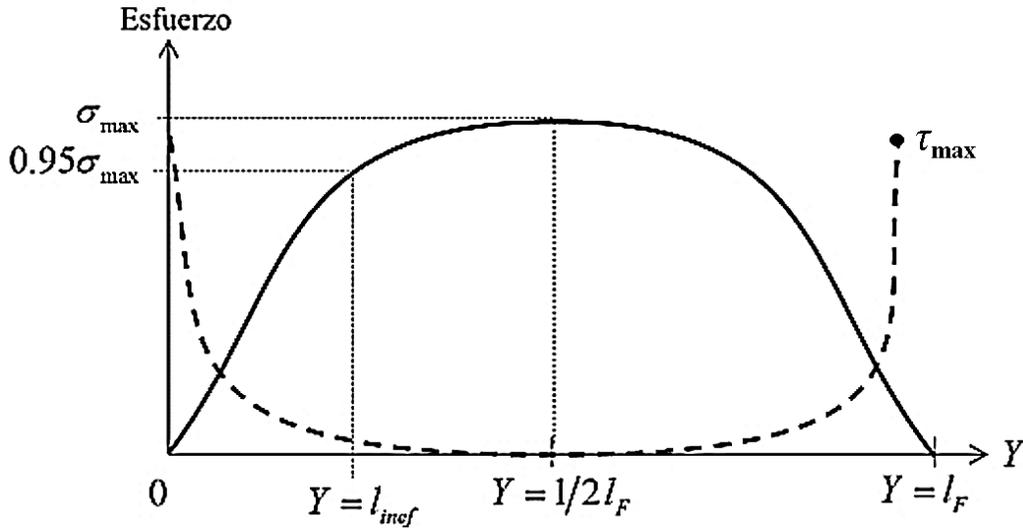


Figura 18. Distribución de esfuerzos típica en una fibra e interface. La línea sólida indica el esfuerzo axial en la fibra y la discontinua el esfuerzo cortante en la interface [21]. l_F indica la longitud de la fibra.

La distribución de esfuerzos de la Figura 18 indica el comportamiento de cómo se transmite la carga de la matriz hacia la fibra. Pero, se requiere analizar parámetros escalares que representen el comportamiento de la distribución de esfuerzos. Entre los más representativos se encuentran la longitud inefectiva, l_{inef} , el esfuerzo cortante máximo, τ_{max} , y el esfuerzo axial máximo en la fibra, σ_{max} .

La longitud inefectiva es un parámetro relacionado a la longitud crítica y se va definir como la distancia dentro de la cual el esfuerzo axial de la fibra recupera el 95% de su valor máximo. También representa una medida de la capacidad de carga máxima que puede soportar la fibra [57]. El esfuerzo cortante máximo es determinante ya que es un parámetro relacionado a la resistencia al cortante máximo en la interface. Por último, si el esfuerzo axial máximo en la fibra es superior al de la resistencia a la tensión de la fibra, la fibra se fragmentará. Por lo tanto, es interesante observar como varían estos resultados conforme se varíen parámetros relacionados a la viscoelasticidad y de la geometría del modelo.

También se obtuvo el esfuerzo radial que actúa sobre la fibra y se representó como $|\sigma_r|_f$. Este esfuerzo representa la magnitud del esfuerzo a compresión que se ejerce en la fibra en la ubicación $Y=0$, es decir, en el eje de simetría paralelo al eje X del modelo de tres fases. En la Figura 19 se esquematiza la magnitud del esfuerzo radial sobre la fibra. Este esfuerzo se mantiene homogéneo a lo largo de casi toda la fibra, siendo únicamente diferente en las cercanías a la zona de singularidad del modelo, es decir, al final de la fibra antes de llegar a la zona del retroceso.

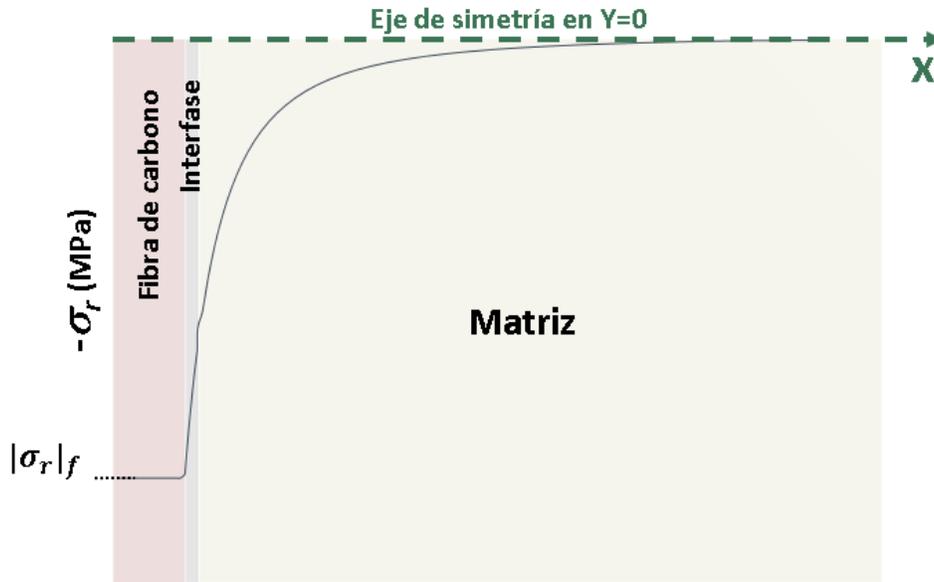


Figura 19. Esquema del esfuerzo radial promedio sobre la fibra que se discutirá en el análisis paramétrico.

3.2 Método micromecánico de Mori-Tanaka

El método de Mori-Tanaka es una herramienta popular para obtener las propiedades efectivas de un compuesto con inclusiones de diferentes geometrías [58–60]. Básicamente este método lo que realiza es una regla de mezclas con el tensor de la matriz y el tensor de la o las inclusiones no diluidas a considerar, obteniéndose un tensor elástico efectivo que represente las propiedades promedio del material compuesto.

Este trabajo se enfoca en el caso donde cada fase de inclusión está alineada u orientada aleatoriamente en un espacio de dos a tres dimensiones. Para la siguiente derivación, primero consideramos el caso donde las inclusiones están unidireccionalmente alineadas dentro de la matriz. Una vez que se hayan determinado los parámetros necesarios para este caso, se introducirán las transformaciones tensoriales apropiadas y los procedimientos apropiados para obtener el tensor de Mori-Tanaka considerando orientaciones aleatorias de sus inclusiones.

3.2.1 Obtención de las ecuaciones constitutivas para un material ortotrópico

El libro de Hyer [2] cuenta con una extensa explicación sobre las ecuaciones constitutivas para un material ortotrópico aplicado en un material reforzado con fibras continuas que serán útiles de entender para el análisis de Mori-Tanaka. Entonces, es necesario tener los tensores de elasticidad o matriz de rigidez de los NTCs y de la interfase.

Partiendo con la obtención de la matriz de “compliance”, que es el tensor que permite obtener las deformaciones a partir de los esfuerzos y que depende de los módulos independientes $(E_1, E_2, E_3, G_{12}, G_{13}, G_{23})$ y de las relaciones de Poisson independientes $(\nu_{12}, \nu_{13}, \nu_{23})$ de un material ortotrópico, y se obtiene con la siguiente ecuación:

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \gamma_{23} \\ \gamma_{13} \\ \gamma_{12} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} & 0 & 0 & 0 \\ S_{12} & S_{22} & S_{23} & 0 & 0 & 0 \\ S_{13} & S_{23} & S_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & S_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & S_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & S_{66} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \tau_{23} \\ \tau_{13} \\ \tau_{12} \end{pmatrix} \quad (4)$$

Donde

$$\begin{aligned} S_{11} &= \frac{1}{E_1} & S_{12} &= -\frac{\nu_{12}}{E_1} & S_{13} &= -\frac{\nu_{13}}{E_1} \\ S_{22} &= \frac{1}{E_2} & S_{23} &= -\frac{\nu_{23}}{E_2} & S_{33} &= \frac{1}{E_3} \\ S_{44} &= \frac{1}{G_{23}} & S_{55} &= \frac{1}{G_{13}} & S_{66} &= \frac{1}{G_{12}} \end{aligned}$$

Luego si la matriz de “compliance” se invierte se obtiene la matriz de rigidez. Por lo tanto, es posible obtener la ecuación constitutiva para un material ortotrópico elástico y queda como:

$$\begin{pmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \tau_{23} \\ \tau_{13} \\ \tau_{12} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{22} & C_{23} & 0 & 0 & 0 \\ C_{13} & C_{23} & C_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{66} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \gamma_{23} \\ \gamma_{13} \\ \gamma_{12} \end{pmatrix} \quad (5)$$

donde:

$$\begin{aligned}
 C_{11} &= \frac{S_{22}S_{33} - S_{23}S_{23}}{S} & C_{12} &= \frac{S_{13}S_{23} - S_{12}S_{33}}{S} \\
 C_{22} &= \frac{S_{33}S_{11} - S_{13}S_{13}}{S} & C_{13} &= \frac{S_{12}S_{23} - S_{13}S_{22}}{S} \\
 C_{33} &= \frac{S_{11}S_{22} - S_{12}S_{12}}{S} & C_{23} &= \frac{S_{12}S_{13} - S_{23}S_{11}}{S} \\
 C_{44} &= \frac{1}{S_{44}} & C_{55} &= \frac{1}{S_{55}} & C_{66} &= \frac{1}{S_{66}}
 \end{aligned}$$

y

$$S = S_{11}S_{22}S_{33} - S_{11}S_{23}S_{23} - S_{22}S_{13}S_{13} - S_{33}S_{12}S_{12} + 2S_{12}S_{23}S_{13}$$

Con las ecs. (4) y (5) se puede obtener el tensor de elasticidad para el caso de un material ortotrópico en términos de las propiedades mecánicas. Dependiendo de las simetrías o términos independientes es posible tener casos más simplificados como un material transversalmente isotrópico e isotrópico.

Utilizando el sistema de coordenadas que definió Hernández-Ramírez [50] y que se esquematiza en la Figura 20. Resaltan que el eje x_1 representa la dirección radial donde se alinearán los NTCs, el eje x_2 representa la dirección axial de la FC y el eje x_3 representa la dirección tangencial.

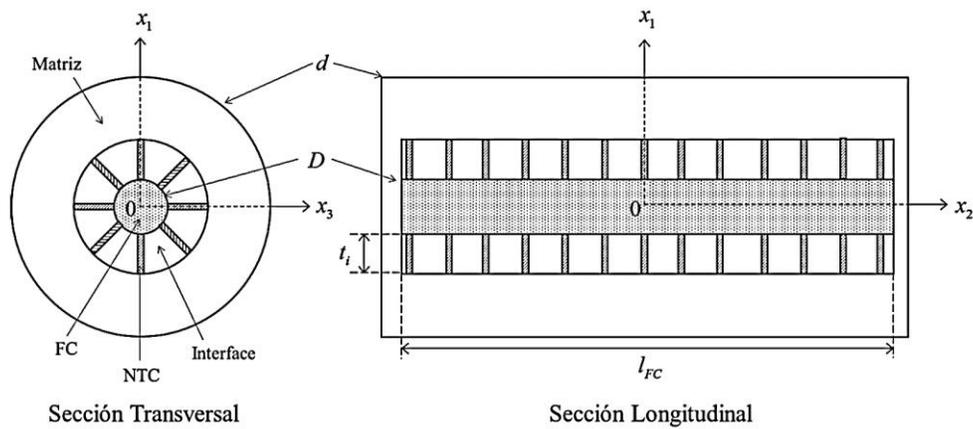


Figura 20. Sistema de coordenadas globales aplicado al modelo monofilamento por Hernández-Ramírez [50].

En el método de Mori-Tanaka se requiere conocer el tensor de elasticidad, $[C^M]$, y de “compliance”, $[D^M]$, de la matriz y el tensor de elasticidad de los refuerzos, $[C^{NTC}]$. En este trabajo se requieren las propiedades efectivas de la interfase reforzada con NTCs, por eso el material de la matriz fue la resina de la interfase (7.25 p/p de mPDA) y los refuerzos son los NTCs. Las propiedades de la interfase se encuentran en la Tabla 4 y las propiedades de los NTC fueron los obtenidos por Seidel y Lagoudas [61] y se reporta en la Tabla 5.

Tabla 5. Propiedades de los Nanotubos de Carbono recolectado en [61].

Nanotubo de carbono
$E_1= 704$ GPa
$E_2= 345$ GPa
$\nu_{12}= 0.14$
$\nu_{23}= 0.3764$
$G_{12}= 227$ GPa

El tensor de elasticidad de los nanotubos, $[C^{NTC}]$, utilizado fue:

$$[C^{NTC}] = \begin{bmatrix} 726.38 & 79.915 & 79.915 & 0 & 0 & 0 \\ 79.915 & 410.74 & 160.08 & 0 & 0 & 0 \\ 79.915 & 160.08 & 410.74 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 125.33 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 227.00 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 227.00 \end{bmatrix} GPa \quad (6)$$

Se puede notar de la ec. (6) que el tensor de elasticidad del NTC es transversalmente isotrópico con la dirección x_1 (radial) distinto a los valores del plano formado por los ejes x_2 y x_3 . Y el tensor de la interfase fue:

$$[C^M]_{interfase} = \begin{bmatrix} 7.0269 & 4.1269 & 4.1269 & 0 & 0 & 0 \\ 4.1269 & 7.0269 & 4.1269 & 0 & 0 & 0 \\ 4.1269 & 4.1269 & 7.0269 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1.4500 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1.4500 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1.4500 \end{bmatrix} GPa \quad (7)$$

Y aplicando la inversa de $[C^M]_{interfase}$ obtenemos su tensor de “compliance”:

$$[D^M]_{interfase} = [C^M]_{interfase}^{-1} \quad (8)$$

La interfase es un material isotrópico como se puede ver en su tensor de elasticidad, ec. (7). En el desarrollo del método de Mori-Tanaka, se utilizó las propiedades de la interfase como la matriz del método. Por lo que se hará la notación $[C^M] = [C^M]_{interfase}$ y $[D^M] = [D^M]_{interfase}$ para facilitar la redacción.

3.2.2 Método Mori-Tanaka para inclusiones alineadas unidireccionalmente

Si el material compuesto se conforma de N fases; la matriz se denotará como fase 0 con una rigidez correspondiente C_0 y fracción de volumen f_0 , mientras que una fase de inclusión r_{th} arbitraria (donde $r = 1$ hasta $N-1$) tiene una rigidez de C_r y una fracción de volumen f_r . Se supone que cada fase es linealmente elástica e isotrópica, y se supone una unión perfecta entre las inclusiones y la matriz. Además que las inclusiones son elipsoidales con una sección transversal circular, una relación de aspecto α_r (relación de longitud a diámetro) que tiende a infinito, y se alinean a lo largo del eje x_1 (radial) como se muestra en la Figura 21.

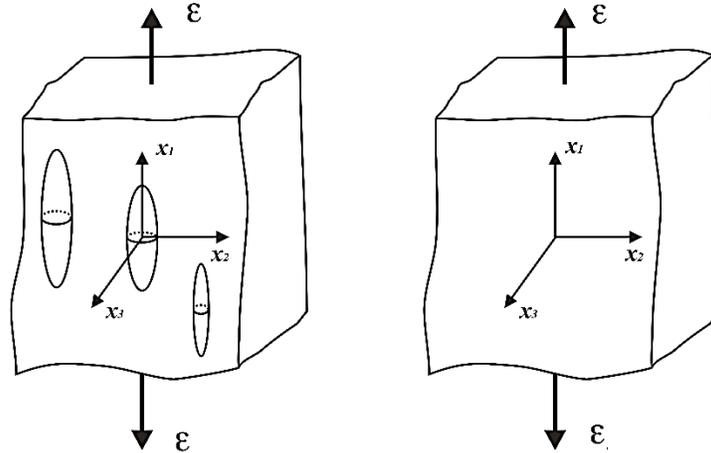


Figura 21. Nanocompuesto con inclusiones de NTCs (izquierda) y un material nanocompuesto efectivo por medio de Mori-Tanaka (derecha) [62].

Se puede considerar los dos modelos que se muestran en la Figura 21, que representan el modelo compuesto y un "material de comparación" con propiedades efectivas idénticas. Para obtener el material con propiedades efectivas se utilizó el método de Mori-Tanaka. Una explicación y desarrollo del método de Mori-Tanaka se encuentra a detalle en la literatura [58]. Sin embargo, se hará una breve explicación en términos prácticos a continuación.

En la Figura 22 se encuentra un diagrama del procedimiento que se siguió para obtener las propiedades efectivas en orientación unidireccional y aleatoria en 2D. Primero se requieren los tensores de elasticidad de los Nanotubos de carbono, $[C^{NTC}]$, y de la matriz $[C^M]$. Así como la fracción de volumen de los NTCs, φ_{NTC} . Siguiendo, se genera el tensor de Eshelby, $\langle S_i \rangle$, el cual depende de la geometría de las inclusiones a utilizar. En este caso un NTC se modela como un alfiler y por tanto el tensor de Eshelby se reduce al siguiente caso:

$$S_i = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{0.5\nu_m}{1-\nu_m} & \frac{(5-4\nu_m)}{8(1-\nu_m)} & \frac{(4\nu_m-1)}{8(1-\nu_m)} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{0.5\nu_m}{1-\nu_m} & \frac{(4\nu_m-1)}{8(1-\nu_m)} & \frac{(5-4\nu_m)}{8(1-\nu_m)} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{(3-4\nu_m)}{8(1-\nu_m)} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{4} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{4} \end{bmatrix} \quad (9)$$

Donde ν_m es la razón de Poisson de la matriz, en este caso la resina de la interfase (7.25 p/p de mPDA). Para casos más generales del tensor de Eshelby se puede consultar en [62]. Luego hay que generar el tensor de concentración de deformaciones locales, \mathbf{T} , y obtener el tensor de polarización ponderado por la concentración de volumen, \mathbf{P} . En el caso del tensor \mathbf{T} se va acumulando la \mathbf{T} de cada inclusión a considerar y en este caso fue sólo una inclusión, los NTCs. Las ecs. (10) y (11) muestra cómo se obtienen \mathbf{T} y \mathbf{P} :

$$\mathbf{T} = \{\mathbf{I} + \mathbf{S}_i * \mathbf{D}^M(\mathbf{C}^{NTC,i} - \mathbf{C}^M)\}^{-1} \quad (10)$$

$$\mathbf{P} = \mathbf{P} + \varphi_{NTC,i}(\mathbf{C}^{NTC,i} - \mathbf{C}^M) * \mathbf{T} \quad (11)$$

Donde \mathbf{I} es la matriz identidad de 6 x 6 y \mathbf{D}^M el tensor de “compliance” o flexibilidad de la matriz. Finalmente, se obtiene el tensor de Mori-Tanaka unidireccional, $\mathbf{C}_{(MT)}^*$, al realizar la siguiente expresión con los tensores y datos generados:

$$\mathbf{C}_{(MT)}^* = \mathbf{C}^M + \mathbf{P}/\mathbf{T}_{total} \quad (12)$$

El procedimiento anterior de forma más generalizada para N fases de un material compuesto se resume en la siguiente expresión en notación tensorial:

$$\mathbf{C}_{ijkl}^* = \sum_{r=0}^N \varphi_r \mathbf{C}_{ijrs}^{(r)} \mathbf{T}_{rsmn}^{(r)} \left[\sum_{p=0}^Q \varphi_p \mathbf{T}_{mnkl}^{(p)} \right]^{-1} \quad (13)$$

donde Q el número de inclusiones que en este caso es $N-1$.

Finalmente, todo el procedimiento efectuado en este trabajo de tesis para obtener los tensores de Mori-Tanaka alineados unidireccionalmente y aleatoriamente se presenta en la Figura 22.

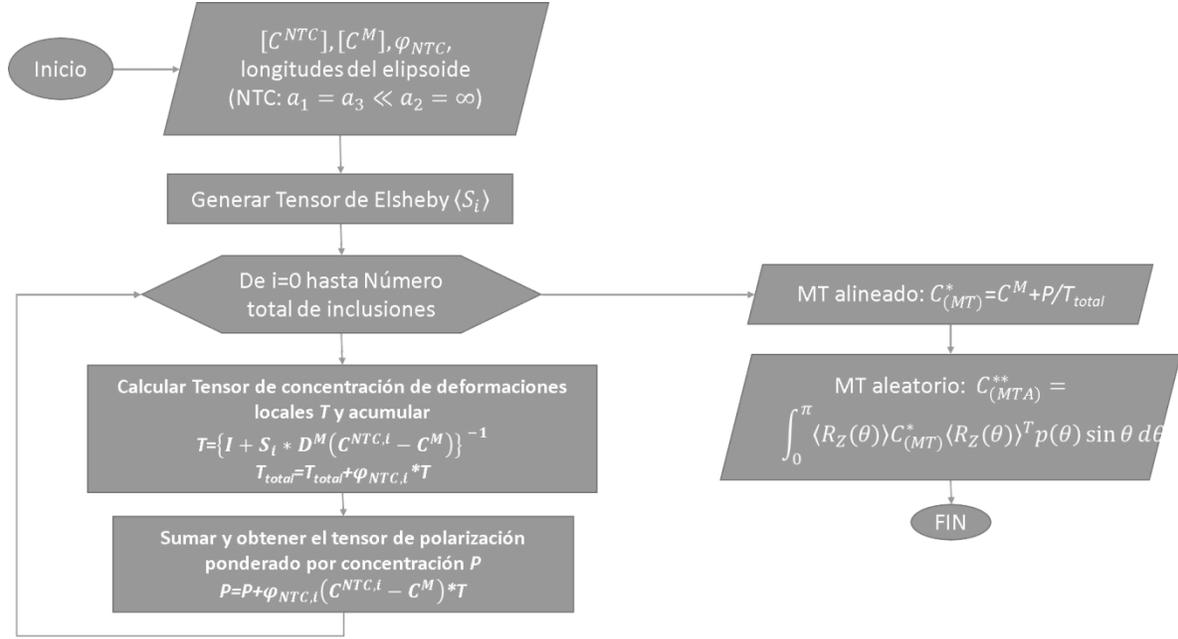


Figura 22. Diagrama de flujo para obtener los tensores de Mori-Tanaka con operaciones matriciales donde a_1 , a_2 y a_3 son parámetros geométricos para dimensionar la inclusión en el tensor de Eshelby.

3.2.3 Método Mori-Tanaka para inclusiones alineadas aleatoriamente

El método de Mori-Tanaka explicado en la sección anterior sólo considera una orientación unidireccional para todo el volumen de NTCs que se considere. Sin embargo ese caso es muy poco probable en la escala nanométrica debido a lo complicado que es dispersar, orientar y distribuir los nanotubos. Además, por su geometría tienden a tener curvaturas que implica otra consideración matemática [43]. Sin embargo, cuando las fases de inclusión se orientan aleatoriamente en la matriz, determinar la rigidez efectiva del nanocompuesto se puede lograr por medio de promedios orientativos [60,62]. Estos promedios se pueden obtener por medio de la integración de una función de probabilidades que puedan tener las inclusiones en un espacio de coordenadas esféricas. Con ello se obtiene un nanocompuesto con un comportamiento más parecido a lo experimental considerando que los NTCs no toman una orientación preferencial durante su deposición en la fibra. Esta teoría fue desarrollada por Tandon y Weng [63].

Es posible considerar una doble rotación en coordenadas esféricas de las orientaciones de los NTCs en el eje y' y z' , ver Figura 23. La rotación en el eje x' no tendría sentido con los nanotubos debido a su geometría cilíndrica que presenta una simetría axial en el eje radial, X. La razón para considerar la doble rotación es que se consigue una simetría transversalmente isotrópica teniendo como el plano isotrópico al plano formado por los ejes X y Y, que se utiliza como plano a rotar en el modelo axisimétrico de una sola fibra. La dirección tangencial (33) y sus componentes derivados (13, 23) son anisotrópicos. Con ello es posible considerar una viscoelasticidad isotrópica en el plano XY y despreciar la relajación anisotrópica en las direcciones 33, 13 y 23 que no se consideran en un modelo 2D axisimétrico.

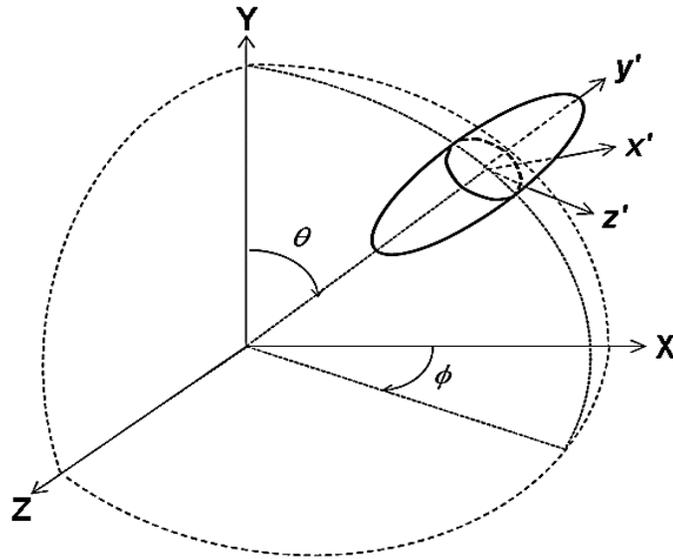


Figura 23. Orientación relativa de los nanotubos con respecto al sistema ortogonal del modelo numérico.

Para obtener el tensor de elasticidad con orientación aleatoria tridimensional primero hay que considerar las matrices rotacionales para el eje z' y y' :

$$R_z(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) & 0 \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (14)$$

$$R_y(\phi) = \begin{pmatrix} \cos(\phi) & 0 & \sin(\phi) \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin(\phi) & 0 & \cos(\phi) \end{pmatrix} \quad (15)$$

Las matrices rotaciones anteriores dependen del ángulo θ y ϕ . Para poder rotar el tensor de elasticidad que se obtiene con el método de Mori-Tanaka con orientación radial en el eje X, primero hay que multiplicar $R_Z(\theta)$ y $R_Y(\phi)$ y se obtiene:

$$R_{ZY}(\theta, \phi) = \begin{pmatrix} \cos(\theta)\cos(\phi) & -\sin(\theta) & \cos(\theta)\sin(\phi) \\ \sin(\theta)\sin(\phi) & \cos(\theta) & \sin(\theta)\sin(\phi) \\ -\sin(\phi) & 0 & \cos(\phi) \end{pmatrix} \quad (16)$$

Para simplificar un procedimiento tensorial con operaciones matriciales y facilitar su implementación de forma computacional, es necesario transformar la matriz rotacional $R_{ZY}(\theta, \phi)$ en una matriz de rotación de 6 x 6 equivalente, R^* con la siguiente transformación:

$$R_{ij}^* = \begin{pmatrix} R_{11}^2 & R_{12}^2 & R_{13}^2 & 2R_{12}R_{13} & 2R_{11}R_{13} & 2R_{11}R_{12} \\ R_{21}^2 & R_{22}^2 & R_{23}^2 & 2R_{22}R_{23} & 2R_{21}R_{23} & 2R_{21}R_{22} \\ R_{31}^2 & R_{32}^2 & R_{33}^2 & 2R_{32}R_{33} & 2R_{31}R_{33} & 2R_{31}R_{32} \\ R_{21}R_{31} & R_{22}R_{32} & R_{23}R_{33} & R_{22}R_{33} + R_{23}R_{32} & R_{21}R_{33} + R_{23}R_{31} & R_{21}R_{32} + R_{22}R_{31} \\ R_{11}R_{31} & R_{12}R_{32} & R_{13}R_{33} & R_{12}R_{33} + R_{13}R_{32} & R_{11}R_{33} + R_{13}R_{31} & R_{11}R_{32} + R_{12}R_{31} \\ R_{11}R_{21} & R_{12}R_{22} & R_{13}R_{23} & R_{12}R_{23} + R_{13}R_{22} & R_{11}R_{23} + R_{13}R_{21} & R_{11}R_{22} + R_{12}R_{21} \end{pmatrix} \quad (17)$$

Donde R_{ij} son los componentes de la matriz de rotación de 3x3, $R_{ZY}(\theta, \phi)$, y R_{ij}^* es la matriz de rotación de 6x6 equivalente. Finalmente, al contar con una matriz 6x6 que represente la rotación es posible aplicar la ecuación de Tandon y Weng de rotación aleatoria 3D de forma directa al tensor de rigidez de Mori-Tanaka con operaciones matriciales de la siguiente manera:

$$C_{(MTA)}^{**} = \frac{1}{2\pi} \int_0^\pi \int_0^\pi \langle R_{ZY}^*(\theta, \phi) \rangle C_{(MT)}^* \langle R_{ZY}^*(\theta, \phi) \rangle^T \sin \phi \, d\phi \, d\theta \quad (18)$$

Dado que la expresión anterior es una doble integral definida, es posible obtener la solución exacta que dependan únicamente de los componentes del tensor de Mori-Tanaka, simplificando la ec. (18) en operaciones aritméticas y se presentan a continuación:

$$\begin{aligned}
C_{11}^{MTA^{**}} &= \frac{3}{40}C_{11}^{MT} + \frac{11}{60}C_{12}^{MT} + \frac{23}{40}C_{22}^{MT} + \frac{1}{6}C_{23}^{MT} + \frac{1}{3}C_{44}^{MT} + \frac{11}{30}C_{66}^{MT} \\
C_{12}^{MTA^{**}} &= \frac{1}{40}C_{11}^{MT} + \frac{17}{60}C_{12}^{MT} + \frac{23}{120}C_{22}^{MT} + \frac{1}{2}C_{23}^{MT} - \frac{1}{3}C_{44}^{MT} - \frac{1}{10}C_{66}^{MT} \\
C_{13}^{MTA^{**}} &= \frac{1}{15}C_{11}^{MT} + \frac{7}{10}C_{12}^{MT} + \frac{1}{15}C_{22}^{MT} + \frac{1}{6}C_{23}^{MT} - \frac{4}{15}C_{66}^{MT} \\
C_{22}^{MTA^{**}} &= C_{11}^{MTA^{**}} \\
C_{23}^{MTA^{**}} &= C_{13}^{MTA^{**}} \\
C_{33}^{MTA^{**}} &= \frac{8}{15}C_{11}^{MT} + \frac{4}{15}C_{12}^{MT} + \frac{1}{5}C_{22}^{MT} + \frac{8}{15}C_{66}^{MT} \\
C_{44}^{MTA^{**}} &= \frac{1}{15}C_{11}^{MT} - \frac{2}{15}C_{12}^{MT} + \frac{1}{15}C_{22}^{MT} + \frac{1}{6}C_{44}^{MT} + \frac{17}{30}C_{66}^{MT} \\
C_{55}^{MTA^{**}} &= C_{44}^{MTA^{**}} \\
C_{66}^{MTA^{**}} &= \frac{1}{2}(C_{22}^{MTA^{**}} - C_{12}^{MTA^{**}})
\end{aligned} \tag{19}$$

La ec. (18) puede ser simplificado para una orientación aleatoria en un plano considerando solo la rotación del eje z' de la siguiente manera:

$$C_{(MTA)}^* = \frac{1}{\pi} \int_0^\pi \langle R_z^*(\theta) \rangle C_{(MT)}^* \langle R_z^*(\theta) \rangle^T \sin \theta d\theta \tag{20}$$

donde $C_{(MTA)}^*$ representa el tensor de elasticidad de Mori-Tanka con orientaciones los NTC en un plano formado por los ejes axial y radial.

3.3 Modelo de Elemento Finito

El método de elemento finito (MEF) es un método numérico que permite resolver ecuaciones diferenciales parciales de forma matricial con la discretización del dominio continuo con elementos y sus respectivos nodos, teniendo como resultado los desplazamientos nodales y con ello se puede estimar las deformaciones. También por medio de una ecuación constitutiva se obtienen los esfuerzos correspondientes a cada

deformación en los elementos. Para más información sobre el MEF se recomienda consultar la siguiente literatura [64–66].

En este trabajo se modeló un fragmento de fibra de una prueba de fragmentación como se muestra en la Figura 17. Para ello se recurre a un modelo monofilamento de tres fases. En la Figura 24-a) se muestra de forma esquemática las condiciones de frontera y variables geométricas que contiene el modelo. En la Figura 24-b) se muestra su implementación en 2D axisimétrico en el paquete ANSYS y en la Figura 24-c) se muestra una vista expandida en 3D para demostrar que se implementa de forma adecuada la simetría axial. En el borde superior de la fase “Matrix” se aplica un desplazamiento u_1 que representa la carga. Para lograr la simetría se aplicaron las siguientes restricciones: en el borde inferior de las tres fases se restringió el movimiento traslacional con dirección del eje Y y se aplicó una restricción de movimiento traslacional hacia la dirección del eje X en el borde izquierdo del modelo. Las propiedades del material para cada fase son las reportadas en la Tabla 4.

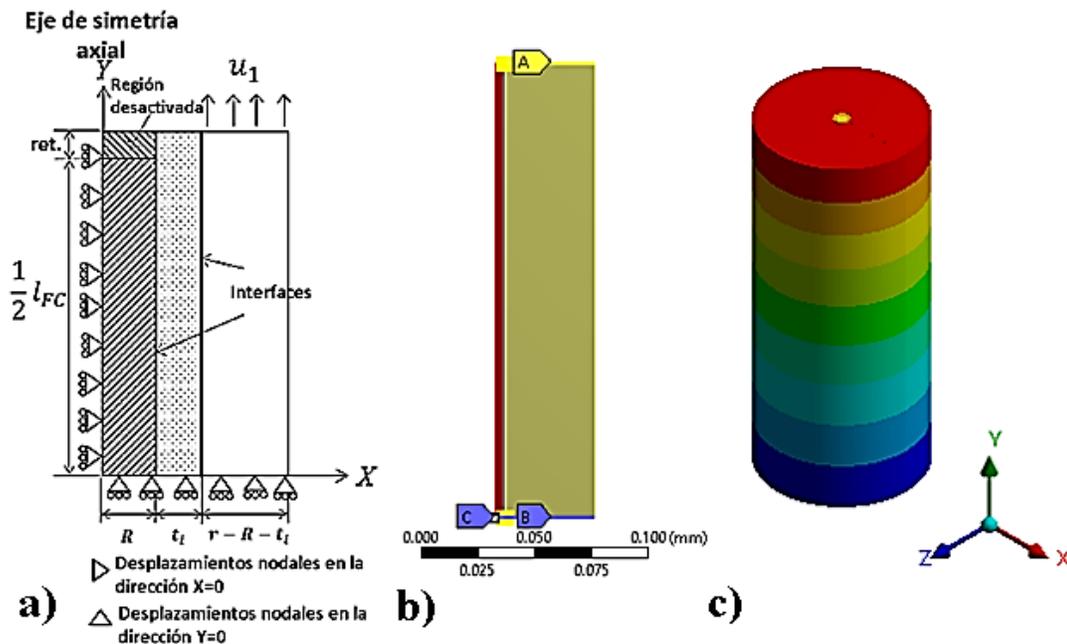


Figura 24. Modelo monofilamento MEF: a) esquemático, b) en ANSYS 2D, c) vista expandida en 3D.

El número, tamaño y densidad de la malla en un análisis MEF dependen del fenómeno o proceso que se desea simular. Por medio del MEF se obtienen las deformaciones y por medio de una ecuación constitutiva se puede obtener los esfuerzos en cada elemento. Estos

esfuerzos son interpolados a lo largo de los elementos de forma lineal o de orden superior según el grado de interpolación. Aumentar el grado de interpolación equivale en aumentar el número de grados de libertad al igual que aumentar la densidad de elementos. Aumentar los grados de libertad no siempre lleva a la convergencia, debido a que pueden existir singularidades como curvas o cambios de sección afiladas de 90° . En un análisis de convergencia se debe observar el comportamiento de un nodo, elemento o valores pico bajo diferentes configuraciones de mallado.

La malla utilizada fue mapeada para que todos los elementos sean rectangulares. Realizando un refinado hacía la zona donde se presenta una singularidad. En la Figura 25 se puede ver un ejemplo del mallado con elementos más finos en la zona de mayor gradiente en la distribución de esfuerzos. En la Figura 26 se puede ver con más claridad la malla refinada. Este mallado rectangular fue con el objetivo de facilitar el remallado para los análisis de convergencia, en el análisis paramétrico de variables geométricas y principalmente para facilitar la conexión de los nodos entre cada fase para obtener un mallado continuo, por medio del comando “merge” (unir), que permita la transferencia de esfuerzos entre las diferentes fases con mayor suavidad.

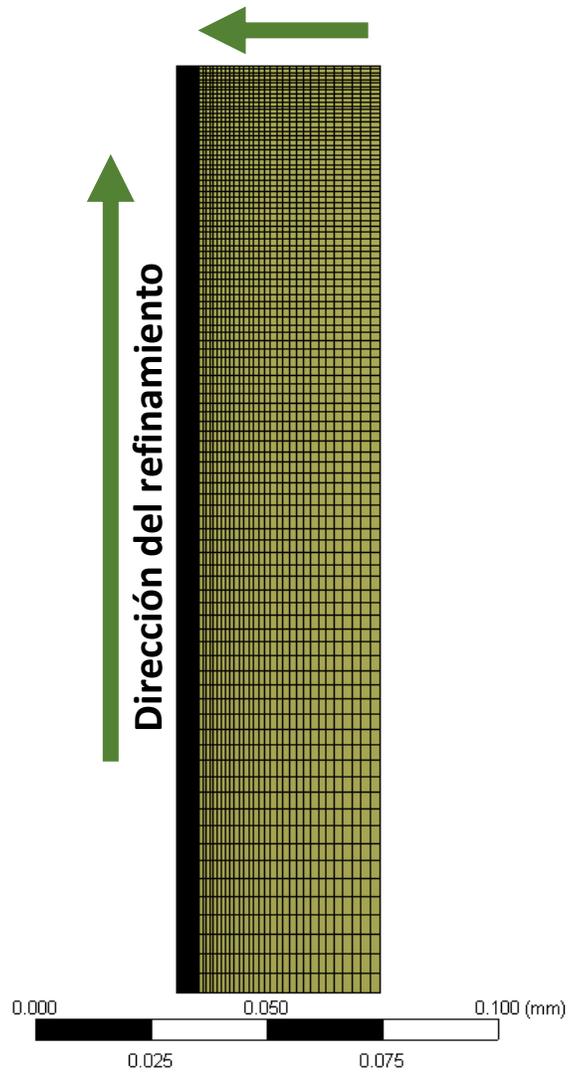


Figura 25. Dirección del refinamiento acelerado del mallado.

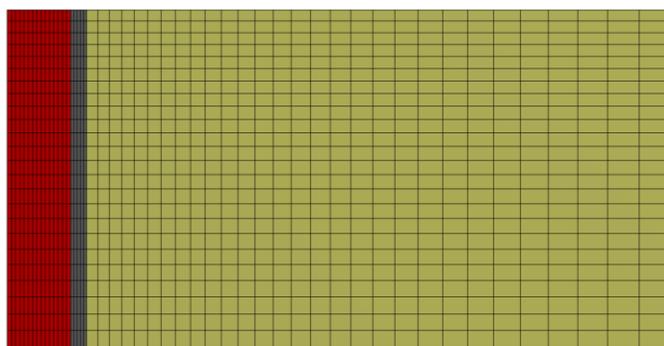


Figura 26. Mallado refinado y mapeado (rectangular).

3.3.1 Análisis de convergencia

Con excepción de la singularidad que se presenta en las interfaces al final de la fibra, el cual ha sido bien reportado [15] y documentado [67]. Se obtuvo la convergencia de los esfuerzos de interés en este trabajo: el esfuerzo axial o normal de la fibra y los esfuerzos cortantes en las interfaces.

En las Figuras 27-29 se muestran el esfuerzo normal a lo largo de la longitud de la fibra (L_f), el esfuerzo cortante en la interface fibra-interfase y el esfuerzo cortante en la interface interfase-matriz. Se usaron tres métodos de mallado: el primer método fue el mallado inicial que se obtuvo; en el segundo método, el tamaño de los elementos se redujo a la mitad; y en el tercer método, la rapidez con que decrecía el tamaño de los elementos conforme se acercaba a la zona de las singularidades.

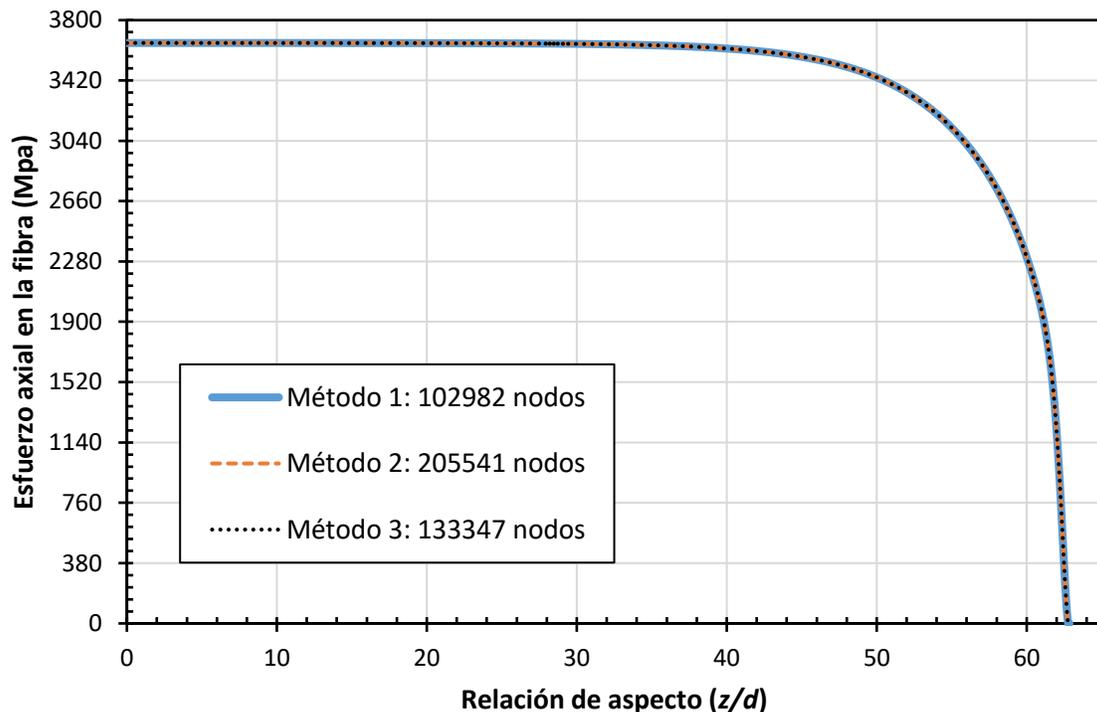


Figura 27. Esfuerzo axial en la fibra de carbono con diferentes métodos de mallado. La z indica una distancia a lo largo de la longitud de la fibra y d es el diámetro de la fibra.

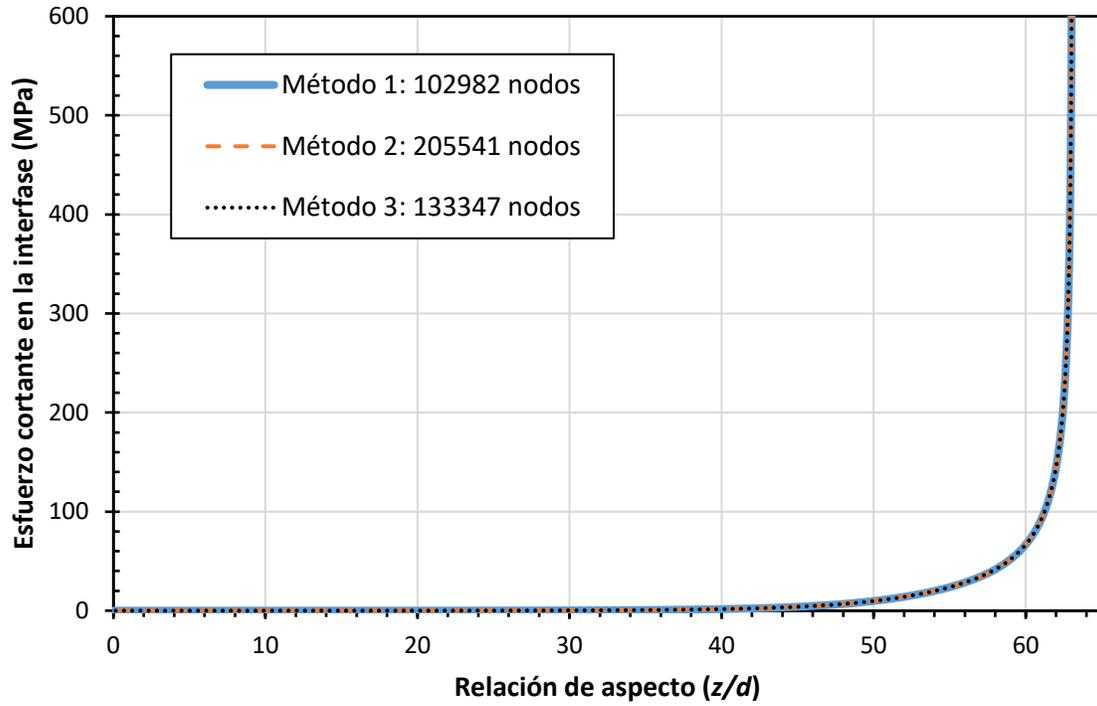


Figura 28. Esfuerzo cortante en la interface FC-interfase con diferentes métodos de mallado. La z indica una distancia a lo largo de la longitud de la fibra y d es el diámetro de la fibra.

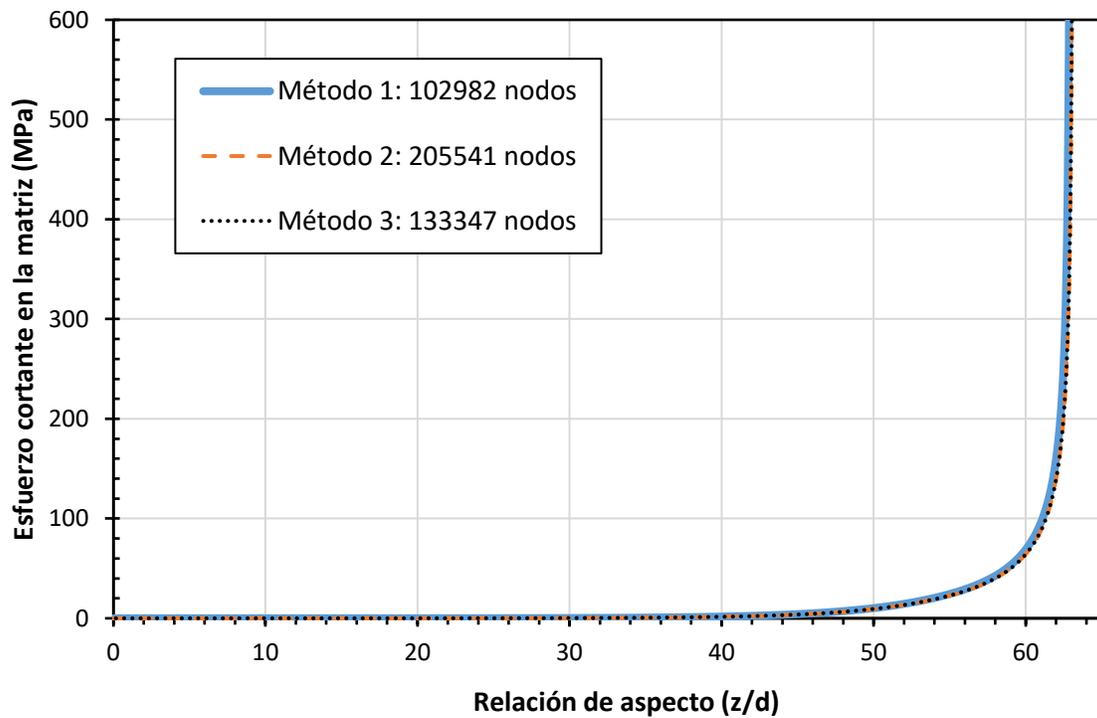


Figura 29. Esfuerzo cortante en la interface interfase-matriz con diferentes métodos de mallado. La z indica una distancia a lo largo de la longitud de la fibra y d es el diámetro de la fibra.

Como se puede observar en las Figuras 27-29, la convergencia se alcanzó en los mallados con menores elementos en los tres casos. Sin embargo, en la zona de las singularidades que se ubican al final de la fibra en cada interface, el esfuerzo cortante tiende hacia el infinito. Su convergencia no se puede lograr al menos que se considere la plasticidad de la matriz [6] y queda fuera de los alcances de este trabajo.

3.3.2 Validación del modelo axisimétrico de tres fases

El modelo desarrollado fue basado en el modelo reportado por Ho y Drzal [7], esto fue debido a que se manejan los mismos materiales en la fibra, interfase y matriz. Además, la geometría de su modelo está diseñada para un fragmento de fibra y la deformación de saturación de acuerdo a resultados experimentales. Esto permite dar un respaldo experimental al modelo. El modelo representa un fragmento de fibra con las condiciones de carga y restricciones que se presentan en la Figura 24-a). Es un modelo axisimétrico como se puede ver en la Figura 24-c) y se aplica simetría en el eje X y en eje Y. Destaca que se considera el retroceso de la fibra, *ret*, como se realizó en [7]. Pero, a diferencia de ese trabajo, se prefirió desactivar la rigidez de los elementos en esa área como se reporta en [50] en lugar de considerar la zona como un vacío. De Figura 24-a), la longitud de la fibra, l_{FC} fue 1012 μm , el radio de la fibra, R , fue 4 μm , el desplazamiento relativo u_l fue de 8 μm , el espesor de la interfase, t_i se varió de 0.16 a 1.6 μm y el radio de la matriz, r , fue 43.2 μm .

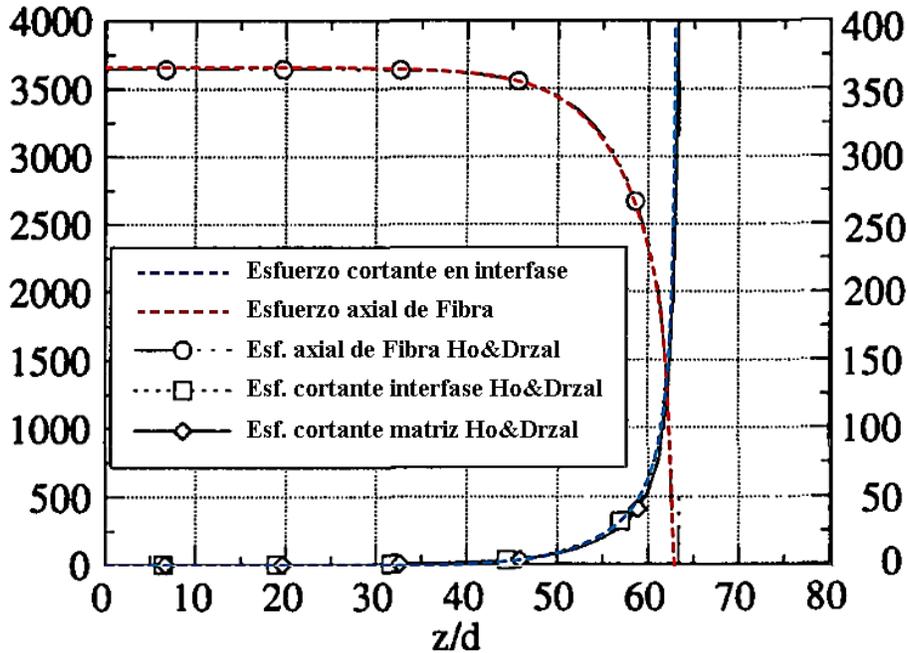


Figura 30. Comparativa de resultados obtenidos con resultados reportados en la literatura [7]. La z indica una distancia a lo largo de la longitud de la fibra y d es el diámetro de la fibra.

Como se puede observar en la Figura 30, los resultados fueron prácticamente idénticos, esto es debido a que se utilizaron las mismas propiedades de material, geometría, condiciones de frontera y modelo constitutivo del modelo reportado en [7]. Lo único que era diferente era el mallado y como se observó en el análisis de convergencia, un mallado más fino no afecta considerablemente las distribuciones de esfuerzos. Sin embargo el esfuerzo cortante máximo si depende del mallado debido a que es una singularidad y este resultado si fue diferente. Finalmente, se ha demostrado la validez del modelo y su correcta implementación. Cabe aclarar que entre el esfuerzo cortante en la interface interfase-matriz y la interface fibra-interfase no hubo diferencia significativa. Esto se puede deber al pequeño espesor de la interfase.

3.3.3 Validación MEF-teórico-experimental del ensayo de relajación

Se ajustó, mediante la serie de Prony, la curva maestra con los datos experimentales obtenidos con el reómetro para ambas resinas. Debido a la característica no lineal de los datos experimentales, se procedió aplicar el método de Bradshaw y Brinson [56] para

obtener los parámetros de la serie. Las Figuras 31 y 32 muestran las curvas experimentales y la obtenida por la serie de Prony para la interfase y la matriz.

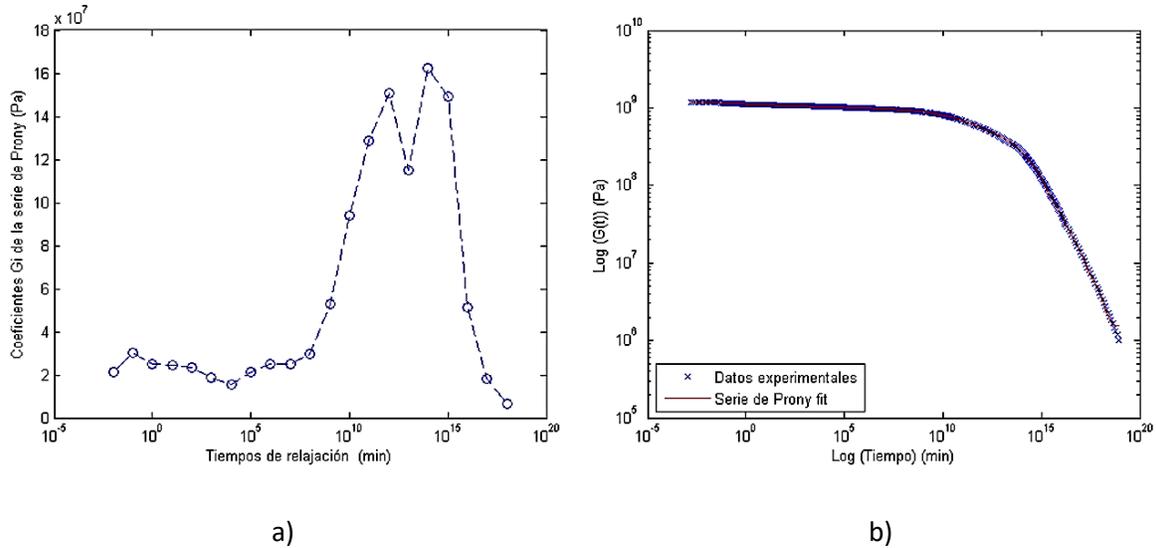


Figura 31. En a) Coeficientes de Prony para cada tiempo de relajación y en b) Comparativa entre los datos experimentales y su curva ajustada con la serie de Prony de la resina 14.5 p/p.

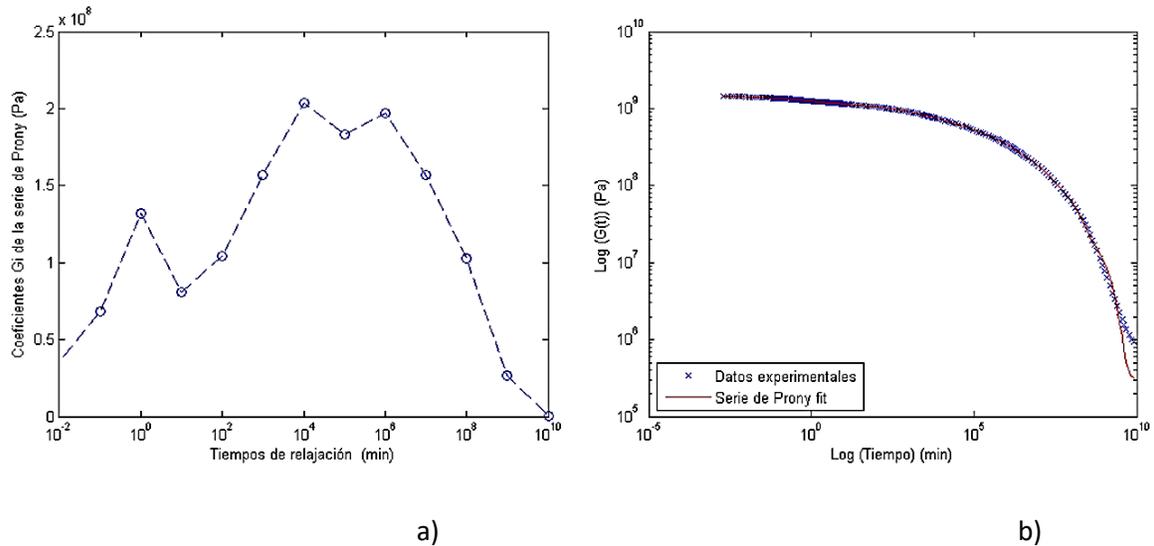


Figura 32. En a) Coeficientes de Prony para cada tiempo de relajación y en b) Comparativa entre los datos experimentales y su curva ajustada con la serie de Prony de la resina 7.25 p/p.

Se procedió a introducir los coeficientes de Prony con sus respectivos tiempos de relajación. En Ansys se introduce los módulos relativos, que es igual a un coeficiente de la serie de Prony entre el módulo cortante inicial, G_0 . Los términos se enlistaron en las Tablas 2 y 3.

Luego se procedió a escoger un elemento representativo en la matriz y la interfase. Procurando que se encuentre en una zona donde el campo de esfuerzos sea uniforme. Se calculó el módulo elástico transitorio, $E(t)$, usando la relación:

$$E(t) = \frac{\sigma_{eq}(t)}{\varepsilon_{eq}(t)} \quad (21)$$

Siendo $\sigma_{eq}(t)$ y $\varepsilon_{eq}(t)$ el esfuerzo y deformación equivalentes. Para un material isotrópico suele ser el esfuerzo de Von Mises y su validez para resinas epoxi ha sido explicado en [6]. El módulo cortante se obtiene asumiendo que la variación de la relación de Poisson con el tiempo es insignificante y por lo tanto constante, con la siguiente expresión:

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad (22)$$

También es posible obtener el módulo cortante de forma directa dividiendo el esfuerzo cortante en el plano xy de un elemento, σ_{xy} , con su respectiva deformación a cortante en xy, ε_{xy} , es decir:

$$G_{xy} = \sigma_{xy}/\varepsilon_{xy} \quad (23)$$

Y para un material isotrópico el módulo $G = G_{xy}$. En la Figura 33 se muestra el módulo de relajación G en los primeros 1000 segundos obtenido de 3 formas distintas: a) de forma experimental con los ensayos a relajación en el reómetro, b) con un ajuste teórico mediante las Series de Prony, ec. (2), y c) de forma numérica en ANSYS con la ec. (22) o (23).

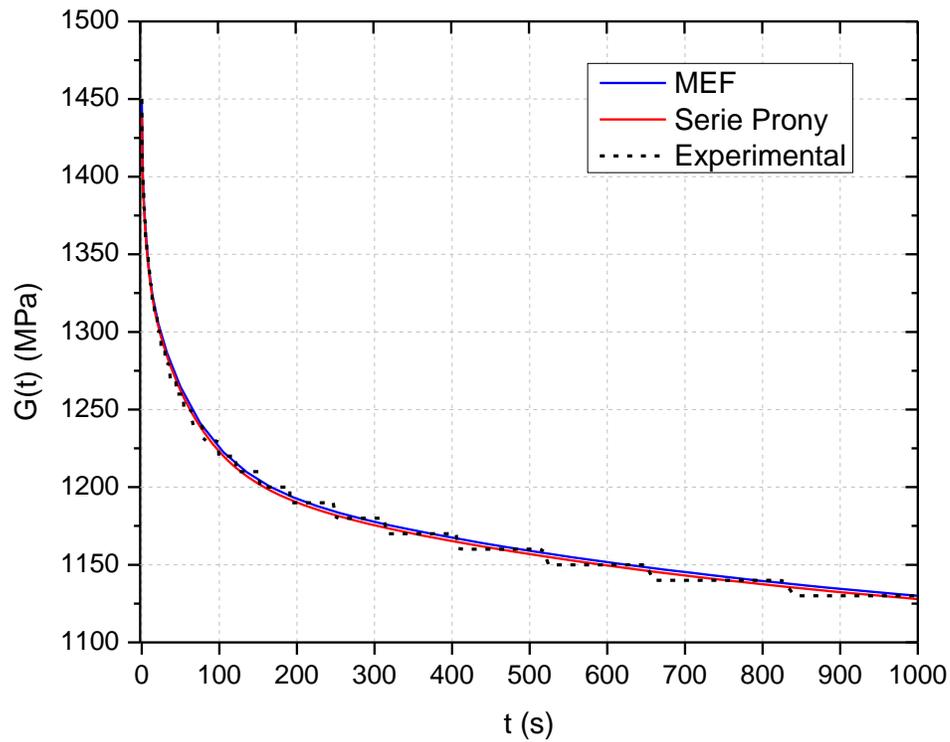


Figura 33. Comparativa de la curva de relajación obtendica de forma: experimental, función de aproximación y numérica.

Como se puede observar en la Figura 33, el módulo de relajación obtenido numéricamente en el modelo monofilamento se aproxima con mucha exactitud a la forma teórica y experimental, lo que demuestra una correcta implementación del fenómeno caracterizado.

CAPÍTULO 4

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

4.1 Análisis viscoelástico

Se realizaron dos modelos (modelo A y modelo B) de referencia base axisimétricos de tres fases que se muestran en la Figura 34 y fueron los considerados para este estudio paramétrico. El primero fue modelado con un mallado continuo en las dos interfaces de contacto (fibra-interfase y matriz de interfase) y el segundo con malla continua en las dos interfaces pero con un desprendimiento de 20 μm al final de la interfaz de fibra-interfase y en esa zona la unión dependerá de un coeficiente de fricción, μ .

El comportamiento viscoelástico se analizó variando la temperatura ambiente de 25° C a 55° C, este rango fue debido a que la temperatura de transición vítrea, T_g , de la interfase se encuentra entre 55 y 65 °C [10]. Además, en este estudio, se observó que a 55 °C la rigidez de la interfase disminuye rápidamente a una magnitud cercana a un 1 MPa. También es importante mencionar que el efecto de las deformaciones térmicas causadas por la temperatura o los esfuerzos residuales resultantes durante el curado de la resina no se consideró en las simulaciones.

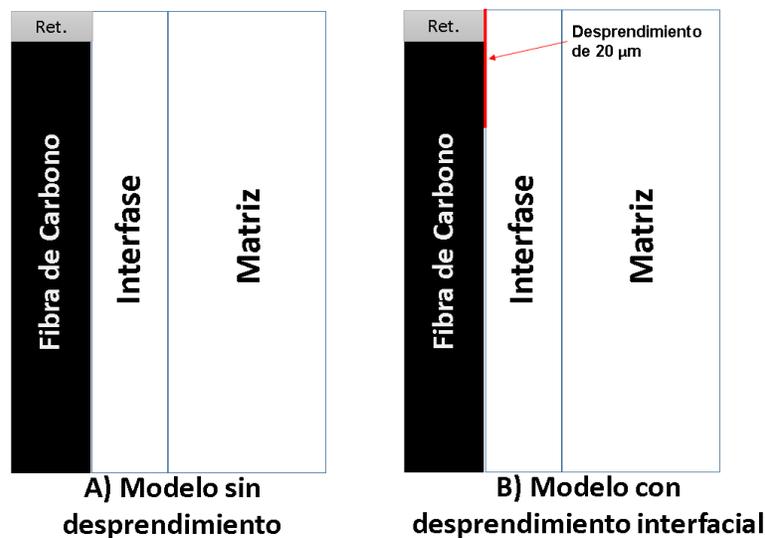


Figura 34. Modelos utilizados en el análisis paramétrico: A) modelo con interfaces modelados con una adherencia perfecta y B) modelo con un pequeño desprendimiento inicial modelado con un contacto con fricción.

4.1.1 Distribución de esfuerzos

La distribución de esfuerzos es afectada por el comportamiento viscoelástico de la interfase y la matriz. El material utilizado como matriz en este trabajo tiene tiempos de relajación de largo plazo a temperatura ambiente. Sin embargo, los materiales compuestos no están exentos de soportar temperaturas más altas durante su vida útil.

En la Figura 35 se observa que el esfuerzo axial en la fibra y el esfuerzo cortante en la interfase se ven afectados cuando la temperatura aumenta para un espesor de interfase de $0.16 \mu\text{m}$ y una velocidad de elongación de 0.01 mm /min . El esfuerzo cortante presenta una singularidad al final de la fibra, por lo que la curva se muestra solo para valores inferiores a 100 MPa . El esfuerzo de cedencia de la matriz, S_{ym} , es de aproximadamente 88 MPa [7], por lo que el comportamiento por encima de esta curva en un modelo que no considera la plasticidad es irrelevante.

A temperaturas inferiores a 35°C , la relajación de la interfase y la matriz es muy leve para que se refleje en un cambio significativo con respecto a los resultados de referencia (comportamiento elástico). Es sólo por encima de 55°C que el esfuerzo cortante de la interfase fue ligeramente mayor y el esfuerzo axial de la fibra fue menor con respecto a temperaturas inferiores. Este comportamiento puede atribuirse al hecho de que la temperatura de la interfase está cerca de su transición vítrea y debería dar como resultado fragmentos de fibra más largos, es decir, longitudes críticas más largas.

En la Figura 36 se muestran las distribuciones de esfuerzos para una temperatura de 55°C a diferentes velocidades de elongación. La tendencia es que, a mayor velocidad, la distribución de esfuerzos tiende a mostrar un comportamiento similar al caso elástico. A velocidades más altas, la rigidez en la interfase será mayor e inducirá mayores esfuerzos a la fibra y dará como resultado fragmentos de fibra más cortos, reduciendo la longitud inefectiva. Sin embargo, a velocidades más altas, la matriz puede fallar debido a otras condiciones que no se está considerando en este trabajo.

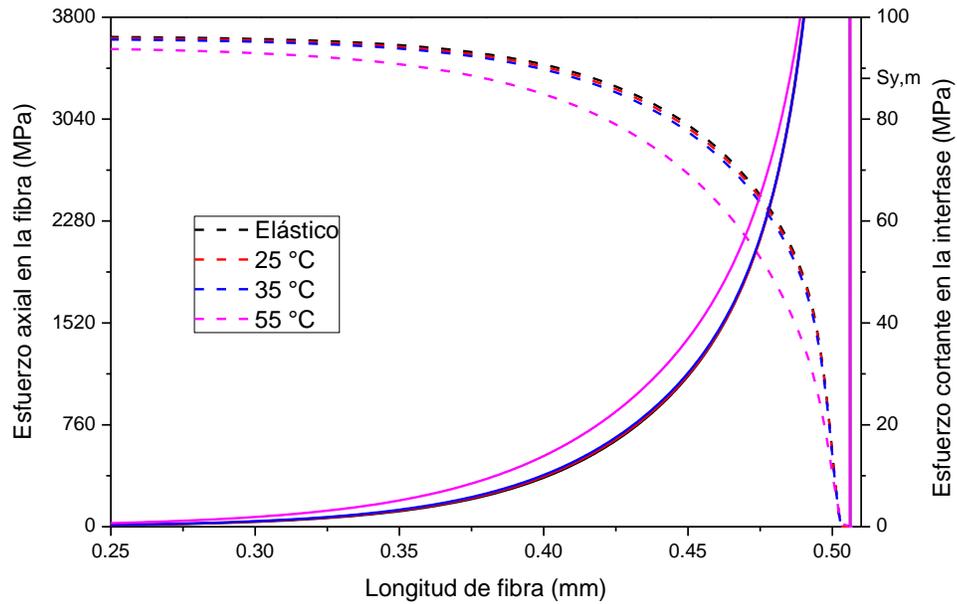


Figura 35. Distribución de esfuerzos axial de la fibra (líneas discontinuas) y cortante en la interfase (líneas continuas) para el modelo con una adherencia perfecta en las interfaces con velocidad de elongación de 0.01 mm/min.

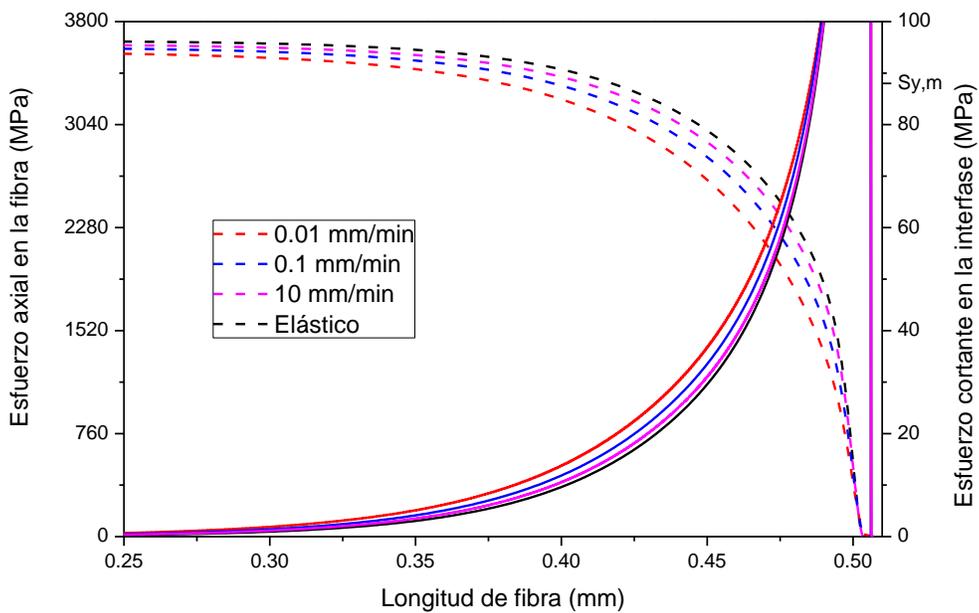


Figura 36. Distribución de esfuerzos axial de la fibra (líneas discontinuas) y cortante en la interfase (líneas continuas) del modelo con una adherencia perfecta en las interfaces en 55°C.

La Figura 37 muestra las distribuciones de esfuerzos correspondiente al modelo B), donde hay un desprendimiento inicial en la interface fibra-interfase con un coeficiente de fricción $\mu = 0.2$ y una velocidad de elongación de 0.01 mm/min. La Figura 38 muestra las distribuciones de esfuerzo a diferentes velocidades de elongación a una temperatura de 55°C y un coeficiente de fricción de 0.2. A diferencia de las distribuciones de esfuerzos del modelo A), se puede ver que la zona de desprendimiento en la distribución de esfuerzos depende de la fricción entre la fibra y la interfase. Sin embargo, más allá de la zona de desprendimiento, el esfuerzo cortante interfacial y el esfuerzo axial de la fibra mantienen el mismo comportamiento que en el modelo A).

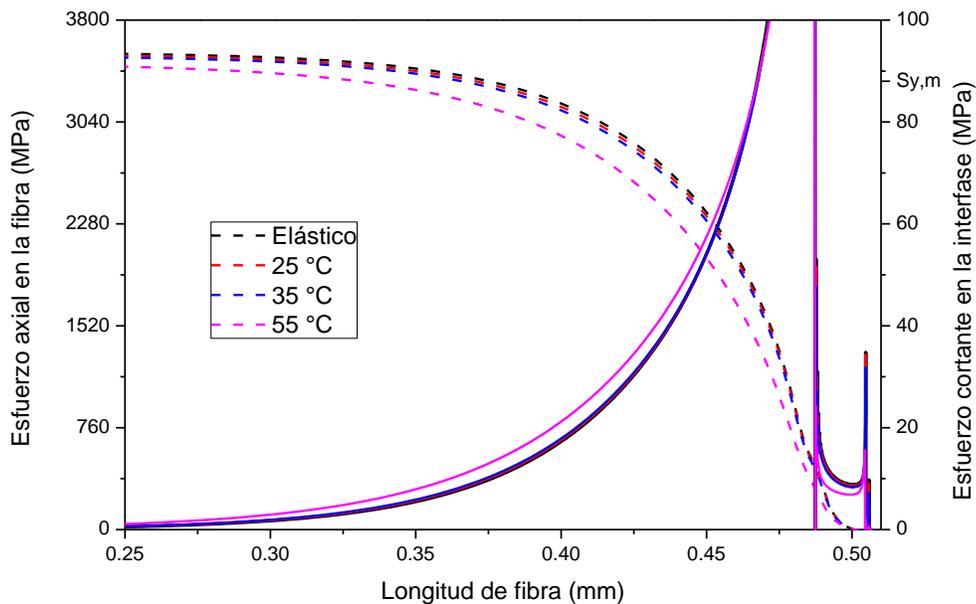


Figura 37. Distribución de esfuerzos axial de la fibra (líneas discontinuas) y cortante en la interfase (líneas continuas del modelo con un desprendimiento inicial y a una velocidad de elongación de 0.01 mm/min).

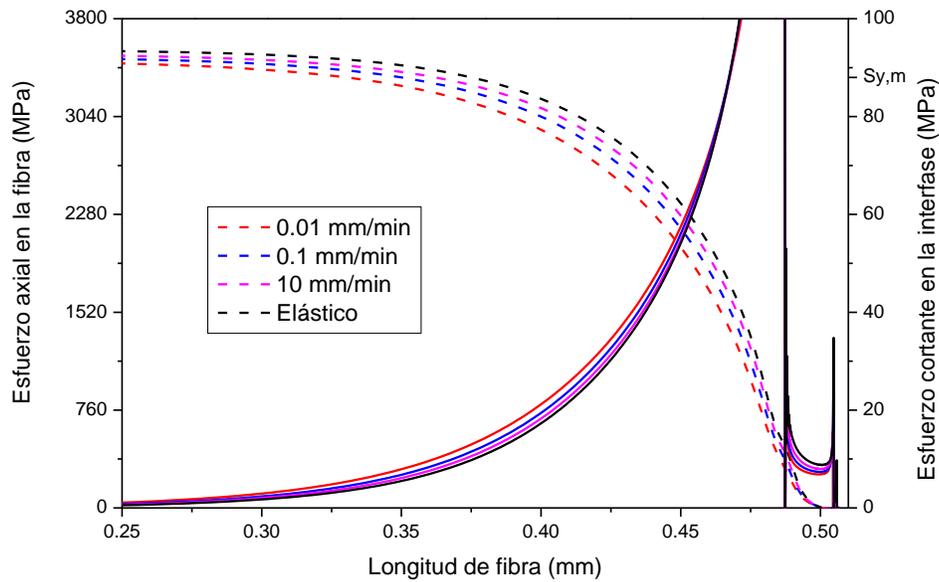


Figura 38. Distribución de esfuerzos axial de la fibra (líneas discontinuas) y cortante en la interfase (líneas continuas) del modelo con un desprendimiento inicial a 55°C.

En las Figuras 35-38 se puede observar que a menor rigidez debido al comportamiento viscoelástico, la curva de esfuerzo cortante se ensancha haciendo que la curva de esfuerzo axial normal en la fibra requiera una mayor distancia para alcanzar su longitud inefectiva. Por lo tanto, una interfase con menor rigidez conduce a una transferencia de esfuerzos de la matriz hacia la fibra menos eficiente.

4.1.2 Análisis paramétrico

Con el objetivo de observar como la velocidad de elongación, temperatura, espesor de la interfase y el coeficiente de fricción afecta a las componentes de esfuerzos máximos presentes en una SFFT se realizaron 30 simulaciones en el modelo A) y 30 en el modelo B) de las cuales 27 fueron debido a las variaciones de los distintos parámetros evaluados y tres fueron considerando sólo propiedades elásticas en la interfase que sirvieron como un resultado de referencia. En todas las simulaciones se cumplió un criterio de convergencia en los resultados, es decir, el resultado no variaba más de 1% después de refinar el mallado

o aumentando los pasos de tiempo en las simulaciones transitorias debido a la viscoelasticidad.

El comportamiento viscoelástico fue analizado variando la velocidad de elongación desde 0.01 a 10 mm/min. La carga fue mediante un desplazamiento u_l en el borde superior de la matriz y fue aplicado en forma de rampa desde 0 a 8 μm y el tiempo de relajación desde 0.048 hasta 48 a segundos. Existe una relación inversamente proporcional entre la velocidad de elongación y el tiempo de relajación, cuando la velocidad aumenta, el tiempo disminuye. La deformación unitaria nominal sobre la muestra causada por $u_l=8 \mu\text{m}$ fue 1.58%. Por lo tanto, las velocidades de deformación correspondientes de las velocidades de elongación fueron desde 1.975 %/min hasta 1975 %/min.

En el modelo A) las velocidades de elongación variaron de la siguiente manera: 0.01, 0.1 y 10 mm/min; el espesor de interfase fue variada: 0.16, 0.8 y 1.6 μm ; y la temperatura del compuesto monofilamento: 25 °C, 35 °C y 55 °C. En el modelo B) se consideró un espesor de interfase de 0,16 μm y se varió el coeficiente de fricción, μ , generado por el contacto en la zona de desprendimiento en: 0, 0.2 y 0.6 en lugar del espesor de la interfase.

Para tener una referencia de la importancia de considerar las propiedades viscoelásticas en el proceso de fragmentación se graficaron los resultados obtenidos considerando sólo propiedades elásticas con una línea horizontal discontinua en las Figuras 39-42 y 44-48. Los resultados considerando un análisis elástico lineal sólo variaban cuando se cambia el espesor de la interfase en el modelo A) o el coeficiente de fricción en el modelo B).

4.1.2.1 Esfuerzo cortante en las interfaces

Se analizó el esfuerzo cortante máximo (ECM) en las interfaces fibra-interfase e interfase-matriz. Al primero se referirá como cortante en la interfase y el segundo como cortante en la matriz. De acuerdo a lo reportado a la literatura, se espera que el ECM en la interfase disminuya cuando aumenta el espesor de la interfase [4,21] o cuando la interfase disminuye su rigidez por una relajación por el aumento del tiempo de la carga o la temperatura [4,21].

Igual se puede aumentar la rigidez de la interfase con nanorefuerzos [21] y con ello aumentar el ECM.

En las Figuras 39 y 40 se puede observar los ECMs en la interfase y matriz del modelo A). Se puede ver cómo las componentes de esfuerzo cortante en la interfase son mayores que en la matriz. En general, el comportamiento del ECM en la interfase y la matriz fue similar, es decir, siguieron las mismas tendencias. Las tendencias observadas fueron: un decremento en el ECM cuando se aumenta el tiempo de carga aplicado, la temperatura y el espesor de la interfase. Cuando consideramos el comportamiento viscoelástico lineal de un material como termo-reológicamente simple el efecto del tiempo de carga y temperatura es equivalente y se relacionan con una función de corrimiento como la ecuación William-Landel-Ferry. Al ser el tiempo de carga y la temperatura correspondientes considerando un análisis viscoelástico lineal y termo-reológicamente simple se espera que al aumentar el tiempo de carga y la temperatura se observe el mismo efecto y en los resultados se observa la correspondencia: al aumentar la temperatura hubo un decremento de la rigidez en la interfase y causó una menor eficiencia de la transferencia de carga hacia la fibra y por lo tanto disminuyendo el ECM.

El decrecimiento del ECM al aumentar el espesor de interfase fue debido a una caída de la concentración de esfuerzos que se presentan en las singularidades del modelo. Las dos singularidades están separadas por el espesor de la interfase, al tener sus campos de gradientes de esfuerzos más espacio no se sobreponen causando que la concentración disminuya y haya una menor transferencia de carga hacia la fibra. Debido a que el ECM se localiza justo en las singularidades, la concentración de esfuerzos tiene un efecto mayor que la temperatura sobre el ECM.

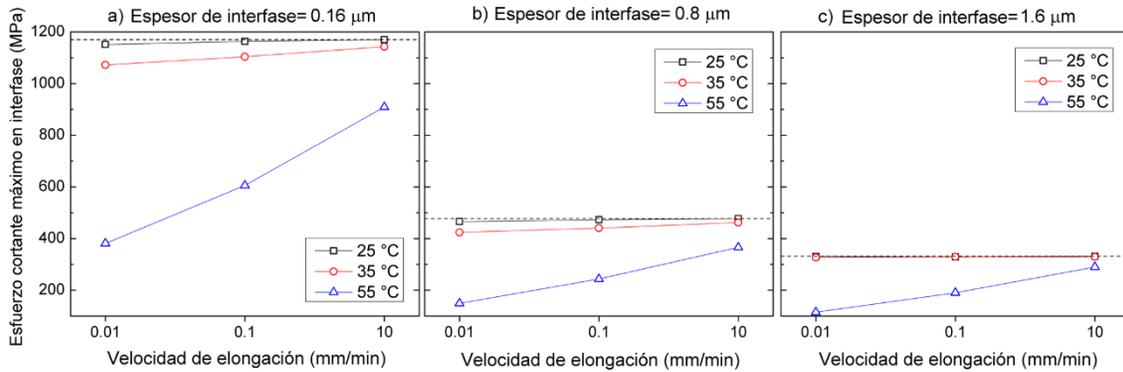


Figura 39. Esfuerzos cortantes máximos en la interfase del modelo el modelo con una adherencia perfecta en las interfaces recolectados del análisis paramétrico.

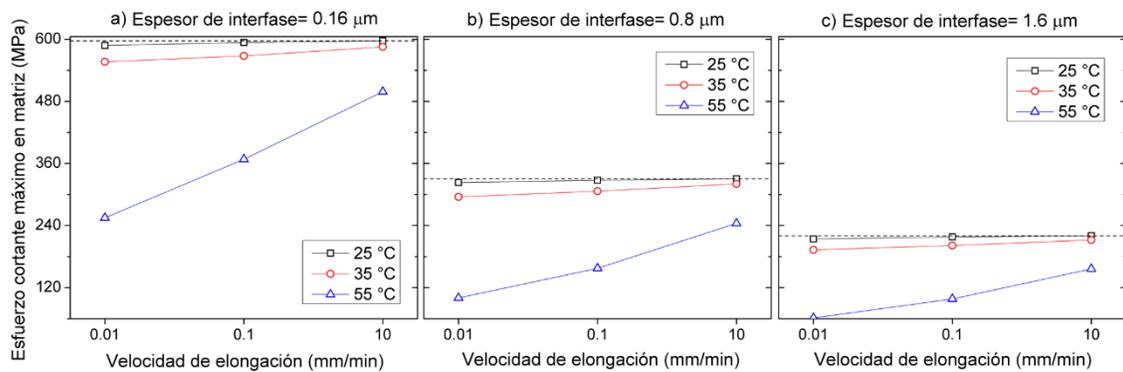


Figura 40. Esfuerzos cortantes máximos en la matriz del modelo el modelo con una adherencia perfecta en las interfaces recolectados del análisis paramétrico.

En la geometría con desprendimiento interfacial se observa que en general los ECMs son menores que los correspondientes en el modelo sin desprendimiento, véase Figuras 41 y 42. Esto es debido a que la singularidad presente en la interface fibra-interfase se reubica en la punta de la grieta del desprendimiento, alejando esta singularidad con la que se presenta en la interface interfase-matriz. El comportamiento debido al decremento de rigidez por la temperatura es similar al que se presenta en el modelo A). Por último, con el aumento del coeficiente de fricción se observó un menor ECM. Al aumentar el coeficiente de fricción causó un menor esfuerzo cortante máximo debido a que se “transfiere” parte del esfuerzo cortante de la singularidad hacia la zona donde actúa la fuerza de fricción como se reportó en [7], véase Figura 43.

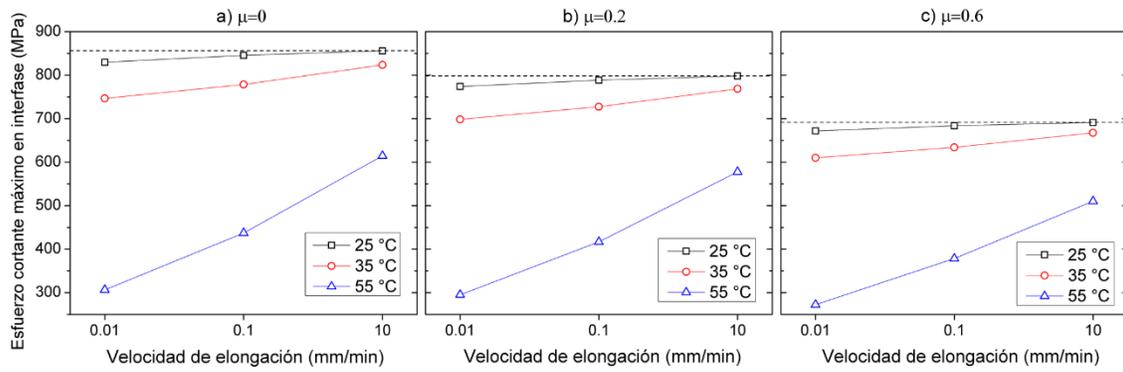


Figura 41. Esfuerzos cortantes máximos en la interfase del modelo con un desprendimiento inicial recolectados del análisis paramétrico.

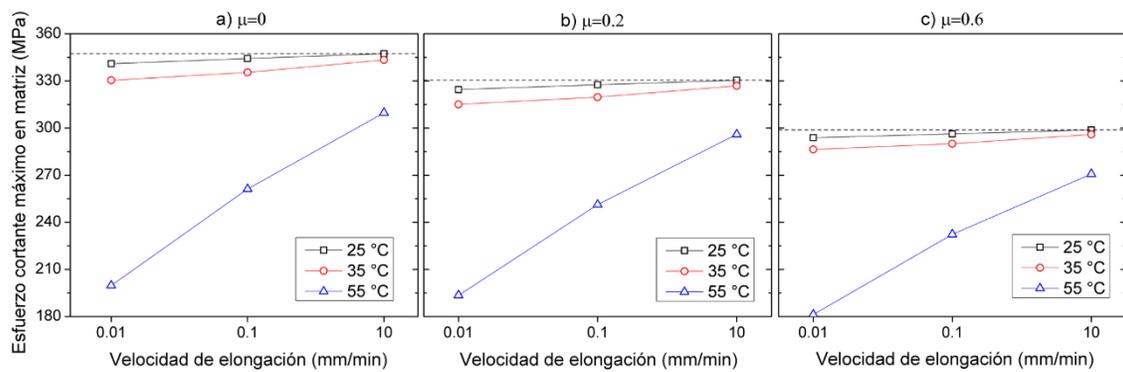


Figura 42. Esfuerzos cortantes máximos en la matriz del modelo con un desprendimiento inicial recolectados del análisis paramétrico.

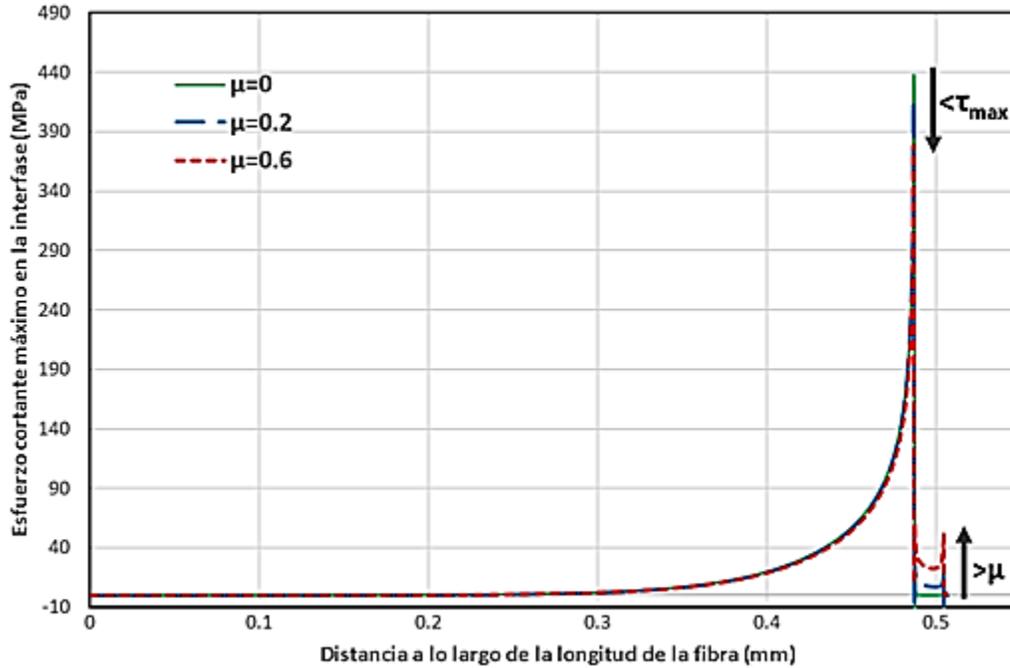


Figura 43. Esfuerzo cortante máximo en la interfase a 55°C y con una velocidad de 0.1 mm/min en el modelo con un desprendimiento inicial.

En los resultados del ECM en ambos modelos considerando propiedades viscoelásticas contra los de propiedades elásticas se observó un efecto poco significativo para simulaciones a temperatura ambiente y un efecto significativo a 55°C.

4.1.2.2 Longitud inefectiva

Los resultados obtenidos sobre la longitud inefectiva cómo se define en la Figura 18 en el modelo A) se muestra en la Figura 44. De acuerdo a lo reportado a la literatura, se espera que la longitud aumente cuando aumenta la temperatura o el tiempo de aplicación de la carga [10,68]. De igual forma, se espera que aumente con el espesor de la interfase [21]. La importancia de la longitud inefectiva radica a que está relacionada con la longitud crítica, mientras menor sea, es señal de una mejor transferencia de esfuerzos.

Se observó que la longitud inefectiva aumenta en todos los casos evaluados conforme aumenta el tiempo de carga o relajación, el espesor de la interfase o la temperatura. Al aumentar la temperatura/tiempo hubo un decremento en la rigidez de la interfase produciendo una menor eficiencia de transferencia de cargas hacia la fibra y por lo tanto

aumentando la longitud inefectiva. Por otro lado, en todos los casos se observó que la longitud inefectiva aumentó con el espesor. Este comportamiento de la longitud inefectiva se puede debe a la mayor concentración de esfuerzos que se produce por tener una interfase estrecha. Al aumentar el espesor de la interfase el esfuerzo cortante máximo y la concentración de esfuerzos disminuye. Los esfuerzos cortantes en la interfase inducen un esfuerzo axial sobre la fibra. Por lo tanto, la longitud inefectiva aumenta debido a que al haber menor concentración de esfuerzos se transfiere menos carga hacia la fibra y la falla se retrasa.

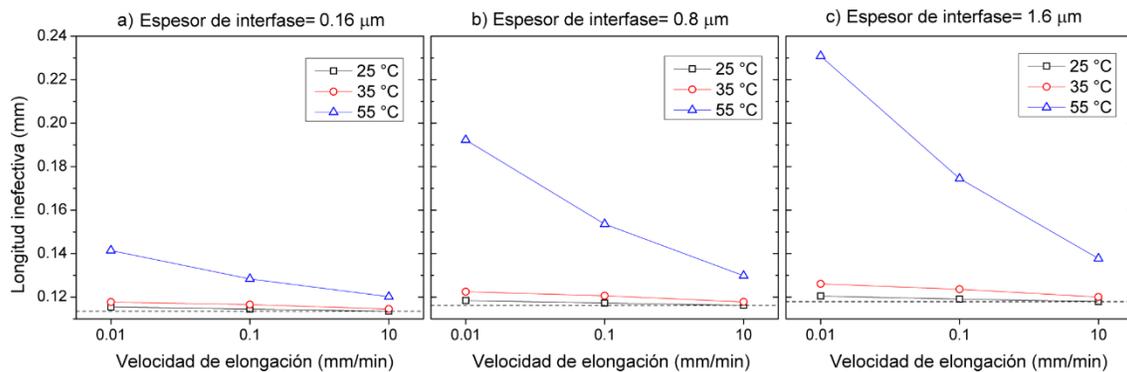


Figura 44. Longitud inefectiva en la fibra del modelo con una adherencia perfecta en las interfaces recolectada del análisis paramétrico.

La longitud inefectiva cuando se tiene un pequeño desprendimiento en las interfaces presentó el mismo comportamiento con respecto a la velocidad de carga y temperatura que el modelo A), véase la Figura 45. Sin embargo, el efecto fue de menor magnitud. Debido a la concentración de esfuerzos producido por la singularidad presente entre la fibra y la interfase. En el modelo B) se localiza en la punta de la “grieta” del desprendimiento. Por la distancia entre las dos singularidades presentes en todo el modelo es mayor. Observándose un efecto más directo por la variación de la rigidez debido a la viscoelasticidad y no a un efecto doble debido a las singularidades y el decremento de la rigidez.

El modelo B) considera el efecto del coeficiente de fricción que se presenta en el contacto del desprendimiento. Se puede observar que, a una temperatura dada, a mayor fricción, menor longitud inefectiva. Por otra parte, al aumentar la temperatura se obtendrá mayor longitud inefectiva con el mismo coeficiente de fricción. En el primer caso se debe a una

mayor inducción de esfuerzos cortante en la zona del desprendimiento debido a la fricción haciendo que el esfuerzo axial en la fibra crezca más rápido. El segundo caso se debe al decremento de la rigidez en la interfase por la temperatura.

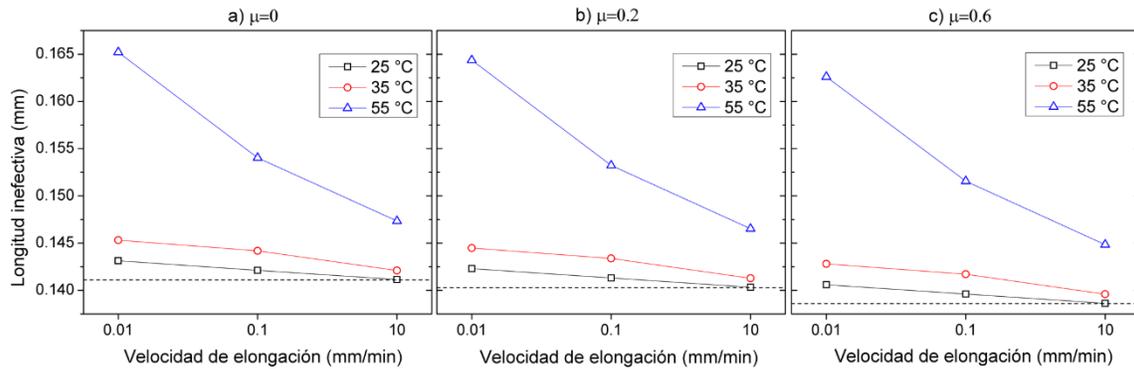


Figura 45. Longitud inefectiva en la fibra del modelo con un desprendimiento inicial del análisis paramétrico.

Al considerar las propiedades viscoelásticas contra los resultados usando sólo propiedades elásticas se observó que hubo mayor diferencia en los resultados del modelo A) que en el modelo B). Se debe a que una interfase con pequeño espesor, como la utilizada en el modelo B), el efecto del decremento de su rigidez tiene menor impacto sobre la transferencia de cargas o esfuerzos.

4.1.2.3 Esfuerzo axial máximo en la fibra

Un parámetro ligado a la longitud inefectiva es el esfuerzo axial máximo en la fibra. Se observó que, en los resultados de ambos modelos, Figuras 46 y 47, que a mayor esfuerzo máximo, menor longitud inefectiva se obtuvo en cada simulación. De acuerdo a lo reportado a la literatura, se espera que el esfuerzo máximo disminuya cuando aumenta el espesor de la interfase [4,21]. El esfuerzo axial máximo igual tiene una relación proporcional con la rigidez en la matriz/interfase, a mayor rigidez mayor esfuerzo [21].

El esfuerzo axial máximo en la fibra cuando se tiene una unión perfecta en las interfaces durante la fragmentación se rige bajo el mismo mecanismo que la longitud inefectiva. A menor rigidez debido a la temperatura y tiempo de carga, menor esfuerzo axial máximo. Y

a mayor espesor en la interfase, menor concentración de esfuerzos y por lo tanto menor esfuerzo máximo.

Ho y Drzal [7] propusieron un modelo que consideraba una matriz con deformación plástica ideal mientras la interfase y fibra con un comportamiento elástico. Luego hicieron un análisis paramétrico y estudiaron el efecto del espesor de la interfase con respecto al esfuerzo axial máximo en la fibra. Considerando dos casos: una interfase menos rígida y el otro con una interfase más rígida que la matriz. Obteniendo el mismo comportamiento en ambos casos. Sus resultados en general fueron inversos a los aquí reportados. A mayor espesor de la interfase, mayor esfuerzo.

Lo anterior se puede explicar debido a que el esfuerzo axial en la fibra es mayormente dominado por la concentración de esfuerzos debidos a las singularidades presentes en las interfaces. Entonces, cuando se modela un comportamiento plástico ideal, la fluencia de la matriz disminuye el esfuerzo cortante máximo, provocando la aparición de una meseta plana en la zona de mayor esfuerzo cortante de la distribución [6,7] y causando que el ECM converja al valor de toda la meseta. Por lo tanto, un modelo con un comportamiento elástico o viscoelástico en la matriz tendrá un esfuerzo cortante mayor que uno que considera un comportamiento plástico. Por lo tanto, considerando una deformación plástica en la matriz tendrá menos fluencia con una interfase elástica más gruesa y al alejarse el fenómeno de fluencia de la singularidad habrá mayor transferencia de carga de la singularidad hacia la fibra resultando en un mayor esfuerzo axial. Lo interesante sería considerar un endurecimiento por deformación en la zona plástica de la matriz y observar cómo se modifica el esfuerzo en la fibra.

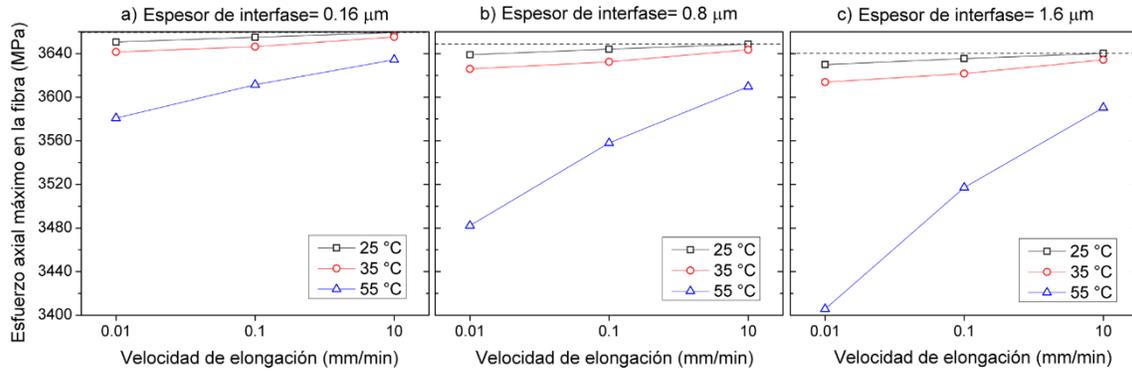


Figura 46. Esfuerzos máximos axiales en la fibra del modelo con una adherencia perfecta en las interfaces recolectados del análisis paramétrico.

El esfuerzo axial máximo cuando se tiene un pequeño desprendimiento en las interfaces presentó el mismo comportamiento que el modelo A) con respecto a la velocidad de carga y temperatura. Con respecto a la fricción se observó que el esfuerzo máximo aumenta ligeramente con el coeficiente de fricción en todos los casos. Este comportamiento coincide con lo reportado por Ho y Drzal [7] y se debe a una mayor transferencia de carga de la interfase hacia la fibra en la zona del desprendimiento debido a un aumento de la fuerza ejercida por la fricción [7]. Sin embargo, los resultados no variaron más de un 2.2% con respecto a su valor de referencia.

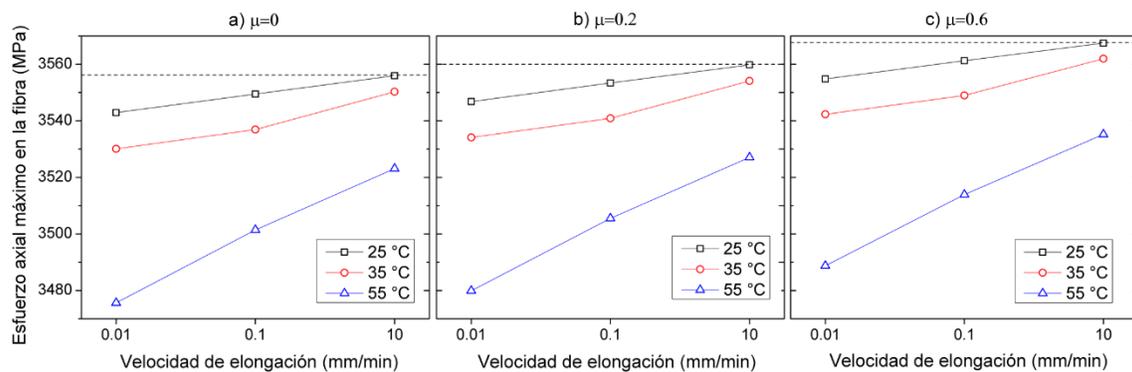


Figura 47. Esfuerzos máximos axiales en la fibra del modelo con un desprendimiento inicial recolectados del análisis paramétrico.

Al considerar las propiedades viscoelásticas contra los resultados usando sólo propiedades elásticas se observó que los esfuerzos en ambos modelos eran ligeramente menores, los

resultados no variaban más de un 6% con respecto al resultado de referencia. Por lo que las propiedades viscoelásticas usando esta resina epoxi no afectan significativamente el esfuerzo axial máximo en la fibra.

4.1.2.4 Esfuerzo radial sobre la fibra

El último resultado del análisis paramétrico fue el esfuerzo radial sobre la fibra a la altura de $Y=0$. A diferencia de los otros resultados, se encuentra alejado de la zona de concentraciones de esfuerzo. Por lo que su comportamiento en el análisis paramétrico fue más sensible a los cambios de rigidez debido a la viscoelasticidad. El esfuerzo radial a compresión sobre la fibra es importante para evitar el desprendimiento interfacial, pues a mayor compresión mejor unión mecánica, por lo que su decrecimiento afectará el proceso de fragmentación [7]. Es muy poco reportado en la literatura. En [10] se reportó que este disminuye cuando aumenta la temperatura y probablemente se debe a una menor rigidez en la interfase.

En la Figura 48 se puede observar los resultados obtenidos sobre el esfuerzo radial en la geometría sin desprendimiento. El esfuerzo radial disminuye por la pérdida de rigidez debido al aumento del tiempo de carga y la temperatura. Sin embargo, con el espesor se observa que aumenta a temperatura ambiente y disminuye con temperaturas mayores.

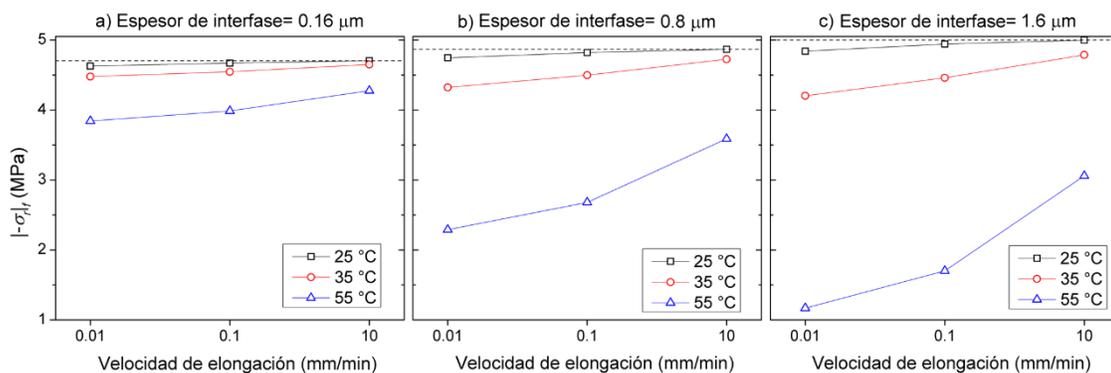


Figura 48. Magnitud del esfuerzo radial promedio sobre la fibra del modelo con una adherencia perfecta en las interfaces recolectados del análisis paramétrico.

Lo anterior puede ser mejor explicado por el comportamiento del módulo cortante $G(t)$ obtenido en las simulaciones que se muestra en la Figura 49 donde se graficó el comportamiento del módulo G a distintas temperaturas de la interfase con líneas discontinuas y los de la matriz con líneas continuas. Los módulos se obtuvieron a una velocidad de elongación de 0.01 mm/min o 48 segundos de tiempo de relajación. Se observó que a 25°C el módulo de la interfase permanece más rígido en la escala de tiempo observada; a 35°C, poco después de aplicar la carga, la G a 35 grados de la interfase es menor que la G a 35°C de la matriz y a 55°C la rigidez de la interfase es menor al de la matriz. Por otro lado, una interfase con mayor espesor tiene un peso mayor sobre la rigidez del material compuesto, ya que aumenta su fracción de volumen usando la lógica de la regla de mezclas. Lo anterior permite deducir que el esfuerzo radial depende de la rigidez de la interfase, siendo preferible a que sea mayor al de la matriz y menor al de la fibra para representar una transición efectiva de las cargas como sucede a 25°C. Sin embargo, a temperaturas mayores a 35°C ya no sucede y por lo tanto hay un decrecimiento de la magnitud del esfuerzo radial.

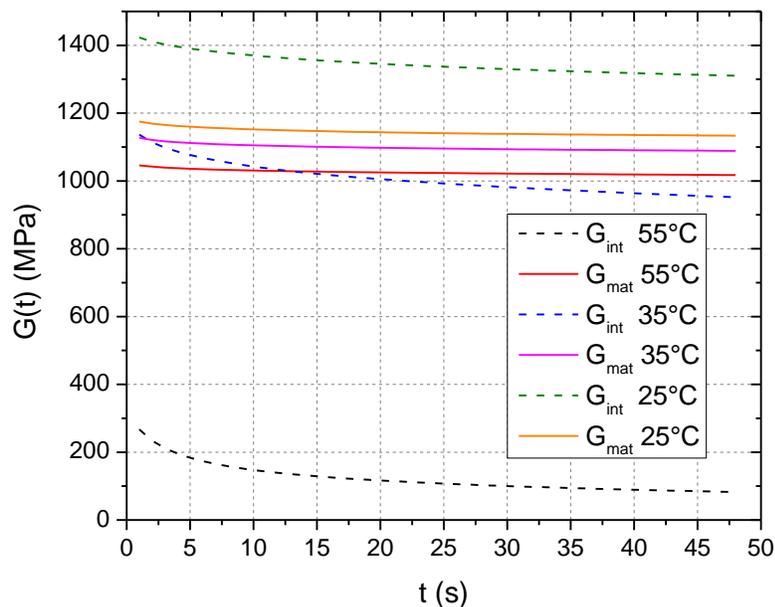


Figura 49. Módulos cortantes de la interfase y matriz obtenidos en la simulación a distintas temperaturas. Las líneas sólidas representan a la matriz y las discontinuas a la interfase.

Los resultados del esfuerzo radial en el modelo con desprendimiento fueron similares con respecto al modelo A) y los resultados fueron menos significativos por lo tanto no se discutirán.

4.1.3 Validación de la longitud inefectiva

La longitud crítica es el único parámetro que se puede medir directamente en la prueba de fragmentación. En un caso ideal sin desprendimiento de la interface, se puede suponer que la longitud crítica es igual al doble de la longitud inefectiva analizada en este trabajo, es decir, $L_c = 2l_{inef}$. La Figura 50 muestra una comparación de la relación de aspecto crítico, L_c/D , a diferentes temperaturas de forma experimental con los resultados de Pérez-Pacheco [10] y los resultados numéricos de este trabajo. Los resultados numéricos fueron congruentes con los experimentales. Los resultados numéricos son similares al experimental a 25 °C y luego la diferencia en las relaciones de aspecto aumenta a medida que aumenta la temperatura. Por otro lado, es difícil estimar el espesor de la interfase experimentalmente. Según los resultados, se puede suponer que el espesor de la interfase de las muestras de Pérez-Pacheco [10] está entre 0.16 y 0.8 μm .

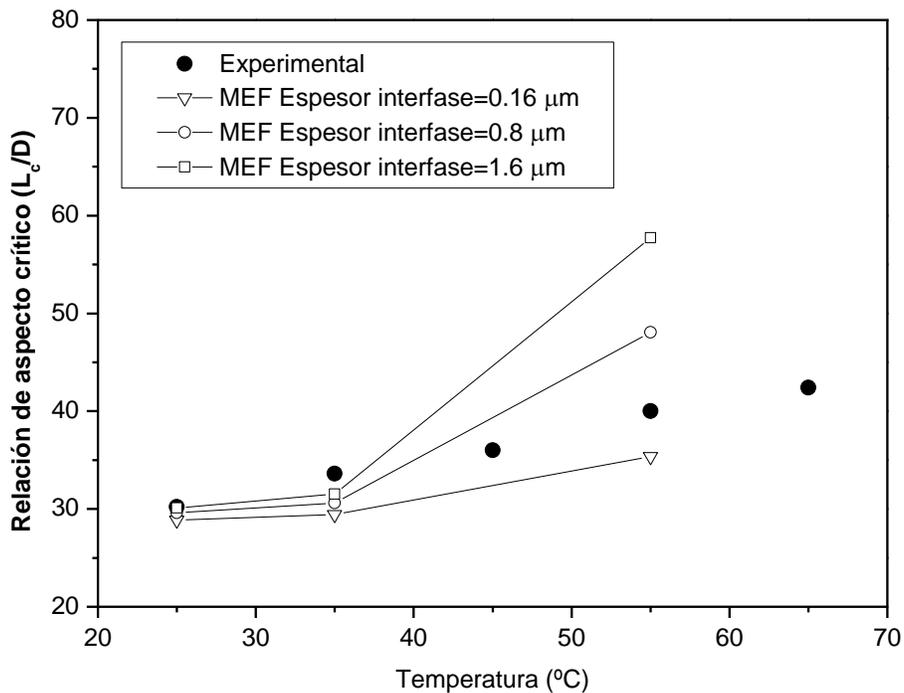


Figura 50. Comparación las relaciones de aspecto crítico experimentales de [10] con los resultados MEF de este análisis (velocidad de elongación de 0.01 mm/min).

Las variaciones de la transferencia de esfuerzos causadas por el comportamiento viscoelástico en los materiales reforzados con fibra aún no se han entendido bien. A 25 ° C, es difícil observar cambios en las propiedades micromecánicas de los compuestos de fibra-epoxi causados por la viscoelasticidad. Creemos que llevar el estudio a diferentes temperaturas facilita la comprensión del mecanismo de transferencia de estrés y, por lo tanto, la importancia de este análisis.

4.2 Propiedades efectivas en el régimen elástico

Se realizó un barrido con las diferentes ecuaciones obtenidas del método de Mori-Tanaka con distintas fracciones de volumen de los NTCs. En la Figura 51 se muestra el caso con alineación unidireccional con la Ec. (12), la Figura 52 se muestra el caso de alineación

aleatoria en 2D con la ec. (20) y en la Figura 53 se muestra el caso de la orientación aleatoria en 3D con la ec. (18). Se pueden apreciar en las figuras que los valores del módulo axial de la fibra, C_{22}^{FC} , el módulo tangencial de la fibra, C_{11}^{FC} , y el componente normal elástico de la matriz, C_{11}^M , se encuentran representados con una línea horizontal.

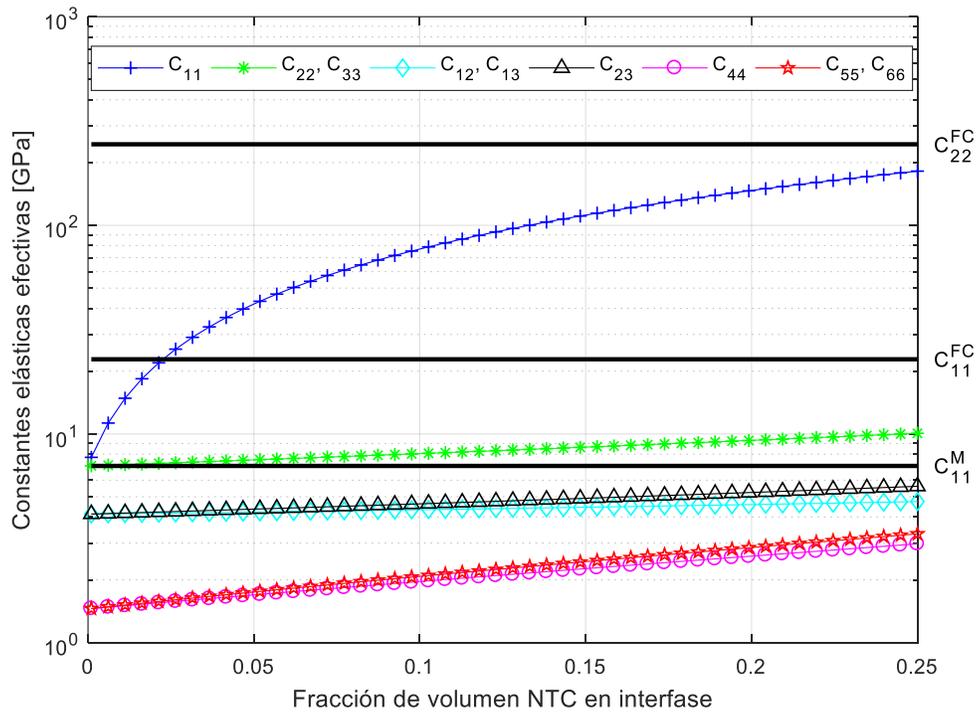


Figura 51. Variación de las propiedades efectivas con respecto a la fracción de volumen de NTC del nanocompuesto 7.25 p/p mPDA/NTCs con orientación radial.

Es de apreciar que en el caso unidireccional en la Figura 51, la alineación de los NTCs fue en la dirección radial del modelo monofilamento, ver Figura 20. Esto causó que las componentes del tensor de elasticidad del nanocompuesto tuvieran un comportamiento transversalmente isotrópico con la dirección radial (C_{11}) distinta a la dirección axial (C_{22}) y tangencial (C_{33}). Además, que el componente radial crece exponencialmente mientras los otros componentes del tensor crecen linealmente en la escala semilogarítmica. Con una fracción de volumen de 2.5% la interfase tendría un módulo transversal superior al de la fibra de carbono.

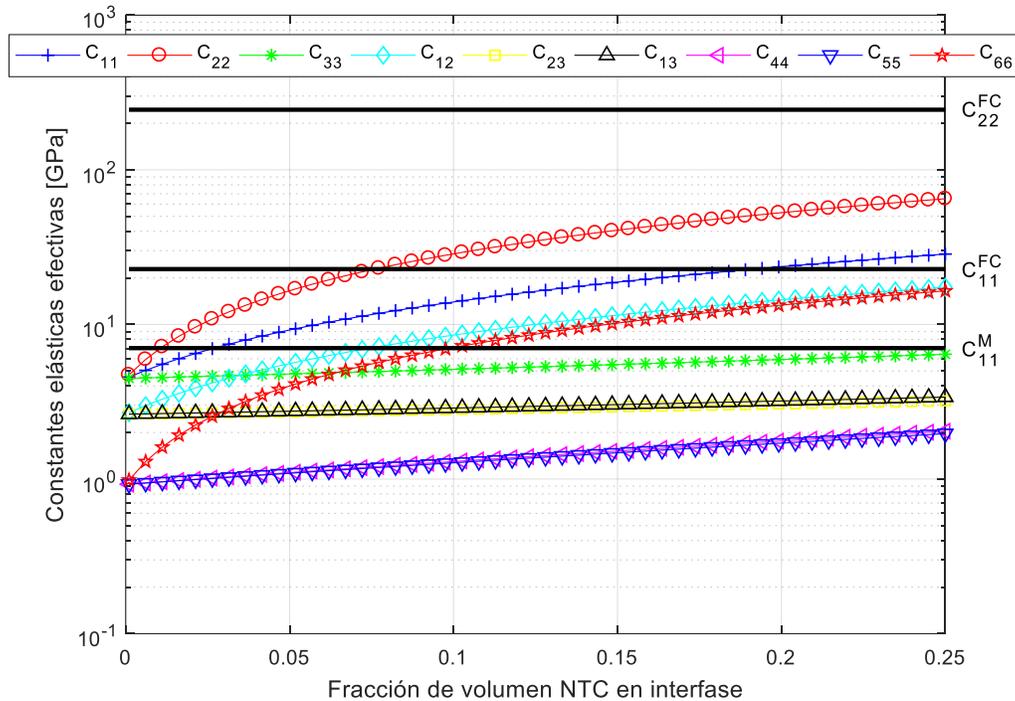


Figura 52. Variación de las propiedades efectivas con respecto a la fracción de volumen de NTC del nanocompuesto 7.25 p/p mPDA/NTCs con orientación aleatoria 2D.

La Figura 52 muestra el caso de orientación aleatoria 2D de los NTCs en el plano axial y radial del modelo monofilamento. Esto causó que las componentes del tensor de elasticidad sea ortotrópico con nueve términos independientes. Siendo la dirección axial (C_{22}) y cortante en el plano 12 (C_{66}) las que más aumentaron conforme se aumentó la fracción de volumen de los NTCs. La componente tangencial (C_{33}) tuvo un menor crecimiento que las otras componentes normales con el aumento de los NTCs.

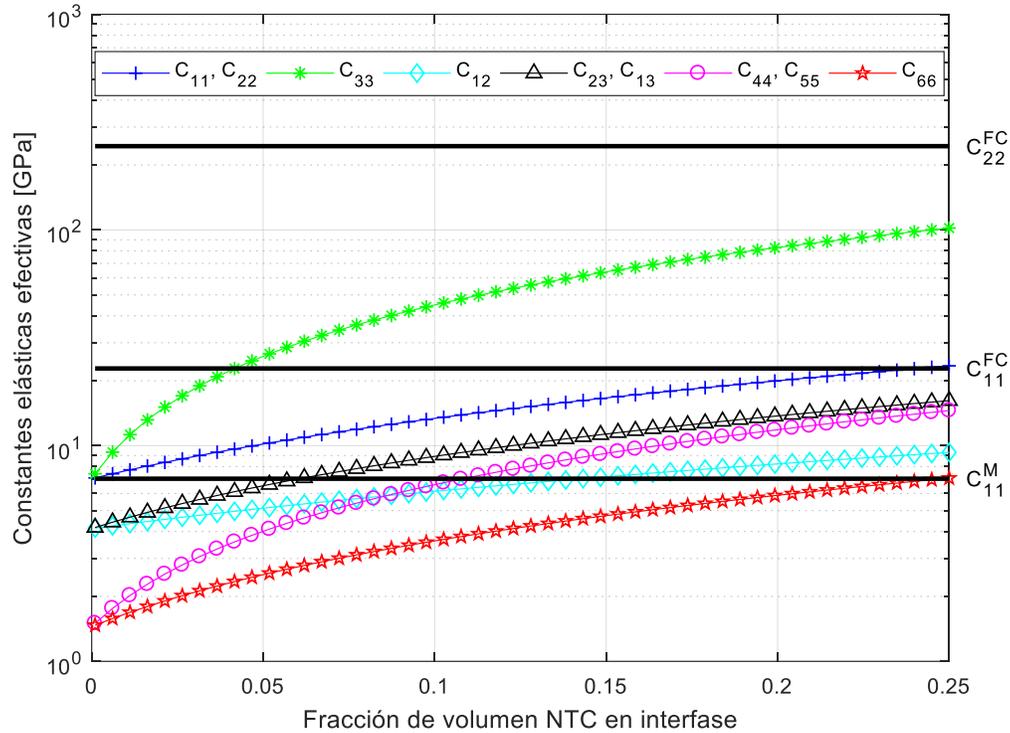


Figura 53. Variación de las propiedades efectivas con respecto a la fracción de volumen de NTC del nanocompuesto 7.25 p/p mPDA/NTCs con orientación aleatoria 3D.

En la Figura 53 se muestra el caso de orientación aleatoria 3D de los NTCs del modelo monofilamento. Esto causó que las componentes del tensor de elasticidad tuvieran un comportamiento transversalmente isotrópico con la dirección tangencial (C_{33}) distinta a la dirección axial (C_{22}) y radial (C_{11}) del modelo monofilamento. La componente tangencial y los cortantes en la dirección del eje 3 (tangencial) son los que más crecen con el aumento del volumen de los NTCs. Debido a la simetría del tensor de rigidez en el plano axial y radial de la fibra, hace que sea práctica la simulación en un modelo 2D de elemento finito, puesto que simplifica la anisotropía del modelo a dos dimensiones. Se espera que al efectuar una rotación en cada eje de las coordenadas esféricas de las inclusiones totalmente aleatorias, el material compuesto se comporte isotrópicamente, pero la razón por la que esto no sucedió fue debido a que una rotación de la teoría de Tandon y Weng [63] no se realizó ya que era la rotación alrededor del eje axial del NTC, que al ser modelado como un cilindro no tendría significado físico.

En el trabajo de Hernández [50] hay un extenso estudio paramétrico de la transferencia de esfuerzos que hay en el modelo monofilamento considerando las propiedades obtenidas en las Figuras 51 y 52. En este trabajo se decidió considerar el caso de alineación 3D de los NTCs y la viscoelasticidad lineal de la resina epóxica debido a que se considera un comportamiento más cercano a un caso práctico real.

Finalmente, las propiedades elásticas que se obtuvieron con la ec. (18) usando distintas fracciones de volumen de NTC (0.01, 0.03 y 0.05) se muestran en la Tabla 6. Estas propiedades serán utilizadas en el modelo final junto a sus propiedades viscoelásticas respectivas. Se decidió utilizar hasta 0.05 de fracción de volumen porque un volumen mayor no es viables experimentalmente debido a la aglomeración de los NTCs [38,39].

Tabla 6. Propiedades elásticas de la interfase utilizadas para el modelo numérico final.

Interfase sin NTC	Interfase con 0.01 de NTC	Interfase con 0.03 de NTC	Interfase con 0.05 de NTC
E_0 : 3.97 GPa	E_1 : 4.68 GPa	E_1 : 5.91 GPa	E_1 : 7.08 GPa
G_0 : 1.45 GPa	E_3 : 7.24 GPa	E_3 : 13.81 GPa	E_3 : 20.37 GPa
ν : 0.37	ν_{12} : 0.416	ν_{12} : 0.421	ν_{12} : 0.409
	G_{12} : 1.65 GPa	G_{12} : 2.08 GPa	G_{12} : 2.51 GPa
	G_{23} : 1.95 GPa	G_{23} : 2.97 GPa	G_{23} : 4.00 GPa

4.3 Propiedades efectivas en el régimen viscoelástico

Si se reemplaza el módulo elástico a cortante de la interfase G por el módulo viscoelástico $G(t)$ de la serie de Prony correspondiente, ver Figura 14, y con base en el principio de correspondencia de Schapery [8,69] en el método de Mori-Tanaka unidireccional y luego aplicando el método modificado por Tandon y Weng para orientaciones de los NTCs en el espacio 3D, la ec. (18) queda como:

$$C_{(MTA)}^{**}(t) = \frac{1}{2\pi} \int_0^\pi \int_0^\pi \langle R_{ZY}^*(\theta, \varphi) \rangle C_{(MT)}^*(t) \langle R_{ZY}^*(\theta, \varphi) \rangle^T \sin \varphi d\varphi d\theta \quad (24)$$

donde $C_{(MTA)}^{**}(t)$ y $C_{(MT)}^*(t)$ dependerán del tiempo, t , y los componentes de $C_{(MTA)}^{**}(t)$ tendrán una relajación, los cuales no necesariamente tendrán los mismos tiempos de relajación, es decir, el tensor de $C_{(MTA)}^{**}(t)$ será un tensor que represente a un material viscoelástico anisotrópico.

En las Figuras 54 y 55 se puede ver la relajación de los módulos y los componentes del tensor de elasticidad que representan una orientación aleatoria 3D de los NTC. Se puede observar como los componentes que dependen de la dirección 1 y 2 son isotrópicos y los que dependen de la dirección 3 son anisotrópicos. La relajación que sucede en los componentes en la dirección 3 (tangencial) y la relajación de las relaciones de Poisson serán despreciados en la simulación numérica debido a que se trabajó con un modelo 2D axisimétrico.

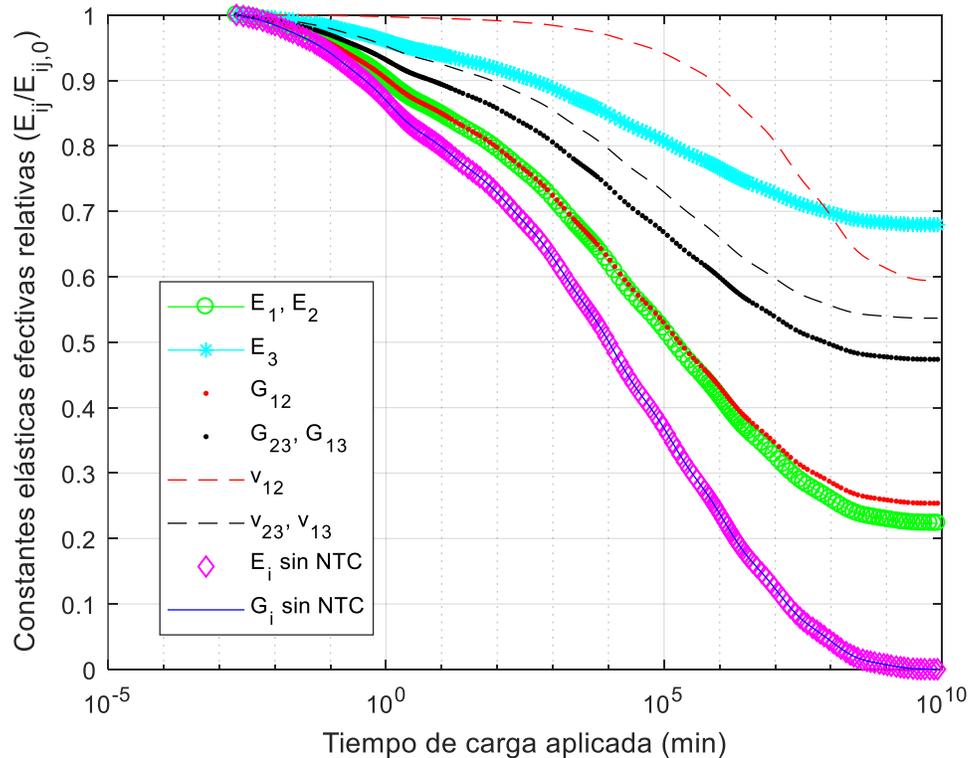


Figura 54. Relajación de los módulos de la interfase con orientación aleatoria 3D con una concentración de 0.03 de NTC.

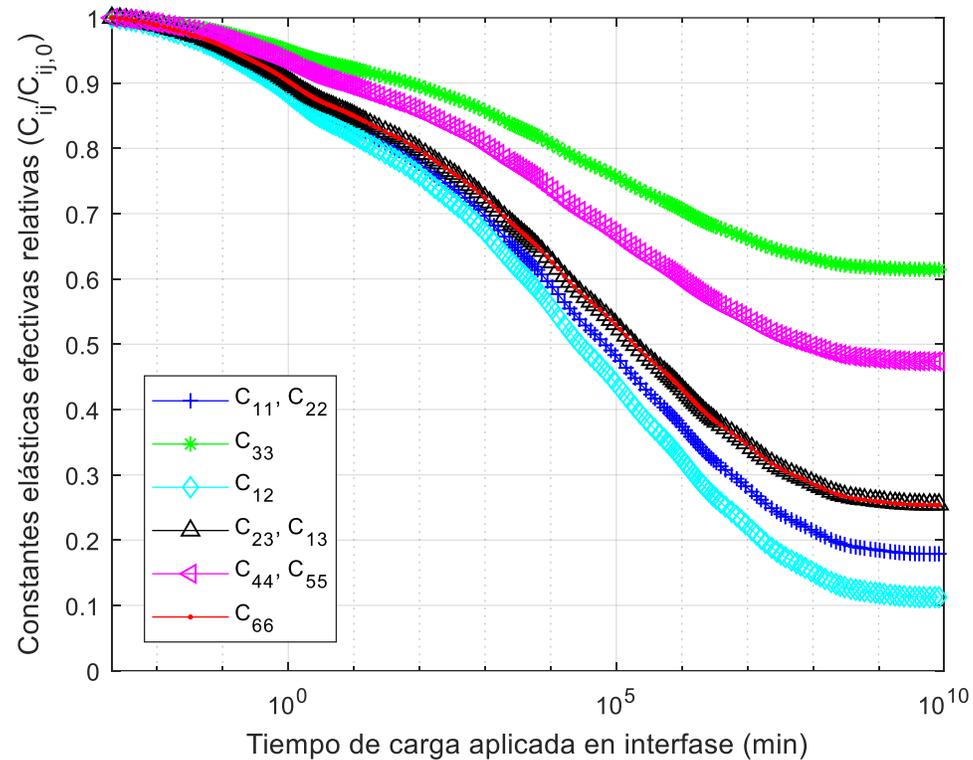


Figura 55. Relajación de componentes tensoriales de la interfase con orientación aleatoria 3D con una concentración de 0.03 de NTC.

Además, la relajación de todos los componentes será más lento conforme aumente la fracción de volumen de los nanotubos. Por ejemplo, en la Figura 56 se muestra como el módulo E_l y G_{12} que se obtuvieron del tensor resultante de la ec. (24) con fracciones de volumen 0, 0.01, 0.03 y 0.05. Se puede observar cómo aumentaron los tiempos de relajación con la cantidad de nanotubos para los mismos componentes. Por lo tanto, se puede deducir que hay un volumen de saturación de los NTCs que hará que la interfase se comporte como un material totalmente elástico en algunas direcciones, siendo su relajación insignificante si continúa aumentado el volumen de los NTC. Los coeficientes de las series de Prony para obtener las curvas de la Figura 56 se encuentran en el Anexo A.

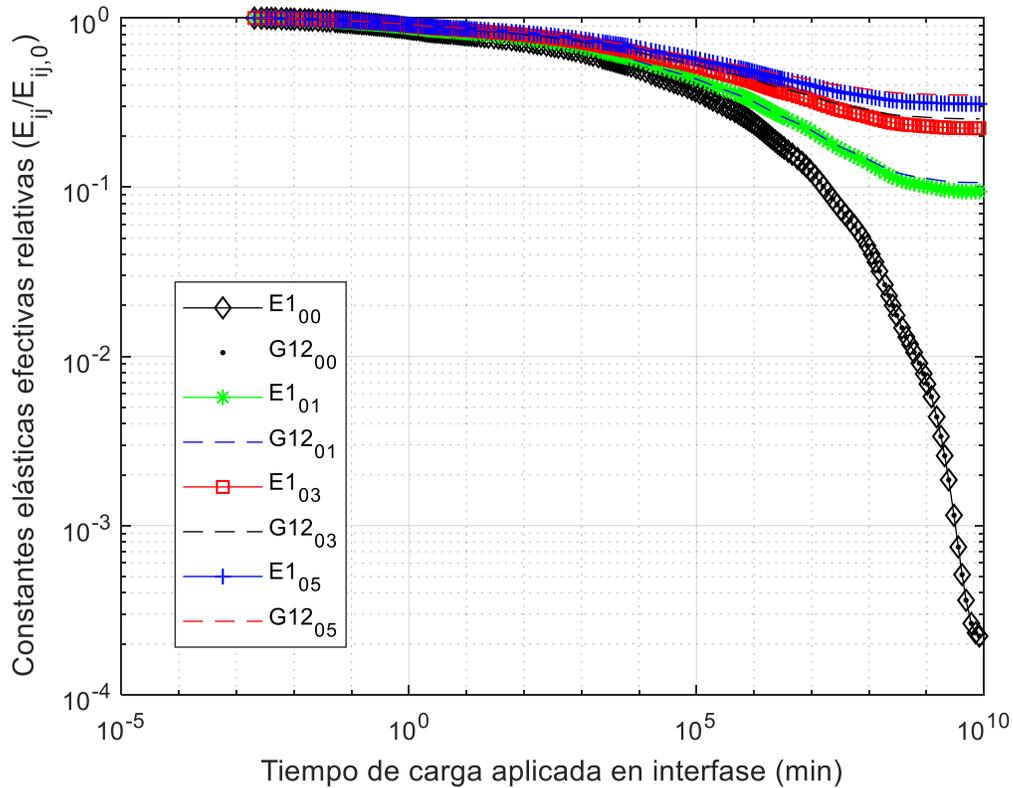


Figura 56. Relajación de los módulos axial y cortante con distintas concentraciones de NTC.

Dado que existe un plano isotrópico en las curvas de relajación de los componentes del tensor resultante de la Ec. (24), es posible modelar en el modelo monofilamente de tres fases axisimétrico con una ecuación constitutiva que represente un material anisotrópico elástico instantáneo y con viscoelasticidad isotrópica. Siempre y cuando el plano de isotropía coincida con el plano que se forma con el eje axial y radial de la fibra de carbono.

4.4 Análisis viscoelástico anisotrópico

En la sección anterior se simplificó la viscoelasticidad anisotrópica en un caso de viscoelasticidad isotrópica en el plano axial y radial. Los coeficientes de Prony que representan la relajación relativa isotrópica de los tensores considerando las tres fracciones de volumen de NTCs (0.01, 0.03 y 0.05) se encuentran reportadas en el Anexo A con las Tablas A-1, A-2 y A-3 y se obtuvieron con la relajación de las componentes que salen en la Figura 56.

4.4.1 Resultados con una relajación simple y el efecto de la fracción de volumen

La implementación del comportamiento teórico de la interfase con NTCs se realizó primero ajustando las curvas teóricas de Mori-Tanaka con series de Prony. Para obtener los coeficientes de Prony se recurrió al método de Bradshaw y Brinson [56]. El modelo numérico se muestra en la Figura 24 y es el mismo que se utilizó en [15] con las modificaciones reportadas en [50].

En los códigos comerciales de elemento finito no se puede implementar de forma directa un comportamiento viscoelástico anisotrópico. Lo único que se puede simular es un material anisotrópico, pero todos los componentes del tensor de elasticidad tendrán la misma relajación. Sin embargo, como la interfase tiene un comportamiento transversalmente isotrópico, se puede ajustar su plano transversal isotrópico como el plano de simetría axial 2D. Con lo anterior se puede simplificar a una relajación isotrópica con los módulos que representan ese plano (E_1 , E_2 y G_{12}). Los módulos en otras direcciones (E_3 , G_{23} y G_{13}) tienen una relajación distinta al plano de isotropía transversal como se observa en la Figura 54. Sin embargo, en la implementación en ANSYS los módulos E_3 , G_{23} y G_{13} tendrán la misma relajación que los módulos E_1 , E_2 y G_{12} . El error de asumir lo anterior sería despreciable considerando que el modelo será axisimétrico y los componentes de esfuerzos que dependen de la dirección tangencial no se consideran relevantes para este tipo de simulación

Finalmente, el modelo de una sola fibra de tres fases es expuesto a un desplazamiento de ocho micras en una rampa que dura 1800 segundos y luego el desplazamiento se mantiene constante durante otros 1800 segundos como se muestra en la Figura 57. La relajación de esfuerzos comienza desde el primer segundo de la prueba hasta el final. Estos tiempos fueron escogidos, debido a que, en una prueba de fragmentación real, primero se tensiona la muestra a una velocidad muy lenta hasta alcanzar la deformación de saturación y luego se mantienen esta deformación para realizar el conteo y medición de los fragmentos de fibra.

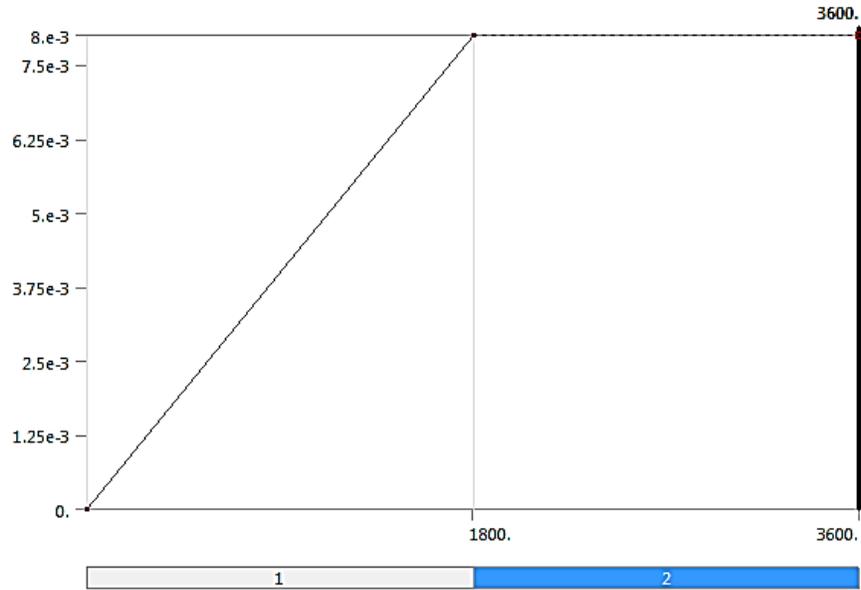


Figura 57. Función del desplazamiento δ_y a lo largo del tiempo.

En la Figura 58 se puede observar el comportamiento de la longitud inefectiva al variar la fracción de volumen de los NTC después de los 3600 segundos de relajación considerando viscoelasticidad y otro sólo elasticidad. De la misma manera, en la Figura 59 se muestra como varía el esfuerzo axial máximo en la fibra.

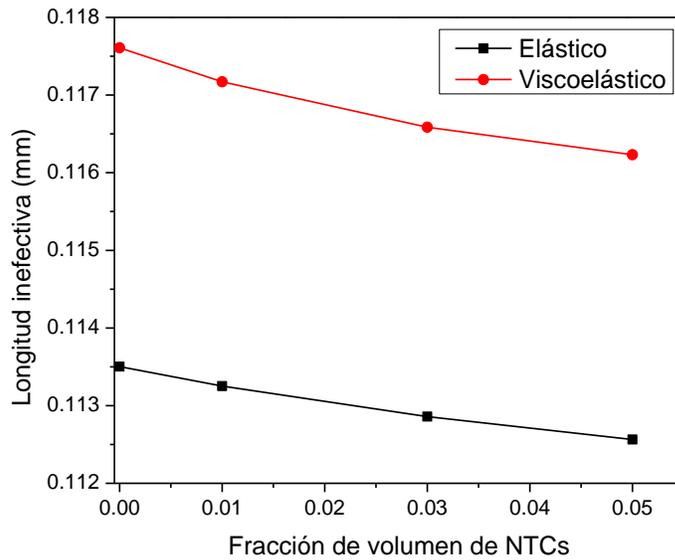


Figura 58. Longitud inefectiva obtenida del modelo MEF variando la fracción de volumen de los NTCs, considerando elasticidad y viscoelasticidad.

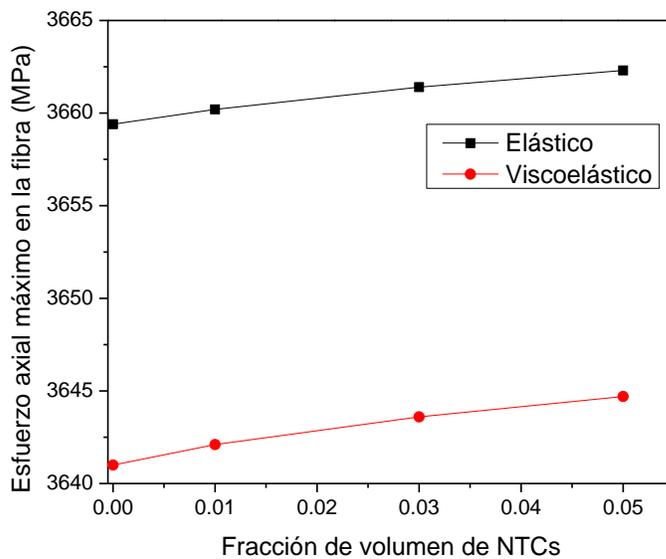


Figura 59. Esfuerzo axial máximo en la fibra obtenidas del modelo MEF variando la fracción de volumen de los NTCs, considerando elasticidad y viscoelasticidad.

Los resultados en el régimen elástico son independientes del tiempo, por lo que los resultados obtenidos desde que la prueba alcanzan los 1800 segundos permanecen

constantes en el tiempo. Se puede observar como al considerar el fenómeno de la viscoelasticidad los resultados varían más que a los que se obtienen cuando sólo se varía la fracción de volumen de los NTC causando un aumento de la rigidez y su respectiva anisotropía. En este caso la longitud inefectiva y el esfuerzo axial máximo fueron más sensibles a la relajación de una hora que la introducción de NTCs en la interfase. Se observa que el esfuerzo axial máximo tiene una relación proporcional mientras la longitud inefectiva tiene una relación inversamente proporcional conforme aumenta el volumen de NTCs.

En la Figura 60 se muestra la distribución del esfuerzo axial de la fibra entre 0.380 mm y 0.507 mm de la longitud de la fibra variando el régimen elástico y viscoelástico con 0.05 de fracción de volumen de nanotubos y sin nanotubos. Se puede observar como la distribución de esfuerzo en la zona donde se calcula la longitud inefectiva es muy similar cuando sólo se consideran los NTC y ligeramente distinta cuando se considera la viscoelasticidad.

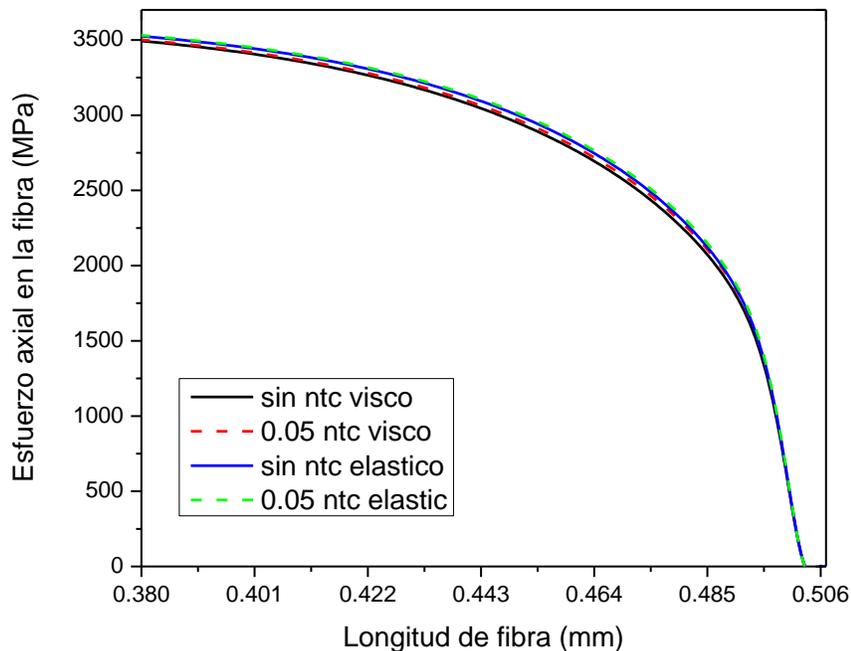


Figura 60. Distribución de esfuerzos axiales de la Fibra en la zona donde se presenta la longitud inefectiva.

Por último, la Figura 61 muestra como varía la distribución del esfuerzo radial a lo largo del eje de simetría en X, es decir a la mitad del fragmento de fibra, cuando se va variando la fracción de volumen de los NTCs. Al aumentar los NTCs va disminuyendo el esfuerzo a compresión que presenta la fibra. A mayor presión, más carga resistirá la fibra antes de fallar [15]. Esto puede ser debido al comportamiento anisotrópico que se presenta en la interfase por la inclusión de nanotubos, que, al ir aumentado la rigidez de algunas componentes del tensor, la interfase deja de actuar como un puente en la transferencia de carga.

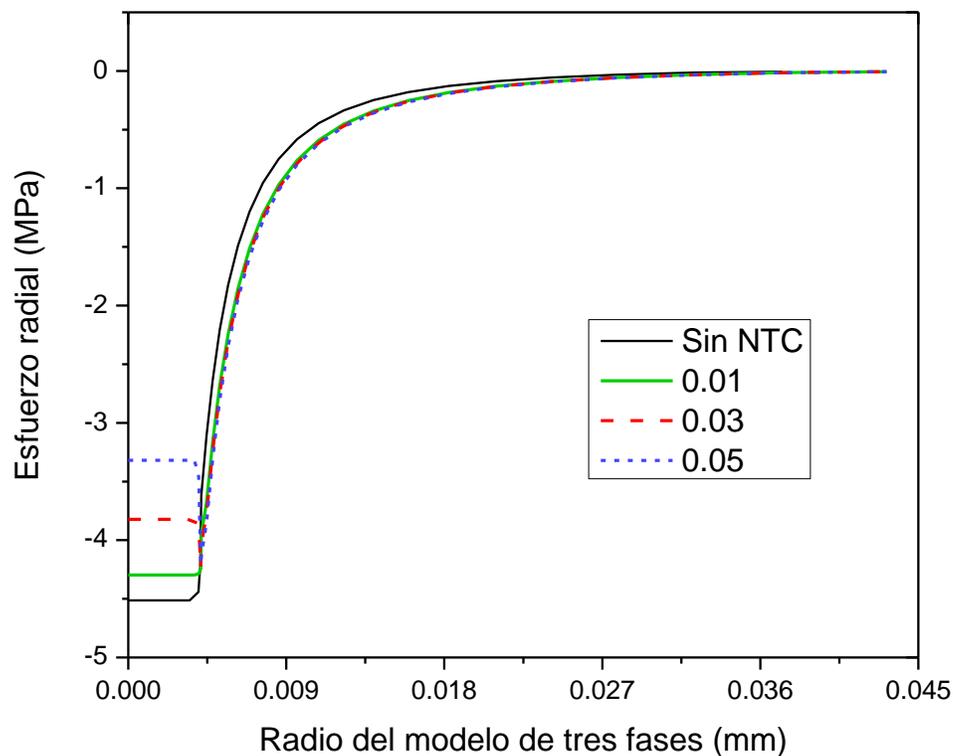


Figura 61. Esfuerzo radial a lo largo del ancho del modelo MEF a la altura de $X=0$.

4.4.2 Resultados con diferentes configuraciones de carga

Cuando se desconoce la deformación de saturación de la fragmentación de la fibra, se suele hacer pasos de deformación para ir contando los fragmentos, cuando estos no varían con la

deformación aplicada, la última deformación en fragmentar la fibra se considera como la deformación de saturación. En otras palabras, la deformación de saturación es la deformación necesaria para alcanzar la longitud crítica. Para alcanzar la deformación de saturación con nuestros materiales y asumiendo una interfaz de unión perfecta, se ha reportado que es necesario aplicar $8 \mu\text{m}$ de desplazamiento relativo a la matriz [7]. A una velocidad de 0.1 mm/min con un desplazamiento máximo en dirección axial de $\delta_{Y,max} = 8 \mu\text{m}$ se hicieron diferentes configuraciones de carga que simulan el procedimiento del proceso de fragmentación.

Se decidió observar el comportamiento del modelo numérico aplicándole tres configuraciones de carga descrito en la Tabla 7. En la primera configuración se alcanza la deformación de saturación en un paso y se deja relajar hasta que se cumplan los 1200 segundos que representa un tiempo aproximado en realizar las mediciones de los fragmentos, en la segunda se alcanza en dos pasos equitativos y en la tercera se alcanza en 4 pasos equitativos.

Tabla 7. Configuración de los pasos de carga necesarios para alcanzar la deformación máxima $\delta_{Y,max} = 8 \mu\text{m}$.

Pasos de tiempo	Tiempo [s]	δ_Y [mm]	Tiempo [s]	δ_Y [mm]	Tiempo [s]	δ_Y [mm]
1	0	0	0	0	0	0
	4.8	0.008	2.4	0.004	1.2	0.002
2	1200		600		300	
3			602.4	0.008	301.2	0.004
4			1200		600	
5					601.2	0.006
6					900	
7	901.2					
8			1200	0.008		

En la Figura 62 se puede observar la relajación del módulo cortante de la matriz $G(t)$ y en la Figura 63 se observa la relajación módulo cortante en el plano XY de la interfase, $G_{xy}(t)$, ambos calculados con la ec. (23) y siguiendo los pasos de deformación descritos en la Tabla 7. Se observa el efecto de realizar diferentes pasos de deformación hasta alcanzar su

deformación de saturación sobre los módulos a relajación. Mientras más pasos, el módulo terminará más rígido. Por otro lado, los picos de rigidez podrían ser clave en la fragmentación de la fibra antes de su saturación debido a defectos puntuales en la fibra, sin embargo, no se consideró evaluar ese efecto en este trabajo.

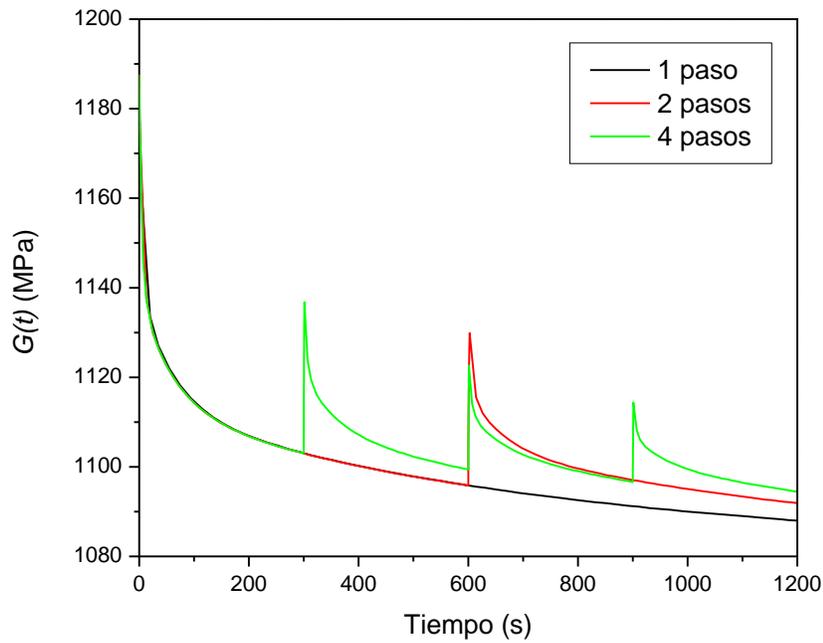


Figura 62. Relajación del módulo elástico en cortante de la matriz con respecto al número de pasos de carga.

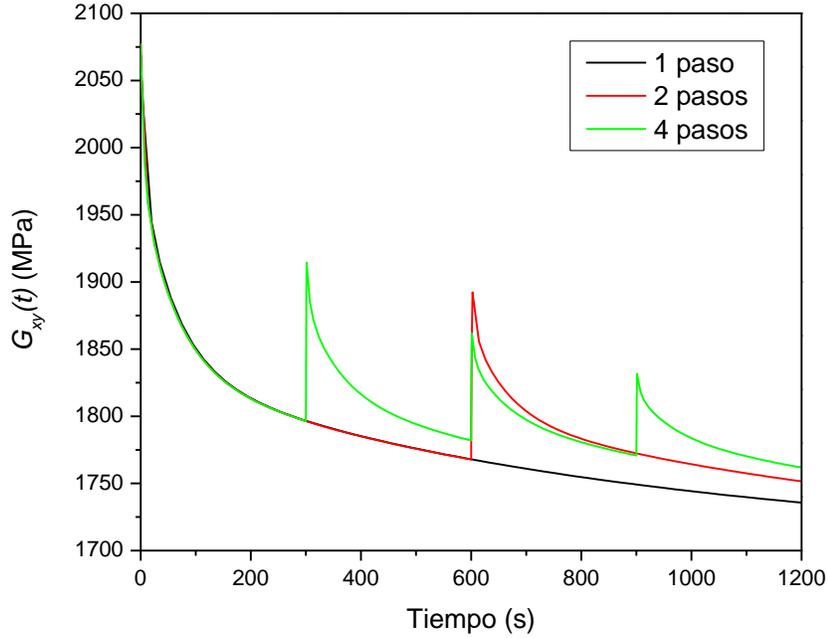


Figura 63. Relajación del módulo elástico en cortante del plano XY de la interfase con respecto al número de pasos de carga.

En la Figura 64 se muestra el comportamiento del esfuerzo máximo en la fibra y de la longitud inefectiva ambos evaluados en $t=1200$ s. En esta figura se compara los resultados obtenidos con las diferentes configuraciones mostradas en la Tabla 7. Los NTCs minimizaron el efecto de la relajación de la interfase, pero aún se conserva una relación aunque sea a una magnitud poco significativa pero que ha sido constante en todo este trabajo: existe una relación inversamente proporcional entre la longitud inefectiva y el esfuerzo máximo en la fibra.

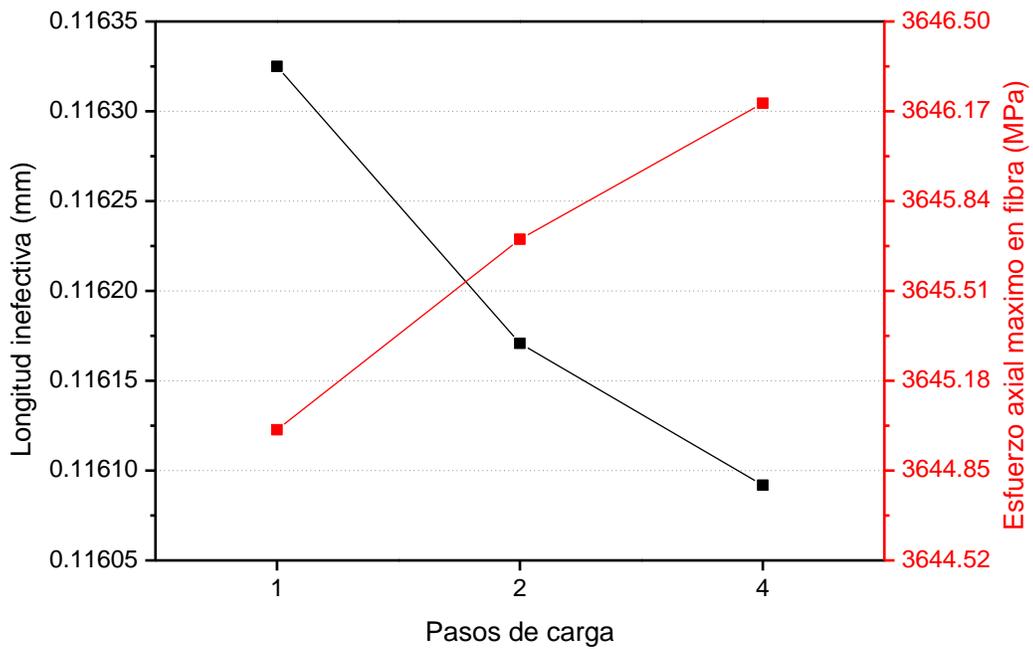


Figura 64. Longitud inefectiva (negro) y esfuerzo axial máximo en la fibra (rojo) obtenido conforme se varía la configuración de pasos de carga.

Finalmente, se puede decir que existe una tendencia, aunque muy pequeña, en obtener fragmentos de fibra más cortos al aumentar los pasos de deformación en la prueba de fragmentación. Esto podría ser considerablemente mayor a temperaturas mayores o con materiales con tiempos de relajación muy cortos.

CONCLUSIONES

El objetivo del trabajo fue estudiar el efecto de la incorporación de nanotubos de carbono en la interfase sobre la longitud inefectiva considerando las propiedades viscoelásticas de la interfase y matriz. Se observó que la longitud inefectiva y la distribución de los componentes de esfuerzo varían cuando se varía la velocidad de carga a temperatura ambiente y la variación es mayor a temperaturas mayores. La incorporación de los nanotubos de carbono cambio los tiempos de relajación en la interfase y les dio una naturaleza anisotrópica. La anisotropía causada por la concentración de nanotubos de carbono tuvo un efecto poco significativo sobre la longitud inefectiva y se debió a que depende principalmente del esfuerzo cortante máximo en la interfase y este fue dominado por una singularidad presente debido a que no se consideró la fluencia de la matriz. Esta singularidad enmascaró al efecto que tuvieron los cambios en la rigidez de la resina debida a la relajación de esfuerzos y la concentración de nanotubos sobre la longitud inefectiva. Por lo tanto, se puede concluir que la hipótesis que considera que la incorporación de nanotubos de carbono en la interfase modifica la longitud inefectiva de la fibra es válida pero el efecto fue pequeño con el material y el modelo utilizados. El efecto dependerá de que tan rápido se relaja el material, de las direcciones que refuerce el nanotubo en la interfase y de considerar la fluencia de la matriz. Del presente trabajo se destacan otras conclusiones particulares:

En el desarrollo y caracterización:

- Se caracterizaron por primera vez las relaciones de Poisson de la resina epóxica con 7.25 p/p de mPDA y 14.5 p/p de mPDA con la técnica de correlación de imágenes digital.
- Se obtuvieron las curvas maestras de la interfase y la matriz por medio de ensayos de relajación a torsión en un reómetro. Se observó que debido al desequilibrio estequiométrico de la interfase se presentó una relajación más pronunciada que la del módulo elástico en cortante de la matriz y que su módulo elástico en cortante instantáneo fue mayor al de la matriz. Además, se obtuvieron las series de Prony

correspondientes con un ajuste bastante preciso gracias a la aplicación del método de Bradshaw y Brinson para estimar los coeficientes de Prony.

- Se implementó una metodología para obtener los tensores de Mori-Tanaka unidireccionales, con orientaciones aleatorias en 2D y 3D de los nanotubos con operaciones matriciales. Esto facilitó la implementación computacional del comportamiento viscoelástico del tensor de Mori-Tanaka con orientación aleatoria 3D usando la serie de Prony, la teoría de Tandon y Weng y el principio de correspondencia de Schapery.

En el análisis viscoelástico del modelo monofilamento de tres fases:

- El efecto del esfuerzo cortante máximo queda enmascarado por las singularidades presentes en este tipo de modelo con tres fases. Estas singularidades no pueden converger aumentando el número de elementos en la zona. Por lo tanto, se requiere considerar la plasticidad o fluencia de la matriz que permita converger el cortante máximo.
- A partir de las distribuciones de esfuerzo, se observó como la transferencia de esfuerzos de la matriz hacia la fibra también está disminuyendo, lo que aumenta la longitud inefectiva con la temperatura o el tiempo de relajación.
- El aumento de la temperatura o el tiempo provoca que disminuya la rigidez, especialmente en la interfase, lo que resulta en esfuerzos menores y disminuye la eficiencia de la transferencia de esfuerzos. A menor esfuerzo en la fibra, longitudes críticas más largas.
- El esfuerzo axial máximo disminuye con un aumento en la temperatura, del tiempo o del espesor de la interfase.
- El esfuerzo radial disminuye con el módulo de relajación a cortante. Sin embargo, con el espesor de la interfase, el esfuerzo radial aumenta a temperatura ambiente y disminuye con temperaturas mayores.
- El comportamiento viscoelástico de la interfase desempeña un papel importante en la transferencia de esfuerzo de la matriz hacia la fibra, especialmente cuando la velocidad de elongación cambia durante la prueba de fragmentación de una sola fibra. Este comportamiento indica que la estimación experimental de la longitud

crítica de la fibra variará junto con las condiciones del experimento, conduciendo a diferencias en la resistencia cortante interfacial.

En el análisis viscoelástico anisotrópico:

- Al aumentar la fracción de volumen de los nanotubos de carbono va retrasando la relajación de la interfase y resultó en un material viscoelástico transversalmente isotrópico.
- También se observó que, al aumentar los pasos de carga escalonados en la prueba de fragmentación, aumenta la rigidez de la interfase y provoca que longitud inefectiva resultante tienda a disminuir y aumente el esfuerzo axial sobre la fibra.
- Al aumentar la concentración de nanotubos de carbono aumentó la rigidez de la interfase y, por tanto, disminuyó la longitud inefectiva y aumentó el esfuerzo axial.
- El esfuerzo radial sobre la fibra disminuyó con la cantidad de nanotubos en la interfase.
- En la simulación de la prueba de relajación por una hora, la viscoelasticidad tuvo un mayor efecto sobre la longitud crítica que la cantidad de nanotubos de carbono en la interfase.

Se considera que este trabajo puede ser expandido o mejorado siguiendo las siguientes recomendaciones:

- Al evaluar el estado de esfuerzos en un régimen viscoelástico en períodos cortos (menor a cuatro horas) a distintas temperaturas, es recomendable alimentar las simulaciones directamente con la curva de relajación experimental a una temperatura dada en lugar de generar una curva maestra con el principio de superposición y luego extrapolar el módulo de relajación a distintas temperaturas con una función de corrimiento.
- Caracterizar y modelar las interfaces con elementos o contactos cohesivos en lugar de considerar una unión perfecta entre las fases del modelo.
- Considerar otros nanomateriales modificando la geometría de la nanoinclusión con el tensor de Eshelby y caracterizar y modelar su respectiva región interfacial entre la nanoinclusión y la interfase y considerarlo como una fase extra en el método de

Mori-Tanaka.

- Se observó que un modelo axisimétrico de tres fases presenta dos singularidades que dominan el estado de esfuerzos. Considerando una deformación plástica con un endurecimiento por deformación en la matriz sería más representativo que el comportamiento viscoelástico lineal de la matriz. La combinación de una interfase con comportamiento viscoelástico lineal y una matriz con deformación elasto-plástica conduciría a resultados más cercanos a los experimentales y a un mejor análisis de transferencia de esfuerzos.
- Realizar una subrutina en código comercial de elemento finito que implemente la ecuación constitutiva de un material viscoelástico anisotrópico en un modelo monofilamento tridimensional.

REFERENCIAS

- [1] X.J. Gong, J.A. Arthur, L.S. Penn, Strain rate effect in the single-fiber-fragmentation test, *Polym. Compos.* (2001). <https://doi.org/10.1002/pc.10543>.
- [2] M.W. Hyer, *Stress Analysis of Fibre-Reinforced Composite Materials*, 2009. <https://doi.org/10.1200/jco.2005.03.0783>.
- [3] J.M. Whitney, L.T. Drzal, Axisymmetric stress distribution around an isolated fiber fragment, in: N.J. Johnston (Ed.), *Toughened Compos. ASTM STP 937*, ASTM, Philadelphia, 1987: pp. 179–196. <https://doi.org/10.1520/STP24378S>.
- [4] B. Zhang, B.Q. Gu, The Effect of Interphase Modulus and Thickness on Stress Transfer of Short-Fiber-Reinforced Composites, *Appl. Mech. Mater.* 55–57 (2011) 303–307. <https://doi.org/10.4028/www.scientific.net/AMM.55-57.303>.
- [5] F.M. Zhao, T. Okabe, N. Takeda, Effect of matrix yield properties on fragmentation behavior of single fiber composites, *Compos. Interfaces.* 9 (2002) 289–308. <https://doi.org/10.1163/156855402320257366>.
- [6] D. Tripathi, F. Chen, F.R. Jones, The effect of matrix plasticity on the stress fields in a single filament composite and the value of interfacial shear strength obtained from the fragmentation test, *Proc. R. Soc. A Math. Phys. Eng. Sci.* 452 (1996) 621–653. <https://doi.org/10.1098/rspa.1996.0032>.
- [7] H. Ho, L.T. Drzal, Non-linear numerical study of the single-fiber fragmentation test. Part II: A parametric study, *Compos. Eng.* (1995). [https://doi.org/10.1016/0961-9526\(95\)00055-R](https://doi.org/10.1016/0961-9526(95)00055-R).
- [8] G.A. Holmes, R. Peterson, D. Hunston, W. McDonough, C. Schutte, The Effect of Nonlinear Viscoelasticity on Interfacial Shear Strength Measurements, in: S.C. Schapery RA (Ed.), *Time Depend. Nonlinear Eff. Polym. Compos. ASTM STP 1357*, ASTM, West Conshohocken, 2000: pp. 98–117. <https://doi.org/10.1520/STP15831S>.
- [9] J.M. Lifshitz, A. Rotem, Time-dependent longitudinal strength of unidirectional fibrous composites, *Fibre Sci. Technol.* 3 (1970) 1–20. [https://doi.org/10.1016/0015-0568\(70\)90023-0](https://doi.org/10.1016/0015-0568(70)90023-0).
- [10] E. Pérez-Pacheco, M. V. Moreno-Chulim, A. Valadez-González, C.R. Rios-Soberanis, P.J. Herrera-Franco, Effect of the interphase microstructure on the behavior of carbon fiber/epoxy resin model composite in a thermal environment, *J. Mater. Sci.* 46 (2011) 4026–4033. <https://doi.org/10.1007/s10853-011-5331-0>.
- [11] M.F. Muñoz-Vélez, A. Valadez-González, P.J. Herrera-Franco, Effect of fiber surface treatment on the incorporation of carbon nanotubes and on the micromechanical properties of a single-carbon fiber-epoxy matrix composite, *Express Polym. Lett.* 11 (2017) 704–718. <https://doi.org/10.3144/expresspolymlett.2017.68>.

- [12] L.T. Drzal, The role of the fiber-matrix interphase on composite properties, *Vacuum*. 41 (1990) 1615–1618. [https://doi.org/10.1016/0042-207X\(90\)94034-N](https://doi.org/10.1016/0042-207X(90)94034-N).
- [13] S. Kari, H. Berger, U. Gabbert, R. Guinovart-Diaz, J. Bravo-Castillero, R. Rodriguez-Ramos, Evaluation of influence of interphase material parameters on effective material properties of three phase composites, *Compos. Sci. Technol.* 68 (2008) 684–691. <https://doi.org/10.1016/j.compscitech.2007.09.009>.
- [14] H. Li, B. Zhang, Improved models of viscosity and relaxation modulus for epoxy resin during cure, *Polym. Eng. Sci.* 56 (2016) 617–621. <https://doi.org/10.1002/pen.24286>.
- [15] H. Ho, L.T. Drzal, Non-linear numerical study of the single-fiber fragmentation test. Part I: Test mechanics, *Compos. Eng.* (1995). [https://doi.org/10.1016/0961-9526\(95\)00065-U](https://doi.org/10.1016/0961-9526(95)00065-U).
- [16] A. Kelly, W.R. Tyson, Tensile properties of fibre-reinforced metals: Copper/tungsten and copper/molybdenum, *J. Mech. Phys. Solids*. 13 (1965) 329–350. [https://doi.org/10.1016/0022-5096\(65\)90035-9](https://doi.org/10.1016/0022-5096(65)90035-9).
- [17] F.A. Ramirez, L.A. Carlsson, B.A. Acha, A method to measure fracture toughness of the fiber/matrix interface using the single-fiber fragmentation test, *Compos. Part A Appl. Sci. Manuf.* (2009). <https://doi.org/10.1016/j.compositesa.2009.04.011>.
- [18] P.J. Herrera-Franco, L.T. Drzal, Comparison of methods for the measurement of fibre/matrix adhesion in composites, *Composites*. 23 (1992) 2–27. [https://doi.org/10.1016/0010-4361\(92\)90282-Y](https://doi.org/10.1016/0010-4361(92)90282-Y).
- [19] M.. Greenfield, A. Pedicini, L.. Penn, Development of a single fiber fragmentation test for high strain rates, *Int. J. Adhes. Adhes.* 20 (2000) 403–407. [https://doi.org/10.1016/S0143-7496\(99\)00068-8](https://doi.org/10.1016/S0143-7496(99)00068-8).
- [20] V.B. Gupta, L.T. Drzal, C.Y.-C. Lee, M.J. Rich, The temperature-dependence of some mechanical properties of a cured epoxy resin system, *Polym. Eng. Sci.* 25 (1985) 812–823. <https://doi.org/10.1002/pen.760251305>.
- [21] L. Hernández-Ramírez, A. Valadez-González, P. Herrera-Franco, Paper Number: 1787 Title: An assessment of the SFFT in hierarchical composite materials Authors: Luis A. Hernández-Ramírez, Alex Valadez-González and Pedro J. Herrera-Franco, in: *An Assess. SFFT Hierarchical Compos. Mater.*, 2015: p. 1787.
- [22] L.T. Drzal, M.J. Rich, M.F. Koenig, P.F. Lloyd, Adhesion of Graphite Fibers to Epoxy Matrices: II. The Effect of Fiber Finish, *J. Adhes.* 16 (1983) 133–152. <https://doi.org/10.1080/00218468308074911>.
- [23] V.B. Gupta, L.T. Drzal, C.Y.-C. Lee, M.J. Rich, The effects of stoichiometry and structure on the dynamic torsional properties of a cured epoxy resin system, *J. Macromol. Sci. Part B*. 23 (1984) 435–466. <https://doi.org/10.1080/00222348408219470>.
- [24] H. L. Cox, The elasticity and strength of paper and other fibrous materials, *Br. J. Appl. Phys.* 3 (1952) 72–79.

- [25] N. Zobeiry, S. Malek, R. Vaziri, A. Poursartip, A differential approach to finite element modelling of isotropic and transversely isotropic viscoelastic materials, *Mech. Mater.* 97 (2016) 76–91. <https://doi.org/10.1016/J.MECHMAT.2016.02.013>.
- [26] V.T. Endo, J.C. de Carvalho Pereira, Linear orthotropic viscoelasticity model for fiber reinforced thermoplastic material based on Prony series, *Mech. Time-Dependent Mater.* (2017). <https://doi.org/10.1007/s11043-016-9326-8>.
- [27] V.G. Martynenko, G.I. Lvov, Numerical prediction of temperature-dependent anisotropic viscoelastic properties of fiber reinforced composite, *J. Reinf. Plast. Compos.* 36 (2017) 1790–1801. <https://doi.org/10.1177/0731684417727064>.
- [28] P. Upadhyaya, S. Kumar, Micromechanics of stress transfer through the interphase in fiber-reinforced composites, *Mech. Mater.* 89 (2015) 190–201. <https://doi.org/10.1016/j.mechmat.2015.06.012>.
- [29] F. Guo, Y. Yan, Y. Hong, Z. Tian, Y. Li, A three-phase model of the single-fiber composite fragmentation test to evaluate viscoelasticity, stress distribution and interface fracture toughness, *Compos. Interfaces.* 0 (2019) 1–23. <https://doi.org/10.1080/09276440.2019.1608758>.
- [30] J.A. Nairn, A variational mechanics analysis of the stresses around breaks in embedded fibers, *Mech. Mater.* (1992). [https://doi.org/10.1016/0167-6636\(92\)90042-C](https://doi.org/10.1016/0167-6636(92)90042-C).
- [31] L. Monette, M.P. Anderson, G.S. Grest, The meaning of the critical length concept in composites: Study of matrix viscosity and strain rate on the average fiber fragmentation length in short-fiber polymer composites, *Polym. Compos.* 14 (1993) 101–115. <https://doi.org/10.1002/pc.750140204>.
- [32] J. Koyanagi, A. Yoshimura, H. Kawada, Y. Aoki, A numerical simulation of time-dependent interface failure under shear and compressive loads in single-fiber composites, *Appl. Compos. Mater.* (2010). <https://doi.org/10.1007/s10443-009-9118-2>.
- [33] M. Groover, *Fundamentals of Modern Manufacturing Materials, Processes and Systems*, John Wiley Sons. (2010).
- [34] C. Velasco-Santos, A.L. Martínez-Hernández, F.T. Fisher, R. Ruoff, V.M. Castaño, Improvement of Thermal and Mechanical Properties of Carbon Nanotube Composites through Chemical Functionalization, *Chem. Mater.* (2003). <https://doi.org/10.1021/cm034243c>.
- [35] S.B. Sinnott, Chemical Functionalization of Carbon Nanotubes, *J. Nanosci. Nanotechnol.* 2 (2002) 113–123. <https://doi.org/10.1166/jnn.2002.107>.
- [36] T. Kamae, L.T. Drzal, Carbon fiber/epoxy composite property enhancement through incorporation of carbon nanotubes at the fiber-matrix interphase - Part I: The development of carbon nanotube coated carbon fibers and the evaluation of their adhesion, *Compos. Part A Appl. Sci. Manuf.* (2012). <https://doi.org/10.1016/j.compositesa.2012.02.016>.

- [37] N. Lachman, H. Daniel Wagner, Correlation between interfacial molecular structure and mechanics in CNT/epoxy nano-composites, in: *Compos. Part A Appl. Sci. Manuf.*, 2010. <https://doi.org/10.1016/j.compositesa.2009.08.023>.
- [38] B. Fiedler, F.H. Gojny, M.H.G. Wichmann, M.C.M. Nolte, K. Schulte, Fundamental aspects of nano-reinforced composites, *Compos. Sci. Technol.* (2006). <https://doi.org/10.1016/j.compscitech.2005.01.014>.
- [39] F. Hussain, M. Hojjati, M. Okamoto, R.E. Gorga, Review article: Polymer-matrix nanocomposites, processing, manufacturing, and application: An overview, *J. Compos. Mater.* (2006). <https://doi.org/10.1177/0021998306067321>.
- [40] V.S. Romanov, S. V. Lomov, I. Verpoest, L. Gorbatikh, Modelling evidence of stress concentration mitigation at the micro-scale in polymer composites by the addition of carbon nanotubes, *Carbon N. Y.* (2015). <https://doi.org/10.1016/j.carbon.2014.10.061>.
- [41] M.C. Ray, R.G. De Villoria, B.L. Wardle, Load transfer analysis in short carbon fibers with radially-aligned carbon nanotubes embedded in a polymer matrix, *J. Adv. Mater.* (2009).
- [42] S.I. Kundalwal, M.C. Ray, Effective properties of a novel composite reinforced with short carbon fibers and radially aligned carbon nanotubes, *Mech. Mater.* (2012). <https://doi.org/10.1016/j.mechmat.2012.05.008>.
- [43] S.I. Kundalwal, M.C. Ray, Effect of Carbon Nanotube Waviness on the Elastic Properties of the Fuzzy Fiber Reinforced Composites, *J. Appl. Mech.* 80 (2013). <https://doi.org/10.1115/1.4007722>.
- [44] S.I. Kundalwal, S. Kumar, Multiscale modeling of stress transfer in continuous microscale fiber reinforced composites with nano-engineered interphase, *Mech. Mater.* (2016). <https://doi.org/10.1016/j.mechmat.2016.09.002>.
- [45] Y. Pan, G.J. Weng, S.A. Meguid, W.S. Bao, Z.H. Zhu, A.M.S. Hamouda, Interface effects on the viscoelastic characteristics of carbon nanotube polymer matrix composites, *Mech. Mater.* (2013). <https://doi.org/10.1016/j.mechmat.2012.10.015>.
- [46] A. Naik, N. Abolfathi, G. Karami, M. Ziejewski, Micromechanical viscoelastic characterization of fibrous composites, *J. Compos. Mater.* (2008). <https://doi.org/10.1177/0021998308091221>.
- [47] F.T. Fisher, L.C. Brinson, Viscoelastic interphases in polymer-matrix composites: Theoretical models and finite-element analysis, *Compos. Sci. Technol.* (2001). [https://doi.org/10.1016/S0266-3538\(01\)00002-1](https://doi.org/10.1016/S0266-3538(01)00002-1).
- [48] H. Liu, L. Catherine Brinson, A hybrid numerical-analytical method for modeling the viscoelastic properties of polymer nanocomposites, in: *J. Appl. Mech. Trans. ASME*, 2006. <https://doi.org/10.1115/1.2204961>.
- [49] V.G. Martynenko, An original technique for modeling of anisotropic viscoelasticity of orthotropic materials in finite element codes applied to the mechanics of plates and shells, *Mech. Mech. Eng.* (2017).

- [50] L.A. Hernández-Ramírez, Análisis paramétrico del estado de esfuerzos en un modelo de un material compuesto multi-escala monofilamento de carbono/nanotubos de carbono-resina epóxica, Centro de Investigación Científica de Yucatán, 2014.
- [51] M. Mehdikhani, M. Aravand, B. Sabuncuoglu, M.G. Callens, S. V. Lomov, L. Gorbatikh, Full-field strain measurements at the micro-scale in fiber-reinforced composites using digital image correlation, *Compos. Struct.* 140 (2016) 192–201. <https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2015.12.020>.
- [52] M.L. Williams, R.F. Landel, J.D. Ferry, The Temperature Dependence of Relaxation Mechanisms in Amorphous Polymers and Other Glass-forming Liquids, *J. Am. Chem. Soc.* (1955). <https://doi.org/10.1021/ja01619a008>.
- [53] J.D. Ferry, *Viscoelastic properties of polymers*, 1980. <https://doi.org/10.1149/1.2428174>.
- [54] R.S. Lakes, A. Wineman, On poisson's ratio in linearly viscoelastic solids, *J. Elast.* 85 (2006) 45–63. <https://doi.org/10.1007/s10659-006-9070-4>.
- [55] B. Cernila, B. Črešnar, K. Breskvar, Isolation, partial length sequence and expression of steroid inducible hps 70 gene from *Rhizopus nigricans*, *Pflugers Arch. Eur. J. Physiol.* 439 (2000) R97–R99. <https://doi.org/10.1007/BF03376534>.
- [56] R.D. Bradshaw, L.C. Brinson, A Sign Control Method for Fitting and Interconverting Material Functions for Linearly Viscoelastic Solids, *Mech. Time-Dependent Mater.* 1 (1997) 85–108. <https://doi.org/10.1023/A:1009772018066>.
- [57] A.I. Beltzer, M. Piau, Y. Weitsman, Note on the ineffective length of a fiber, *Mech. Mater.* 13 (1992) 285–294. [https://doi.org/10.1016/0167-6636\(92\)90021-5](https://doi.org/10.1016/0167-6636(92)90021-5).
- [58] T. Mori, K. Tanaka, Average stress in matrix and average elastic energy of materials with misfitting inclusions, *Acta Metall.* (1973). [https://doi.org/10.1016/0001-6160\(73\)90064-3](https://doi.org/10.1016/0001-6160(73)90064-3).
- [59] Y. Benveniste, A new approach to the application of Mori-Tanaka's theory in composite materials, *Mech. Mater.* (1987). [https://doi.org/10.1016/0167-6636\(87\)90005-6](https://doi.org/10.1016/0167-6636(87)90005-6).
- [60] G.J. Weng, The theoretical connection between Mori-Tanaka's theory and the Hashin-Shtrikman-Walpole bounds, *Int. J. Eng. Sci.* (1990). [https://doi.org/10.1016/0020-7225\(90\)90111-U](https://doi.org/10.1016/0020-7225(90)90111-U).
- [61] G.D. Seidel, D.C. Lagoudas, Micromechanical analysis of the effective elastic properties of carbon nanotube reinforced composites, *Mech. Mater.* (2006). <https://doi.org/10.1016/j.mechmat.2005.06.029>.
- [62] F.T. Fisher, *Nanomechanics and the viscoelastic behavior of carbon nanotube-reinforced polymers*, Northwestern University, 2002. <http://adsabs.harvard.edu/abs/2002PhDT.....63F>.
- [63] G.P. Tandon, G.J. Weng, Average stress in the matrix and effective moduli of randomly oriented composites, *Compos. Sci. Technol.* (1986).

[https://doi.org/10.1016/0266-3538\(86\)90067-9](https://doi.org/10.1016/0266-3538(86)90067-9).

- [64] J.N. Reddy, Introduction to the Finite Element Method 4E, McGraw-Hill Education, 2018. <https://books.google.com.mx/books?id=vUVsDwAAQBAJ>.
- [65] O.C. Zienkiewicz, R.L. Taylor, The Finite Element Method Volume 1 : The Basis, Methods. (2000).
- [66] E.J. Barbero, Finite element analysis of composite materials using abaqusTM, 2013. <https://doi.org/10.1201/b16295>.
- [67] R.I. Zwiers, T.C.T. Ting, R.L. Spilker, On the logarithmic singularity of free-edge stress in laminated composites under uniform extension, J. Appl. Mech. Trans. ASME. (1982). <https://doi.org/10.1115/1.3162526>.
- [68] B.J. Thuruthimattam, A.M. Waas, A.S. Wineman, Stress transfer modeling in viscoelastic polymer matrix composites, Int. J. Non. Linear. Mech. 36 (2001) 69–87. [https://doi.org/10.1016/S0020-7462\(99\)00088-8](https://doi.org/10.1016/S0020-7462(99)00088-8).
- [69] R.A. Schapery, Stress Analysis of Viscoelastic Composite Materials, J. Compos. Mater. (1967). <https://doi.org/10.1177/002199836700100302>.

ANEXO A

Tabla A- 1. Parámetros de la serie de Prony para la interfase con 0.01 de concentración de NTC y a 25°C.

Índice i	Módulo relativo $\alpha(i)$	Tiempo de relajación $\tau(i)$ (min)
1	0.015	1.0E-02
2	0.045	1.0E-01
3	0.080	1.0E+00
4	0.050	1.0E+01
5	0.064	1.0E+02
6	0.097	1.0E+03
7	0.126	1.0E+04
8	0.115	1.0E+05
9	0.125	1.0E+06
10	0.101	1.0E+07
11	0.070	1.0E+08
12	0.020	1.0E+09
13	4.8E-11	1.0E+10

Tabla A- 2. Parámetros de la serie de Prony para la interfase con 0.03 de concentración de NTC y a 25°C

Índice i	Módulo relativo $\alpha(i)$	Tiempo de relajación $\tau(i)$ (min)
1	0.012	1.0E-02
2	0.038	1.0E-01
3	0.068	1.0E+00
4	0.043	1.0E+01
5	0.054	1.0E+02
6	0.083	1.0E+03
7	0.108	1.0E+04
8	0.098	1.0E+05
9	0.108	1.0E+06
10	0.088	1.0E+07
11	0.060	1.0E+08
12	0.016	1.0E+09
13	1.8E-10	1.0E+10

Tabla A- 3. Parámetros de la serie de Prony para la interfase con 0.05 de concentración de NTC y a 25°C.

Índice i	Módulo relativo $\alpha(i)$	Tiempo de relajación $\tau(i)$ (min)
1	0.011	1.0E-02
2	0.034	1.0E-01
3	0.060	1.0E+00
4	0.038	1.0E+01
5	0.048	1.0E+02
6	0.074	1.0E+03
7	0.096	1.0E+04
8	0.088	1.0E+05
9	0.096	1.0E+06
10	0.078	1.0E+07
11	0.052	1.0E+08
12	0.014	1.0E+09
13	3.5E-09	1.0E+10