



# Centro de Investigación Científica de Yucatán A.C.

# Posgrado en Materiales Poliméricos

# ANÁLISIS NUMÉRICO DEL EFECTO DE LA MODIFICACIÓN INTERFACIAL FIBRA-MATRIZ UTILIZANDO NANOHOJUELAS DE GRAFENO EN LA UNIÓN MECÁNICA DE UN MATERIAL COMPUESTO DE FIBRA DE CARBONO Y RESINA EPÓXICA

Tesis que presenta:

# I.F. CARLOS ALONSO COLLÍ VILLAGRÁN

En opción al título de

MAESTRO DE CIENCIAS

(MATERIALES POLIMÉRICOS)

Mérida, Yucatán, México, noviembre de 2021

Mérida, Yucatán, México, 4 de noviembre de 2021

#### DECLARACIÓN DE PROPIEDAD.

Declaro que la información contenida en la sección de Resultados y Discusión de este documento proviene de las actividades de computación realizadas durante el período que se me asignó para desarrollar mi trabajo de investigación de tesis, en las Unidades y Laboratorios del Centro de Investigación Científica de Yucatán, A.C., y que a razón de lo anterior y en contraprestación de los servicios educativos o de apoyo que me fueron brindados, dicha información, en términos de la ley Federal de Derechos de Autor y la Ley Federal de la Propiedad Industrial, le pertenece patrimonialmente a dicho Centro de Investigación. Por otra parte en virtud de lo ya manifestado, reconozco que de igual manera los productos intelectuales o desarrollos tecnológicos que deriven o pudieran derivar de lo correspondiente a dicha información, le pertenecen patrimonialmente al Centro de Investigación Científica de Yucatán A.C., y en el mismo tenor, reconozco que si derivaren de este trabajo productos intelectuales o desarrollos tecnológicos, en lo especial, estos se regirán en todo caso por lo dispuesto por la Ley Federal del Derecho de Autor y la Ley de la Propiedad Industrial, en el tenor de lo expuesto en la presente Declaración.

han

Carlos Alonso Collí Villagrán

# CENTRO DE INVESTIGACIÓN CIENTÍFICA DE YUCATÁN, A. C. POSGRADO EN CIENCIAS MATERIALES POLIMÉRICOS



# RECONOCIMIENTO

Por medio de la presente, hago constar que el trabajo de tesis de **Carlos Alonso Collí Villagrán** titulado **"Análisis numérico del efecto de la modificación interfacial fibra-matriz utilizando nanohojuelas de grafeno en la unión mecánica de un material compuesto de fibra de carbono y resina epóxica"**, fue realizado en la Unidad de Materiales, línea de investigación en Materiales Compuestos y Nanomateriales, del Centro de Investigación Científica de Yucatán, A.C., bajo la dirección del **Dr. Pedro Jesús Herrera Franco** y codirección del **Dr. Emmanuel Alejandro Flores Johnson**, y pertenece al Programa de Posgrado en Materiales Poliméricos de este Centro.

Atentamente

Dra. Cecilia Hernández Zepeda Directora de Docencia

Mérida, Yucatán, México, a 2 de noviembre de 2021.

### AGRADECIMIENTOS

Agradezco a mi asesor el Dr. Pedro Jesús Herrera Franco por su invaluable apoyo moral y académico, su paciencia y dedicación durante mi estancia en el Centro de Investigación Científica de Yucatán (CICY).

Agradezco al Dr. Emmanuel Alejandro Flores Johnson por sus aportes y comentarios que ayudaron mucho a llevar a cabo este trabajo.

Al igual, agradezco al Dr. Alex Valadez González, por su dedicación y crítica constructiva durante las materias relacionadas con esta tesis, como seminario de investigación y trabajo de investigación, durante el desarrollo de la misma.

Un agradecimiento al laboratorio de cómputo avanzado de las instalaciones del Centro de Investigación Científica de Yucatán (CICY), por las facilidades prestadas, sobre todo en estos tiempos de pandemia.

Se agradece al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología por el apoyo al proyecto "Efecto de la Nano-Estructura en la Durabilidad de Materiales Híbridos Avanzados Sometidos a Intemperismo Acelerado y Fatiga Mecánica". CB-2012-01, Clave 183418.

Un agradecimiento profundo a mi madre y a mi padre que en paz descanse, por brindarme todo su apoyo durante la realización del posgrado.

Igualmente quiero agradecer a Mireyly Estefanía Pérez Hernández por su ayuda, motivación académica y apoyo moral, durante el tiempo de realización de este posgrado.

Para mi madre y en especial a mi padre, testigo desde otro espacio dimensional.

# CONTENIDO

	iii
	iv
LISTA DE FIGURAS	х
RESUMEN	xi
ABSTRACT	1
INTRODUCCIÓN	2
CAPÍTULO 1. ANTECEDENTES	3
1.1 Sobre las uniones mecánicas de materiales compuestos.	о С
1.2 Zonas relevantes de distribución de esfuerzos en un laminado.	3
1.3 Modelado multiescala en VER.	4
1.4 Materiales compuestos fibrorreforzados.	6 -
1.5 El grafeno.	1
1.6 Nanorefuerzos en la interfase de un material compuesto.	8
1.7 Enfoques de estudios típicos.	9
1.8 Teoría micromecánica.	10
1.8.1 Materiales con simetría ortotrópica.	12
1.8.2 Materiales con simetría isotrópica.	13
1.8.3 Materiales con simetría transversalmente isotrópica.	16
1.9 El método de Mori-Tanaka.	17
1.10 El método de elementos finitos, su proceso y utilidad.	18
1.11 Unidades diferenciales básicas de elemento finito usadas en este estudio.	20
1.11.1 Elemento prisma triangular (wedge).	21
1.11.2 Elemento cúbico de 8 nodos.	21
1.12 Criterio de convergencia.	22
1 12 1 Convergencia en elementos finitos	23
1 13 Relevancia del trabajo	23
	25
	26
UDJE HVUS	26

	Pág.
CAPÍTULO 2. METODOLOGÍA	27
CAPÍTULO 3. ANÁLISIS MICROMECÁNICO	30
CAPÍTULO 4. ANÁLISIS DE ELEMENTO FINITO.	35
4.1 Diseño del laminado macroscópico y condiciones de frontera.	36
4.2 Consideraciones para la simulación del laminado fibra de carbono/resina	
epóxica/nanohojuelas de grafeno en elemento finito.	38
4.3 Diseño del volumen elemental representativo.	39
4.3.1 Condiciones de frontera.	39
4.4 Consideraciones para las simulaciones de los volúmenes elementales	
representativos en elemento finito.	41
4.5 Convergencia en los volúmenes elementales representativos.	42
4.6 Convergencia en laminado fibra de carbono/resina epóxica/nanohojuelas de	
grafeno.	43
CAPÍTULO 5. RESULTADOS Y DISCUSIÓN	44
5.1 Nanohojuelas de grafeno alineadas en dirección 3.	44
5.2 Nanohojuelas de grafeno con orientación aleatoria.	48
5.3 Contornos de esfuerzos en laminados.	53
CONCLUSIONES	96
REFERENCIAS	98

# LISTA DE TABLAS

Tabla 2.1. Tipos de VER y el análisis a realizar, caso elástico.	27
Tabla 2.2. Tipos de VER y el análisis a realizar, caso viscoelástico.	27
Tabla 3.1. Los valores utilizados para el módulo elástico y la relación de Poisson	
para la matriz epóxica, [10].	31
Tabla 3.2. Propiedades de la fibra de carbono, usadas en este estudio.	33
Tabla 3.3. Cinco propiedades independientes para los GnPs, [81].	34
Tabla 3.4. Relaciones utilizadas para los GnPs por medio de fundamentos de	
simetría.	34
Tabla 5.1. Propiedades efectivas de ingeniería para la interfase con	
nanoinclusiones GnPs en orientación preferencial.	46
Tabla 5.2. Se presentan las propiedades de ingeniería efectivas para la interfase	
con nanoinclusiones GnPs con orientación aleatoria.	52

## LISTA DE FIGURAS

LISTA DE FIGURAS	Pág.
Figura 1.1 Representación esquemática de una unión mecánica, con varias	
horadaciones que inducen concentraciones de esfuerzos importantes en zonas	
específicas.	3
Figura 1.2. Tipo y signo de esfuerzo en las distintas zonas alrededor del orificio,	
mostrando tensión, compresión o cortante.	5
Figura 1.3. Tipos de sistemas multiescala que se pueden encontrar para los	
materiales compuestos fibrorreforzados.	7
Figura 1.4. Ejemplo típico de un material compuesto reforzado con fibras. En donde	
$E_1, E_2$ son los módulos mecánicos de la matriz y de la fibra, $\rho_m, \rho_f$ , son las	
densidades de la matriz y de la fibra respectivamente.	8
Figura 1.5. A la izquierda se tiene la estructura hexagonal del grafeno vista de frente.	
A la derecha se tienen varias capas de espesor monoatómico una encima de la otra,	
para formar una nanohojuela de grafeno (GnPs).	9
Figura 1.6. Enfoque de estudio típico para problemas de concentraciones de	
esfuerzos en laminados con pasador.	11
Figura 1.7. Esquema del laminado utilizado en el estudio de Singh y colaboradores	
[63], en el cual se definen las cantidades, E, W y D, que fueron usados en su estudio	
geométrico.	11
Figura 1.8. Direcciones principales para un material compuesto fibrorreforzado.	12
Figura 1.9. El método de Mori-Tanaka, las rigideces de las inhomogeneidades y la	
matriz son denotadas por $L_r$ y por $L_1 = L_0$ respectivamente.	19
Figura 1.10. Se define el proceso para realizar un análisis de elemento finito [74].	20
Figura 1.11. Elemento tipo cuña de 6 nodos.	21
Figura 1.12. Proceso básico de discretización de un cuerpo, este se divide en varios	
o miles de elementos.	22
Figura 1.13. Elemento cúbico isoparamétrico de 8 nodos.	23
Figura 1.14. A mayor número de elementos en la simulación, podemos tener	
resultados que se aproximen más a la solución exacta, este número converge a un	
valor en específico para los resultados de MEF.	24

Figura 2.1. Mapas conceptuales, indicando todas las simulaciones y los parámetros	
a considerar para los VER.	28
Figura 2.2. Mapa conceptual, indicando las características de la simulación para el	
laminado macroscópico.	28
Figura 2.3. Se ejemplifica en este diagrama el proceder metodológico que se tendrá	
en este trabajo.	29
Figura 3.1. Estas direcciones nos servirán de referencia para la tabla 1, en la cual	
se listan las 5 propiedades independientes para un material con simetría	
transversalmente isotrópica.	34
Figura 4.1. Volumen elemental representativo (VER) con un empaquetamiento	
cuadrado, la longitud del mismo es de 39 $\mu m$ . El ancho de la interfase, 0.35 $\mu m$ .	35
Figura 4.2. Condiciones de frontera utilizadas en el laminado estudiado. A la derecha	
se observa una ampliación que muestra la mitad del orificio en el laminado, así como	
la dirección de la aplicación del esfuerzo en el borde del orificio, para cada valor de	
ángulo respectivo.	36
Figura 4.3. Se observa el tipo de elemento cuadrilátero bidimensional que se ha	
utilizado para mallar el laminado.	37
Figura 4.4. La distribución de los elementos alrededor del orificio del laminado.	37
Figura 4.5. Las dimensiones son tales para un volumen fraccional de fibras de 60%.	39
Figura 4.6. En el caso de la cara lateral derecha (en el plano x-y), se aplica una	
deformación en sentido +z considerando una tensión y en -z considerando una	
compresión.	39
Figura 4.7. En el caso de la cara superior (plano y-z) se aplica una deformación	
tangente a esta cara en la dirección +z.	40
Figura 4.8. Este esquema ejemplifica la manera en la que fue aplicada la	
deformación en el VER, un plano bidimensional (corte en plano Z-Y) de una esquina	
del VER tridimensional se presenta.	40
Figura 4.9. Convergencia de esfuerzos, para el esfuerzo axial y el esfuerzo de corte	
en el VER.	42

Figura 4.10. Convergencia de la placa de material compuesto respecto al número	
de elementos presentes en la simulación.	43
Figura 5.1. Coeficientes de la matriz de rigidez, con respecto a variación del	
porcentaje de GnPs en la interfase.	44
Figura 5.2. Comportamiento de los elementos $C_{ij}$ pertenecientes a la matriz de	
rigidez de la interfase, considerando una orientación aleatoria.	51
Figura 5.3. Distribución de la componente de esfuerzos $\sigma_{11}$ alrededor del orificio del	
laminado.	53
Figura 5.4. El material presenta una zona importante de compresión en la parte	
superior del orificio, la cual posee esfuerzos de compresión. A la derecha podemos	
observar una zona de tensión la cual se encuentra en rojo y tonalidades rojizas.	54
Figura 5.5. Líneas de isoesfuerzo $\sigma_{22,}$ la mitad superior de un laminado de fibra de	
carbono con resina epóxica sometida a esfuerzos de tensión en la zona del orificio.	54
Figura 5.6. Ampliación de la región del orificio en la que claramente se observan las	
regiones representativas para distribuciones de esfuerzo en azul para compresión y	
en rojo para tensión.	55
Figura 5.7. Distribución de esfuerzos en cortante para un laminado de material	
compuesto. Se aprecia la mitad superior del laminado.	55
Figura 5.8. Distribución de la componente de esfuerzos $\sigma_{12}$ alrededor del orificio del	
laminado, en tonalidad azul, se tienen dos zonas representativas de compresión y	
en tonalidad roja se tiene tensión.	56
Figura 5.9. Se presentan las distribuciones de los puntos de prueba alrededor del	
orificio.	56
Figura 5.10. Elemento sometido a esfuerzos normales y de corte.	58
Figura 5.11. El plano de los esfuerzos principales se esquematiza.	59

vi

	-
Figura 5.12. Componentes del estado de esfuerzos alrededor del orificio del	
laminado para la zona de compresión, en la primera fila desde arriba se muestran	
$\sigma_{11},\sigma_{22},$ en la segunda fila se ven $\sigma_{12}$ y $\sigma_1$ principal máximo, en la tercera fila de tiene	
el $\sigma_2$ principal mínimo.	60
Figura 5.13. Esfuerzo axial $\sigma_{ m 33}$ a lo largo de una línea localizada en la fibra central	
del VER en compresión, respecto a la distancia axial en dirección de la fibra.	61
Figura 5.14. Esfuerzo de corte $\sigma_{13}$ en la matriz del VER, en prueba de compresión,	
en la matriz en la vecidad de la interfase en la dirección 3.	62
Figura 5.15. Esfuerzo axial $\sigma_{33}$ a lo largo de la fibra central del VER, en compresión,	
a lo largo de una línea en ladirección axial de la fibra.	63
Figura 5.16. Esfuerzo de corte $\sigma_{13}$ en la matriz del VER, en prueba de compresión,	
respecto a la distancia en matriz en la dirección 3.	64
Gráfica 5.17. Esfuerzo axial $\sigma_{ m 33}$ a lo largo una línea situada en el eje central de la	
fibra para un VER sometido a cargas de compresión.	65
Figura 5.18. Esfuerzo de corte $\sigma_{13}$ en la matriz del VER, en prueba de compresión,	
respecto a la distancia en matriz en la dirección 3.	66
Figura 5.19. Esfuerzo axial $\sigma_{33}$ a lo largo de una línea central de la fibra de el VER,	
sometido a compresión, respecto a la distancia axial en dirección de la fibra.	67
Figura 5.20. Esfuerzo de corte $\sigma_{13}$ en la matriz del VER, en prueba de compresión,	
respecto a la distancia en matriz en la dirección 3.	68
Figura 5.21. (a) Distribución de la componente de esfuerzo $\sigma_1$ , en un análisis elástico	
lineal en la zona de compresión entre el pasador y el laminado con el MEF. (b)	
Gradiente del esfuerzo de compresión $\sigma_1$ cerca del borde del orificio.	69
Figura 5.22. (a) Distribución de la componente de esfuerzo $\sigma_2$ , en un análisis elástico	
lineal en la zona de compresión entre el pasador y el laminado con el MEF. (b)	
Gradiente del esfuerzo de compresión $\sigma_2$ cerca del borde del orificio.	70
Figura 5.23. Elemento perteneciente a la zona de cortante sometido a esfuerzos de	70
cortante en el punto P2.	72
Figura 5.24. Orientación del plano que contiene a los esfuerzos principales	70
localizados en el elemento P2.	13

	Pág.
Figura 5.25. Componentes del estado de esfuerzos alrededor del orificio del	
laminado para la zona de cortante.	74
Figura 5.26. Componente de esfuerzo axial $\sigma_{33}$ a lo largo de una línea central de la	
fibra del VER sometido a carfas de cortante.	75
Figura 5.27. Componente de esfuerzo de corte $\sigma_{13}$ en la matriz del VER, en prueba	
de cortante, a lo largo de una línea en la dirección 3. El valor del esfuerzo inicial es	
$\tau_0 = 3.158  x  10^9  Pa.$	76
Figura 5.28. Esfuerzo axial $\sigma_{33}$ a lo largo de una línea central de la fibra del VER,	
sometido a cortante.	77
Figura 5.29. Componente de esfuerzo de corte $\sigma_{13}$ en la matriz del VER, en prueba	
de cortante, respecto a la distancia en matriz en la dirección 3, el esfuerzo inicial en	
esta prueba es $3.177 x 10^8$ .	78
Figura 5.30. Esfuerzo de corte $\sigma_{13}$ en la matriz del VER, en prueba de cortante,	
respecto a la distancia en matriz en la dirección 3.	79
Figura 5.31. Esfuerzo de corte $\sigma_{13}$ en la matriz del VER, en prueba de cortante,	
respecto a la distancia en matriz en la dirección 3.	80
Figura 5.32. (a) Distribución de la componente de esfuerzo de corte $\sigma_{ m 12}$ , en un	
análisis elástico lineal en la zona de cortante entre el pasador y el laminado con el	
MEF. (b) Gradiente del esfuerzo de corte $\sigma_{12}$ cerca del borde del orificio.	81
Figura 5.33. Elemento tomado del punto 3, sometido a esfuerzos normales y de	
corte.	82
Figura 5.34. Se obtiene el esfuerzo principal menor, rotando el plano de la izquierda	
en -3.52°.	83
Figura 5.35. Componentes del estado de esfuerzos alrededor del orificio del	
laminado para la zona de tensión, en la primera fila desde arriba se muestran $\sigma_{11},$	
$\sigma_{22}$ , en la segunda fila se ven $\sigma_{12}$ y $\sigma_1$ principal máximo, en la tercera fila de tiene el	
$\sigma_2$ principal mínimo.	84
Figura 5.36. Componente de esfuerzo axial $\sigma_{33}$ a lo largo de la fibra central del VER.	
en tensión, respecto a la distancia axial en dirección de la fibra.	85
Figura 5.37. Distribución de esfuerzo axial en la fibra a lo largo de su longitud [86].	86

Figura 5.38. Esfuerzo de corte $\sigma_{13}$ en la matriz del VER, en prueba de tensión,	
respecto a la distancia en matriz en la dirección 3.	87
Figura 5.39. Esfuerzo axial $\sigma_{33}$ a lo largo de la fibra central del VER, en tensión,	
respecto a la distancia axial en dirección de la fibra, el valor de $\sigma_0 = 2.94 \times 10^9 Pa$ .	88
Figura 5.40. Componente de esfuerzo de corte $\sigma_{13}$ a lo largo de una línea en la matriz	
del VER, en la dirección 3.	89
Figura 5.41. Esfuerzo axial $\sigma_{33}$ a lo largo de la fibra central del VER, en tensión,	
respecto a la distancia axial en dirección de la fibra.	90
Figura 5.42. Esfuerzo de corte $\sigma_{13}$ en la matriz del VER, en prueba de tensión,	
respecto a la distancia en matriz en la dirección 3.	91
Figura 5.43. Esfuerzo axial $\sigma_{33}$ a lo largo de la fibra central del VER, en tensión,	
respecto a la distancia axial en dirección de la fibra.	92
Figura 5.44. Esfuerzo de corte $\sigma_{13}$ en la matriz del VER, en prueba de tensión,	
respecto a la distancia en matriz en la dirección 3.	93
Figura 5.45. (a) Distribución de la componente de esfuerzo $\sigma_1$ , en un análisis elástico	
lineal en la zona de tensión entre el pasador y el laminado con el MEF. (b) Gradiente	
del esfuerzo de tensión $\sigma_1$ cerca del borde del orificio.	94
Figura 5.46. (a) Distribución de la componente de esfuerzo $\sigma_2$ , en un análisis elástico	
lineal en la zona de tensión entre el pasador y el laminado con el MEF. (b) Gradiente	
del esfuerzo de tensión $\sigma_2$ cerca del borde del orificio.	94

#### RESUMEN

Las uniones mecánicas de materiales compuestos laminados por medio de pasador se han estudiado para mejorar la resistencia de dichas uniones. Sin embargo, una cantidad muy pequeña de trabajos sobre el efecto de la adición de partículas de relleno sobre la resistencia de las uniones mecánicas con pasador han sido reportadas. Aquellos trabajos reportados consideran la presencia de nanomateriales como la nano-arcilla, los nanotubos de carbono o nanohojuelas de grafeno pero incluyendo propiedades efectivas superiores del material compuesto, resultantes de la adición de los nanomateriales, y las del material compuesto, pero ninguno hace un análisis del desempeño del material compuesto multiescala por la presencia de nanomateriales a nivel interfase fibra-matriz, en los distintos puntos alrededor del orificio, especialmente en los puntos donde existen altos gradientes de esfuerzos o cambios de signo del esfuerzo.

En este estudio se construye un modelo representativo de una unión mecánica, se define la geometría de la unión mecánica y se estudian las distintas regiones alrededor del orificio cargado por medio de un pasador utilizando el método de elementos finitos. Asimismo, se define un volumen elemental representativo de un material compuesto con fibras de carbono unidireccionales modificadas superficialmente con nanohojuelas de grafeno, se estiman los módulos elásticos y las relaciones de Poisson de la interfase, utilizando el modelo de Mori-Tanaka modificado por Tandom y Weng. Posteriormente, se analiza cada volumen elemental representativo usando método computacional de elementos finitos, sometiendo el elemento a cargas de tensión, compresión y cortante tanto estáticas como dinámicas. Se realiza un análisis de la distribución de los esfuerzos alrededor del orificio y la posible disminución de los esfuerzos o gradientes de esfuerzos debido a la presencia de la nanohojuelas de grafeno en la interfase fibra-matriz. Se han encontrado mejoras en la transmisión de las cargas cuando se considera una interfase respecto al caso cuando no se considera y se tienen incrementos en la transmisión del esfuerzo que van desde el 11% para cargas axiales en la fibra, hasta 58% en cargas de cortante en la matriz para casos elásticos, estáticos e incrementos en la transmisión del esfuerzo desde 10% para cargas axiales en fibra, hasta 29% en cargas de cortante para la matriz del material, en casos elásticos, dinámicos.

#### ABSTRACT

Pin-loaded composite mechanical joints have been studied extensively to improve their strength. However, a very small amount of work on the effect of the addition of filler particles on the strength of mechanical pin joints has been reported. Those reported works consider the presence of nanomaterials such as nano-clay, carbon nanotubes or graphene nanoplatelets but considering the superior effective properties of the composite material resulting from the addition of nanomaterials, and those of the composite material, but none makes an analysis of the performance of the multiscale composite material because of the presence of nanomaterials at the fiber-matrix interface level, at the different points around the hole, especially at points where there are high stress gradients or stress sign changes.

In this study, a representative model of a mechanical joint is built and the geometry of the mechanical joint is defined and the different regions around the hole loaded by means of a pin are studied using the finite element method. Likewise, a representative elemental volume of a composite material with unidirectional carbon fibers superficially modified with graphene nanoplatelets is defined, the elastic moduli and the Poisson relationships of the interface are estimated, using the Mori-Tanaka model modified by Tandom and Weng. Subsequently, each representative elemental volume is analyzed using a finite element computational method, subjecting the element to both static and dynamic tension, compression and shear loads. An analysis of the stress distribution around the hole and the possible decrease in stresses or stress gradients due to the presence of graphene nanoplatelets at the fiber-matrix interface is performed. Improvements have been found in the transmission of the loads when an interface is considered compared to the case when it is not considered and there are increases in the transmission of the effort that go from 11% for axial loads in the fiber, up to 58% in loads of shear in the matrix for elastic and static cases and increases in the transmission of effort from 10% for axial loads in fiber, up to 29% in shear loads for the material matrix, in elastic, dynamic cases.

#### INTRODUCCIÓN

En la última década, los materiales compuestos se están utilizando comúnmente en estructuras que exigen un alto nivel de rendimiento mecánico. Su alta relación resistencia / peso y rigidez / peso ha facilitado el desarrollo de estructuras más ligeras, que a menudo reemplazan las estructuras metálicas convencionales. Los compuestos reforzados con fibras ofrecen a los materiales de ingeniería más confiabilidad en aplicaciones de ingeniería industrial automotriz, marina y aeronáutica debido a sus propiedades mecánicas sobresalientes como resistencia al impacto, alta durabilidad, bajo coeficiente de fricción y expansión térmica, capacidad para proporcionar mayor capacidad de carga en las direcciones de carga, flexibilidad en el diseño y densidad relativamente baja. Estas aplicaciones generalmente requieren la unión mecánica de materiales compuestos a otros materiales compuestos o metales. Rara vez es posible producir una construcción sin juntas debido a limitaciones en el tamaño del material, conveniencia en la fabricación o transporte y la necesidad de acceso. Pero estas juntas son susceptibles a las altas concentraciones de esfuerzos que ocurren alrededor y en las proximidades del orificio y a menudo, son la causa de fallas inesperadas en el material compuesto. A medida que las aplicaciones de materiales estructurales compuestos avanzados continúan aumentando, también lo hace la necesidad de comprender el comportamiento mecánico de las uniones fijadas mecánicamente en tales estructuras.

El procedimiento para diseñar uniones fijadas mecánicamente en materiales compuestos se basa predominantemente en datos experimentales y los modelos analíticos son en gran parte de naturaleza empírica. La selección de materiales y parámetros geométricos apropiados u óptimos es esencial para lograr la integridad estructural y la confiabilidad en las estructuras de materiales compuestos, ya que las uniones atornilladas o con remache en los compuestos fallan ante cargas que no son predichas por supuestos perfectamente elásticos o perfectamente plásticos. Cualquier unión en una estructura de material compuesto, si no está diseñada apropiadamente, puede actuar como un punto de inicio de daño y puede conducir a la falla del componente en esa ubicación. [1].

Más recientemente, la ingeniería de interfase de materiales compuestos avanzados híbridos o multiescala ha sido testigo de un progreso sin precedentes. La incorporación de nanocargas en las formulaciones del sizing de las fibras antes de formar al material compuesto se impulsó en términos generales por tres razones principales. En primer lugar, para mejorar la rugosidad de la superficie de la fibra, en segundo lugar, para aumentar el módulo local de la interfase y, por tanto,

la resistencia al cizallamiento en la interfase, y finalmente, para aprovechar la posible estructuración de nanocargas para aplicaciones de detección o sensado [2].

De la revisión de la literatura, se vio que se han estudiado varios parámetros para mejorar la resistencia de las uniones de pasador. Sin embargo, una cantidad muy inferior de trabajos sobre el efecto de la adición de partículas de relleno sobre la resistencia de las uniones mecánicas con pasador han sido reportadas. Los trabajos reportados consideran la presencia de nanomateriales como la nano-arcilla, los nanotubos de carbono o nanohojuelas de grafeno pero incluyendo propiedades efectivas superiores del material compuesto resultantes de la adición de los nanomateriales, y las del material compuesto sin inclusión de nanomaterial alguno, pero ninguno hace un análisis del desempeño del material compuesto multiescala por la presencia de nanomateriales a nivel interfase fibra-matriz, en los distintos puntos alrededor del orificio, especialmente en los puntos donde existen altos gradientes de esfuerzos o cambios de signo del esfuerzo. En este estudio se analizan las distintas regiones alrededor de la zona de contacto pasador-orificio de laminado considerando primeramente el estado de esfuerzos y la consideración a nivel de volúmenes elementales representativos para tratar de entender el comportamiento debido a la presencia de una interface que contiene nanomateriales, esto es, como material multiescala.

# **CAPÍTULO 1**

#### **ANTECEDENTES**

#### 1.1. Sobre las uniones mecánicas de materiales compuestos.

Una forma común de unión de laminados es la unión mecánica, en la que es necesario perforar orificios. Al perforar éstos, las fibras pierden continuidad y como resultado, el laminado se debilita, ante la presencia de altos gradientes por la concentración de esfuerzos en la vecindad del orificio del laminado. En la siguiente Figura 1.1 se observa un tipo de unión mecánica común.



Figura 1.1 Representación esquemática de una unión mecánica, con varias horadaciones que inducen concentraciones de esfuerzos importantes en zonas específicas.

Las juntas hechas con materiales compuestos tienen problemas especiales. En las juntas de metales, la plasticidad del metal actúa como un mecanismo que tiende a liberar esfuerzos mayores y a promediar distribuciones de carga irregulares en arreglos de juntas. En general, los materiales compuestos son considerablemente más frágiles, más sensitivos a concentraciones de esfuerzos, y tienen mucho más bajo su valor de deformación de falla y, por lo tanto, no responderá de la misma manera en la liberación de las concentraciones de esfuerzo.

Hay una variedad de técnicas para unir juntas, las cuales distribuyen las cargas de aplastamiento de manera más regular, reducen las concentraciones de esfuerzos, por lo cual se traduce en juntas con una capacidad de resistencia mayor.

Estas técnicas de uniones de juntas, para disminuir la carga en aplastamiento, pueden ser las siguientes:

- 1. Arreglos de juntas.
- 2. Juntas con ajuste de interferencia.
- 3. Juntas adhesivas.
- 4. Juntas híbridas mecánico adhesivas.

En la mayor parte de la literatura sobre materiales compuestos en los cuales la deformación o el esfuerzo son requeridos a calcular, el elemento finito es usado. Este método es, por supuesto, muy poderoso y tiene sus ventajas como lo son el tener variedad de códigos de cálculo bien desarrollados [3], así como también paquetes de software ampliamente desarrollados, incluso siendo algunos más específicos que otros para cierto tipo de aplicaciones, como flujo electromagnético, electrodinámica, hidrodinámica etc.

### 1.2. Zonas relevantes de distribución de esfuerzos en un laminado.

Cuando un laminado es sometido a diferentes tipos de esfuerzos como ocurre en la vecindad del orificio de la unión mecánica, como esfuerzos de tensión, esfuerzos de compresión y esfuerzos de cortante, se generan campos de esfuerzos de gran complejidad alrededor de los orificios.

Dependiendo del tipo de cargas aplicadas a la unión mecánica, la interacción entre el pasador, tornillo o remache resultará en componentes de esfuerzo especialmente complicados, en la zona de contacto entre el laminado y el pasador metálico.

Existe mucha literatura sobre la distribución del esfuerzo/deformación en uniones de pasadores con diferentes geometrías [4-10]. La compleja distribución en las uniones de laminados no se da únicamente por horadaciones en el laminado, de igual manera esta unión puede darse por adhesión de los laminados, o también llamada unión por banda en laminados. Mahdi y colaboradores [11], hicieron un estudio para poder entender como es el fenómeno de concentraciones de esfuerzo/deformación asociados con este tipo de uniones. Este estudio fue llevado a cabo mediante la utilización de elementos finitos.

Dado que la resistencia última de una junta sujeta mecánicamente se ve afectada por factores como la separación del orificio del perno, la geometría de la muestra y la escala de espesor y los parámetros del material, como la secuencia de apilamiento del laminado y la restricción lateral en un modelo tridimensional (3D), en este estudio no se intenta incluir todos estos parámetros en el elemento representativo de volumen. Es por eso que, se considera un laminado sometido a tensión simple y para considerar la presencia de una interfase fibra-matriz en el material compuesto y su modificación con nanohojuelas de grafeno, se propone analizar e interpretar volúmenes elementales representativos sometidos a los distintos tipos de carga para poder

analizar lo que ocurre en una unión e interpretar su comportamiento debido al complejo estado de esfuerzos, para cada una de las zonas representativas de la unión mecánica del laminado.

Se analizarán tres volúmenes elementales representativos (VER), una para la zona de compresión, uno para zona de tensión y otro para zona de cortante.

La figura 1.2 nos muestra la manera en la que estos VER se localizan alrededor del orificio del laminado, y la manera en la que el signo del esfuerzo se da por la presión del pasador en el laminado.





La Figura 1.2 justifica el hecho de explicar un problema macromecánico utilizando modelos micromecánicos, debido que en zonas específicas existen esfuerzos de tensión, compresión y cortante.

## 1.3. Modelado multiescala en VER.

Cuando los materiales son analizados a escalas micro, en orden de determinar las propiedades efectivas en una escala mayor, es a menudo necesario recurrir al concepto de volumen elemental representativo (VER) o celda unitaria (CU). Los cálculos son llevados a cabo en la escala menor, luego la información obtenida la podemos utilizar para saber el comportamiento del material en la escala mayor. Podemos plantear un análisis teórico en el cual, el estudio del material es conducido en una escala de longitudes, pero los resultados del estudio nos proporcionan información útil acerca del material en otra escala de longitudes que, generalmente es una escala mayor. Este proceso se llama modelado multiescala [12]. Es decir, podemos argumentar que un VER, es un puente entre una escala de longitudes menor y una escala mayor, cuando se realiza un modelado multiescala.

Para poder validar nuestro modelo VER es necesario que el mismo sea homogéneo en la escala mayor.

Los materiales compuestos multiescala pueden ser clasificados en dos tipos de sistemas diferentes.

- El sistema presenta una dispersión de los nanorefuerzos a través de la matriz polimérica, resultando en un sistema con inclusiones mezcladas. Son varios los trabajos que tratan la incorporación de varios tipos de nanopartículas para refuerzo en la matriz del material compuesto [13-17]. Otros estudios hacen inclusión de partículas de caucho y de copolímeros elastoméricos en bloque, así como variedad de nanopartículas combinadas con copolímeros, [18-23].
- Alternativamente, los nanorefuerzos pueden ser químicamente unidos a la fibra, esto puede ser por ejemplo mediante el crecimiento de nanotubos de carbono (CNF), mediante deposición química por vapor, los cuales igual pueden infiltrarse dentro de la matriz polimérica, lo cual resulta ser un sistema de material compuesto híbrido de fibra [24].

A continuación, se presenta la figura 1.3 que resume lo mencionado en los puntos 1 y 2 anteriores de esta subsección.





A) Sistema mezclado con inclusiones.



Figura 1.3. Tipos de sistemas multiescala que se pueden encontrar para los materiales compuestos fibrorreforzados.

## 1.4. Materiales compuestos fibrorreforzados.

De acuerdo con Chong y colaboradores [25], los materiales compuestos fibrorreforzados consisten en fibras con gran resistencia y altos módulos, embebidas en matrices poliméricas que ofrecen como resultado un producto con buena resistencia química y degradación medioambiental. Es decir, los materiales compuestos toman ventaja de sus constituyentes y exhiben propiedades superiores a aquellas de cada uno de los constituyentes individuales. Esto además del hecho de entregarnos un material con características óptimas para las aplicaciones de interés. Los materiales compuestos se constituyen por mínimo dos fases, una fase, que posee mayor densidad y por lo general presenta mayores módulos de elasticidad, así como mayor resistencia y otra fase que posee una densidad menor, generalmente con menores módulos mecánicos. La figura 1.4 ejemplifica de forma sencilla como organizar un material compuesto.



**Figura 1.4.** Ejemplo típico de un material compuesto reforzado con fibras. En donde  $E_1, E_2$  son los módulos mecánicos de la matriz y de la fibra,  $\rho_m, \rho_f$ , son las densidades de la matriz y de la fibra respectivamente.

### 1.5. El grafeno.

El grafeno es un material cristalino, hecho de átomos de carbono, característicamente su estructura es hexagonal, plana bidimensional, cuyo espesor es de un átomo, y esto ocasiona que tenga propiedades únicas en el ámbito de los nuevos materiales para aplicaciones en ciencia e ingeniería. Este material puede ser aplicado a la superficie de la fibra por medio de deposición electroforética [26-28] o por baño químico [29].

Este material generalmente es usado como nanorefuerzo en recubrimientos para fibras, brindando propiedades mecánicas interesantes al material en conjunto, las cuales son afectadas por la orientación, el volumen fraccional y la dispersión que tiene el grafeno en la interfase [30].

La siguiente figura 1.5 ejemplifica la estructura que tiene el grafeno, al apilarse varias capas se da lugar a lo que se llama nanohojuela ó nanoplaqueta de Grafeno (GnPs).



**Figura 1.5.** A la izquierda se tiene la estructura hexagonal del grafeno vista de frente. A la derecha se tienen varias capas de espesor monoatómico una encima de la otra, para formar una nanohojuela de grafeno (GnPs).

# 1.6. Nanorefuerzos en la interfase de un material compuesto.

La interfase, es la parte más débil en el camino de distribución de la carga a través del material compuesto, por lo que la mayor parte de las fallas en el material compuesto (por ejemplo, el desprendimiento interfacial) ocurren en esta zona. La transferencia de esfuerzo de la matriz a la fibra yace en la interfase, entonces, las propiedades de la interfase determinan la eficiencia de la transferencia de carga [31].

Herrera y colaboradores [32], estudiaron el rol crítico que conlleva la interfase, en el funcionamiento del material compuesto. En su estudio, demuestran que las propiedades como la resistencia y la rigidez están relacionadas no solamente con la respuesta mecánica de la fibra y de la matriz, pero también con la respuesta mecánica de la interfase. Argumenta, que el factor de mayor influencia en una transferencia de esfuerzos eficiente entre la fibra y la matriz, es el estado o disposición misma de la interfase.

Esto aunado al hecho de que, se ha demostrado teóricamente que el comportamiento plástico de la matriz tiene una gran influencia en la transferencia de esfuerzo [33].

Recientemente los recubrimientos para fibras con nanorefuerzos, como lo son el grafeno y los nanotubos de carbono (CNTs) han mostrado gran potencial para incrementar las propiedades de la interfase [34-43].

El gran desarrollo que se ha tenido para la incorporación de nanorefuerzos en las formulaciones para recubrimiento de las fibras ha sido principalmente a estas tres razones principales.

- 1. Se busca mejorar la rugosidad de la superficie de la fibra, de esta manera se tiene un mejor acoplamiento mecánico entre el refuerzo y la superficie de la fibra.
- Se busca incrementar el módulo local de la interfase, así como también su resistencia interfacial de corte, con esto incrementamos la capacidad de la interfase para transmitir y soportar mayores esfuerzos.
- 3. El hecho de incorporar nanorefuerzos, como el grafeno, por ejemplo, en la interfase, puede brindar propiedades piezoresistivas al material compuesto, lo cual da pie a aplicaciones de sensado en ingeniería.

Se han hecho múltiples estudios para demostrar que la eficiencia en la transferencia de esfuerzos de corte interfacial se influye mucho por el tipo de tratamiento superficial a la fibra, el cual se usa para depositar nanorefuerzos, ya sean GnPs o nanotubos de carbono de pared múltiple en la superficie de la fibra [44].

La micromecánica computacional es un método muy útil para estudiar el problema de la interfase, en este método, la utilización de los VER es el más empleado, por su eficacia para resolver un problema [45-53].

# 1.7. Enfoques de estudios típicos.

Los enfoques de estudio típicos para este tipo de problemas se han realizado mediante la utilización del método de elementos finitos [54-62].

Singh y colaboradores [63], utilizaron un laminado de fibra de vidrio con resina epóxica, con un único orificio de diámetro D, al cual le fue insertado un pasador, el diámetro del orificio fue fijado en 4 mm. Cada uno de los laminados de material compuesto fue preparado con variaciones en sus parámetros geométricos, como lo son, las razones de E/D y W/D. Estas relaciones se ejemplifican en la figura 1.7. Posteriormente fueron sometidos a pruebas de tensión y compresión. Cabe mencionar que parte de este análisis fue realizado utilizando el Método de Elementos Finitos (MEF).

En la Figura 1.6 se ejemplifica este tipo de análisis.

Propiedades	Símbolo (unidades)	Neat	0.3% Wt.% de MWCNT	
Módulo longitudinal en tensión (Gpa).	E1	77.85	81.67	
Módulo transversal en tensión (Gpa).	E2	77.85	81.67	
Resistencia longitudinal en tensión (Mpa).	Xt	606	680	
Resistencia transversal en tensión (Mpa).	Yt	606	680	
Resistencia longitudinal en compresión (Mpa).	Xc	215	371	
Resistencia transversal en compresión (Mpa).	Yc	315	371	
Resistencia de corte (Mpa).	s	125	153	

**Figura 1.6.** Enfoque de estudio típico para problemas de concentraciones de esfuerzos en laminados con pasador, en verde se resaltan dos propiedades mecánicas muy importantes.

Con respecto a la figura 1.6, a la izquierda se puede ver una optimización de mallado de elementos finitos para una unión. En medio se dan las propiedades mecánicas efectivas del material con las que se alimenta al programa de elementos finitos. A la derecha se muestra la carga de compresión aplicada en el borde del orificio para una unión dada [63]. De esta manera uno puede "alimentar" al software de elemento finito con las propiedades efectivas de cada uno de los componentes del material compuesto. En estudios anteriores no se menciona la utilización de las propiedades efectivas de la interfase, para el análisis del comportamiento del material compuesto.



**Figura 1.7**. Esquema del laminado utilizado en el estudio de Singh y colaboradores [63], en el cual se definen las cantidades, E, W y D, que fueron usados en su estudio geométrico.

El MEF se ha convertido en una herramienta poderosa en la solución numérica de un gran número de problemas de ingeniería. Las aplicaciones van desde deformaciones y esfuerzo en automóviles, aviones, edificios, puentes y estructuras en general, así como también análisis de transferencia de calor, análisis en electrodinámica, acústica, etc. Esto se ha facilitado en gran medida con el avance en los softwares de computación, así como también en el equipo de hardware necesario para poder realizar los cálculos de manera más rápida y eficiente energéticamente hablando [12].

# 1.8. Teoría micromecánica.

Sería conveniente comenzar definiendo los tipos de simetrías más comunes presentes en los materiales compuestos, como son la simetría ortotrópica, transversalmente isotrópica e isotrópica [64-65].

Para esto, vamos a definir el siguiente plano coordenado para un material compuesto fibrorreforzado, el cual se muestra en la figura 1.8. Un tratado más amplio de las distintas simetrías de un material compuesto se da en el libro de Hyer [66].



Figura 1.8 Direcciones principales para un material compuesto fibrorreforzado.

En resumen, la tarea para categorizar la anisotropía de un material es, determinar si existe algún eje o plano principal en el material mismo [67].

#### 1.8.1. Materiales con simetría ortotrópica.

Este tipo de simetría se caracteriza por tener diferente tipo de simetría para cada una de las 3 distintas direcciones 1, 2, 3. Es decir, el plano 1-2 tiene las mismas propiedades en él, lo mismo ocurre con los planos 1-3 y 2-3, pero cada uno de estos planos de simetría tienen distintas propiedades entre sí.

El tipo de matriz de *permitividad y de* rigidez que identifican a estos materiales respectivamente, son las siguientes [68],

$$S = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} & 0 & 0 & 0\\ S_{12} & S_{22} & S_{23} & 0 & 0 & 0\\ S_{13} & S_{23} & S_{33} & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & S_{44} & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & S_{55} & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & S_{66} \end{bmatrix}$$
(1)

Donde los elementos que conforman esta matriz son los siguientes.

$$S_{11} = \frac{1}{E_1} \qquad S_{12} = -\frac{\nu_{12}}{E_1} \qquad S_{13} = -\frac{\nu_{13}}{E_1}$$
$$S_{22} = \frac{1}{E_2} \qquad S_{23} = -\frac{\nu_{23}}{E_2} \qquad S_{33} = \frac{1}{E_3} \qquad (2)$$
$$S_{44} = \frac{1}{G_{23}} \qquad S_{55} = \frac{1}{G_{13}} \qquad S_{66} = \frac{1}{G_{12}}$$

$$C = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{22} & C_{23} & 0 & 0 & 0 \\ C_{13} & C_{23} & C_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{66} \end{bmatrix}$$
(3)

C se obtiene calculando la inversa de la matriz S, los elementos que la conforman son los siguientes.

$$C_{11} = \frac{S_{22}S_{33} - S_{23}S_{23}}{S} \qquad C_{12} = \frac{S_{13}S_{23} - S_{12}S_{33}}{S} \qquad C_{22} = \frac{S_{33}S_{11} - S_{13}S_{13}}{S}$$

$$C_{13} = \frac{S_{12}S_{23} - S_{13}S_{22}}{S} \qquad C_{33} = \frac{S_{11}S_{22} - S_{12}S_{12}}{S} \qquad C_{23} = \frac{S_{12}S_{13} - S_{23}S_{11}}{S} \qquad (4)$$
$$C_{44} = \frac{1}{S_{44}} \qquad C_{55} = \frac{1}{S_{55}} \qquad C_{66} = \frac{1}{S_{66}}$$

El determinante de S se puede encontrar como sigue:

+

Para encontrar el determinante de (1), se considera el siguiente método de Laplace para encontrar el determinante de una matriz mediante eliminación de filas.

$$[S] = \sum_{j=1}^{n} a_{ij}(-1)^{i+j} |S_{ij}|$$

$$S = S_{11}(-1)^{1+1} \begin{vmatrix} S_{22} & S_{23} & 0 & 0 & 0 \\ S_{23} & S_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & S_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & S_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & S_{66} \end{vmatrix} + S_{12}(-1)^{1+2} \begin{vmatrix} S_{12} & S_{23} & 0 & 0 & 0 \\ S_{13} & S_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & S_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & S_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & S_{66} \end{vmatrix} + S_{12}(-1)^{1+2} \begin{vmatrix} S_{12} & S_{23} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & S_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & S_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & S_{66} \end{vmatrix} + S_{13}(-1)^{1+3} \begin{vmatrix} S_{12} & S_{22} & 0 & 0 & 0 \\ S_{13} & S_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & S_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & S_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & S_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & S_{66} \end{vmatrix}$$

$$(6)$$

En esta ecuación (6), los otros tres elementos nulos de la primera fila dan como resultado, tres valores nulos en la sumatoria (5). En el primer determinante de la ecuación (6) se vuelve a aplicar la misma relación de Laplace.

$$S_{11} \left\{ S_{22}(-1)^{1+1} \begin{vmatrix} S_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & S_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & S_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & S_{66} \end{vmatrix} + S_{23}(-1)^{1+2} \begin{vmatrix} S_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & S_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & S_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & S_{66} \end{vmatrix} \right\} = S_{11} \left\{ S_{22} \left[ S_{33}(-1)^{1+1} \begin{vmatrix} S_{44} & 0 & 0 \\ 0 & S_{55} & 0 \\ 0 & 0 & S_{66} \end{vmatrix} \right] - S_{23} \left[ S_{23}(-1)^{1+1} \begin{vmatrix} S_{44} & 0 & 0 \\ 0 & S_{55} & 0 \\ 0 & 0 & S_{66} \end{vmatrix} \right] \right\} = S_{11} \{ S_{22} S_{33}(S_{44}S_{55}S_{66}) - S_{23} S_{23}(S_{44}S_{55}S_{66}) \} = (S_{11}S_{22}S_{33} - S_{11}S_{23}S_{23})S_{44}S_{55}S_{66}$$
(7)

En el segundo determinante de la ecuación (6) se aplica la relación de Laplace (5),

$$-S_{12}\left\{S_{12}(-1)^{1+1}\begin{vmatrix}S_{33} & 0 & 0 & 0\\0 & S_{44} & 0 & 0\\0 & 0 & S_{55} & 0\\0 & 0 & 0 & S_{66}\end{vmatrix} + S_{23}(-1)^{1+2}\begin{vmatrix}S_{13} & 0 & 0 & 0\\0 & S_{44} & 0 & 0\\0 & 0 & S_{55} & 0\\0 & 0 & 0 & S_{66}\end{vmatrix}\right\} = \\-S_{12}\left\{S_{12}\left[S_{33}(-1)^{1+1}\begin{vmatrix}S_{44} & 0 & 0\\0 & S_{55} & 0\\0 & 0 & S_{66}\end{vmatrix}\right] - S_{23}\left[S_{13}(-1)^{1+1}\begin{vmatrix}S_{44} & 0 & 0\\0 & S_{55} & 0\\0 & 0 & S_{66}\end{vmatrix}\right] - S_{23}\left[S_{13}(-1)^{1+1}\begin{vmatrix}S_{44} & 0 & 0\\0 & S_{55} & 0\\0 & 0 & S_{66}\end{vmatrix}\right]\right\} = \\-S_{12}\{S_{12}S_{33}(S_{44}S_{55}S_{66}) - S_{23}S_{13}(S_{44}S_{55}S_{66})\} = (S_{12}S_{23}S_{13} - S_{12}S_{12}S_{23})S_{44}S_{55}S_{66}$$
(8)

Se hace lo mismo con el tercer determinante de la ecuación (6),

$$S_{13} \left\{ S_{12}(-1)^{1+1} \begin{vmatrix} S_{23} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & S_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & S_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & S_{66} \end{vmatrix} + S_{22}(-1)^{1+2} \begin{vmatrix} S_{13} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & S_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & S_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & S_{66} \end{vmatrix} \right\} = S_{13} \left\{ S_{12} \left[ S_{23}(-1)^{1+1} \begin{vmatrix} S_{44} & 0 & 0 \\ 0 & S_{55} & 0 \\ 0 & 0 & S_{66} \end{vmatrix} \right] - S_{22} \left[ S_{13}(-1)^{1+1} \begin{vmatrix} S_{44} & 0 & 0 \\ 0 & S_{55} & 0 \\ 0 & 0 & S_{66} \end{vmatrix} \right] \right\} =$$

$$S_{13}\{S_{12}S_{23}(S_{44}S_{55}S_{66}) - S_{22}S_{13}(S_{44}S_{55}S_{66})\} = (S_{13}S_{12}S_{23} - S_{13}S_{22}S_{13})S_{44}S_{55}S_{66}$$
(9)

Se suman las soluciones de (7), (8) y (9) y se igualan a cero,

$$[S] = S_{44}S_{55}S_{66}[S_{11}S_{22}S_{33} - S_{11}S_{23}S_{23} + S_{12}S_{23}S_{13} - S_{12}S_{12}S_{33} + S_{13}Z_{12}S_{23} - S_{13}S_{22}S_{13}] = 0$$

Finalmente,

$$S = S_{11}S_{22}S_{33} - S_{11}S_{23}S_{23} - S_{12}S_{12}S_{33} - S_{12}S_{12}S_{33} - S_{13}S_{13}S_{22} + 2S_{12}S_{13}S_{23}$$
(10)

La importancia de este tipo de simetría es que de ella se desprenden dos tipos muy importantes de simetrías, la transversalmente isotrópica y la isotrópica, las cuales se muestran a continuación.

#### 1.8.2. Materiales con simetría isotrópica.

Este tipo de materiales tienen la característica de poseer los mismos valores de propiedades en las tres direcciones de sus ejes, lo mismo aplica para los tres planos principales, 1-1,1-2 y 2-3.

La matriz de permitividad que describe a este tipo de materiales es la siguiente,

$$S = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{12} & 0 & 0 & 0\\ S_{12} & S_{11} & S_{12} & 0 & 0 & 0\\ S_{12} & S_{12} & S_{11} & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & S_{44} & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & S_{44} & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & S_{44} \end{bmatrix}$$
(11)

Donde los elementos de la matriz vienen dados por,

$$S_{11} = \frac{1}{E}$$
  $S_{12} = -\frac{\nu}{E}$   $S_{44} = \frac{1}{G} = \frac{2(1+\nu)}{E}$  (12)

La matriz de rigidez es,

$$C = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{12} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{11} & C_{12} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{12} & C_{11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{44} \end{bmatrix}$$
(13)

Donde los elementos son,

$$C_{11} = \frac{E}{(1+\nu)(1+2\nu)} \qquad C_{12} = \frac{(1-\nu)E}{(1+\nu)(1+2\nu)} \qquad C_{44} = G = \frac{E}{2(1+\nu)}$$
(14)

Ejemplos típicos de materiales con simetría isotrópica son las resinas epóxicas.

## 1.8.3. Materiales con simetría transversalmente isotrópica.

Estos materiales se distinguen por tener las mismas propiedades en dos de sus direcciones con la tercera dirección siendo cero. Esto nos indica que dos de sus planos de simetría poseen las mismas propiedades y uno es diferente.

En este tipo de simetría tendremos la siguiente matriz de permitividad,

$$S = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{12} & 0 & 0 & 0 \\ S_{12} & S_{22} & S_{23} & 0 & 0 & 0 \\ S_{12} & S_{23} & S_{22} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & S_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & S_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & S_{55} \end{bmatrix}$$
(15)

Donde los elementos matriciales tienen los siguientes valores.

$$s_{11} = \frac{1}{E_1} \qquad S_{12} = -\frac{\nu_{12}}{E_1} \qquad S_{22} = \frac{1}{E_2} \qquad S_{23} = -\frac{\nu_{23}}{E_2}$$
$$S_{44} = \frac{1}{G_{23}} = \frac{2(1+\nu_{23})}{E_2} \qquad S_{55} = \frac{1}{G_{12}} \qquad (16)$$

La matriz de rigidez es,

$$C = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{12} & 0 & 0 & 0\\ C_{12} & C_{22} & C_{23} & 0 & 0 & 0\\ C_{12} & C_{23} & C_{22} & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{55} & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{55} \end{bmatrix}$$
(17)

Los elementos matriciales vienen dados por:

$$C_{11} = \frac{\frac{1}{E_2^2} - \left(\frac{\nu_{23}}{E_2}\right)^2}{S} \qquad \qquad C_{12} = \frac{\frac{\nu_{12}}{E_1}\frac{\nu_{23}}{E_2} + \frac{\nu_{12}}{E_1E_2}}{S} \qquad \qquad C_{22} = \frac{\frac{1}{E_1E_2} - \left(\frac{\nu_{23}}{E_1}\right)^2}{S}$$

$$C_{23} = \frac{\left(\frac{\nu_{12}}{E_1}\right)^2 + \frac{\nu_{23}}{E_1 E_2}}{S} \qquad C_{44} = \frac{2(1+\nu_{23})}{E_2} \qquad C_{55} = \frac{2(1+\nu_{12})}{E_1} \qquad (18)$$

El valor S del determinante (10) considerando relaciones de simetría transversalmente isotrópica es,

$$S = \frac{1}{E_1} \frac{1}{E_2^2} - \frac{1}{E_1} \left(\frac{\nu_{23}}{E_2}\right)^2 - \frac{2\nu_{23}}{E_2} \left(\frac{\nu_{12}}{E_1}\right)^2$$
(19)

El cual es obtenido utilizando (4) y (10), conocemos los valores de los elementos de (16) y tomamos las relaciones de simetría dados en la estructura de la matriz (17). Ejemplos de materiales que poseen este tipo de simetría son las fibras de carbono, los nanotubos de carbono (nFC) y las nanohojuelas de grafeno (GnPs).

#### 1.9. El método de Mori-Tanaka.

Las propiedades mecánicas, deformaciones locales y campos de esfuerzo promedios, ocasionados dentro de fases de sólidos heterogéneos, por deformaciones uniformes o esfuerzos aplicados, son a menudo derivados mediante estimados de campos locales en inclusiones homogéneas elipsoidales e inhomogeneidades, embebidas en un gran volumen, llámese matriz, llámese "medio de comparación" [9]. Este método es muy atractivo, debido a la relativa simplicidad para evaluar los campos locales, así como la adaptabilidad que pueden tener las formas elipsoidales, como pueden ser, discos, cilindros, esferoides y esferas [68-70].

El método de Mori-Tanaka (M-T), es una poderosa herramienta que podemos utilizar para conocer la matriz de rigidez promedio de un material sólido, el cual contiene varias fases en él. Estas fases en el caso de un material compuesto pueden ser, una fase de refuerzo como por ejemplo las fibras de carbono y una fase continua, como lo es la matriz del material. Estas fases pueden ser N cantidad. Supongamos un volumen de un material  $\Omega_1$ , con una rigidez  $C_1$ . Este volumen tiene inmerso dentro de ella una inhomogeneidad o también llamada inclusión no diluida, la cual posee un volumen  $\Omega_r$  así como también posee una rigidez  $C_r$ . De tal forma que se cumple  $\Omega_1 \gg \Omega_r$ . Este método aproxima la interacción entre fases de un sistema basado en matriz, considerando a cada refuerzo  $L_r$  como una inhomogeneidad solitaria  $\Omega_r$ , embebida en un gran volumen  $\Omega_1$  de la matriz  $L_1$ . Se aplica una deformación  $\varepsilon_1$  o un esfuerzo  $\sigma_1$ , en la fase matriz, en una frontera remota [71].

Se usa una deformación promedio  $\varepsilon_1$  en una única inhomogeneidad  $L_r$ , estas relaciones tienen la forma:

$$\boldsymbol{\varepsilon}_r = \boldsymbol{T}_r \boldsymbol{\varepsilon}_1 \qquad \boldsymbol{T}_r = [\boldsymbol{I} + \boldsymbol{P}(\boldsymbol{L}_r - \boldsymbol{L}_1)]^{-1} \tag{20}$$

18

Donde el tensor de Eshelby  $S = PL_1$  y los tensores  $P = (L^* + L_1)^{-1}$  y  $L^*$  son evaluados en  $L_1$ . El tensor  $L^*$  representa el tensor de constricción de Hill, el cual representa la rigidez de una cavidad elipsoidal.

El promedio de deformación local se puede encontrar de la siguiente manera,

$$\boldsymbol{\varepsilon}_{1} = \boldsymbol{A}_{1}\boldsymbol{\varepsilon}^{0} = \left[c_{1}\boldsymbol{I} + \sum_{s=2}^{n} c_{s}\boldsymbol{T}_{s}\right]^{-1} \boldsymbol{\varepsilon}^{0} \quad \boldsymbol{\varepsilon}_{r} = \boldsymbol{A}_{r}\boldsymbol{\varepsilon}^{0} = \boldsymbol{T}_{r} \left[c_{1}\boldsymbol{I} + \sum_{s=2}^{n} c_{s}\boldsymbol{T}_{s}\right]^{-1} \boldsymbol{\varepsilon}^{0}$$
(21)

El tensor de rigidez de un sistema multifase con r = 1, 2, ..., n, es,

$$L = \sum_{r=1}^{n} c_r L_r A_r = \left[ \sum_{r=1}^{n} c_r L_r T_r \right] \left[ \sum_{s=1}^{n} c_s T_s \right]^{-1} \quad L = L_1 + \left[ \sum_{r=2}^{n} c_r (L_r - L_1) T_r \right] \left[ \sum_{s=1}^{n} c_s T_s \right]^{-1}$$
(22)

La siguiente figura 1.9 nos explica claramente el funcionamiento de este método.



**Figura 1.9.** El método de Mori-Tanaka, las rigideces de las inhomogeneidades y la matriz son denotadas por  $L_r$  y por  $L_1 = L_0$  respectivamente.

# 1.10. El método de elementos finitos, su proceso y utilidad.

Es amplia la literatura que aborda el tema de elementos finitos [12, 72-74], las definiciones para el método de elementos finitos son variadas pero todas ellas conducen a la misma definición. El Método de Elementos Finitos, consiste en subdividir a un cuerpo, que en esencia es de una, dos o tres dimensiones en varios, miles o millones de elementos que se encuentran unidos por nodos, los cuales forman un conglomerado llamado malla.



Figura 1.10 Se define el proceso para realizar un análisis de elemento finito [74].

Bathe [74], en su libro comenta que los procedimientos para el método de elementos finitos son ahora importantes y de frecuente uso, así como también una parte fundamental en el análisis y diseño en ingeniería. Prácticamente usado en todas las ramas de ingeniería, desde la civil, hasta
la aeroespacial. Gran parte de esta colonización que ha tenido el método en la ingeniería ha ido de la mano del aumento en la potencia de cálculo en los ordenadores. La figura 1.10 ejemplifica el proceso de un análisis por elementos finitos.

## 1.11. Unidades diferenciales básicas de elemento finito usadas en este estudio.

Gran parte de la versatilidad de este método se obtiene por los bloques elementales de construcción a partir de los cuales se pueden generar geometrías más complicadas o elaboradas, algunos de los bloques elementales son los siguientes.

**1.11.1 Elemento prisma triangular (wedge).** Este elemento C3D6 es base para este trabajo, es de propósito general, posee 6 nodos, como se muestra en la figura 1.11 siguiente. Se ha utilizado para construir la matriz y la fibra del VER.



Figura 1.11. Elemento tipo cuña de 6 nodos.

ABAQUS posee una librería que nos permite escoger entre elementos de interpolación de primer y de segundo orden, dependiendo de las capacidades de nuestro ordenador podremos hacer uso de mayor potencia de cálculo y de esta forma obtener resultados más refinados.

En el caso de los elementos sólidos en dos dimensiones, disponemos de elementos triangulares y cuadriláteros, con una familia que incluye,

- Elementos cohesivos.
- Elementos para transferencia de calor.
- Elementos de deformación plana.
- Elementos de esfuerzo plano.

Para los elementos sólidos en tres dimensiones, disponemos de elementos prismáticos triangulares y elementos hexaédricos, tetraédricos y elementos prismáticos triangulares, con una familia que incluye,

- -Elementos de esfuerzos 3D. -Elementos cohesivos. -Elementos cilíndricos.
- -Elementos piezoeléctricos. -Elementos porosos.

A continuación, se presenta el concepto básico de Elemento Finito (FEM) en la siguiente figura 1.12 representativa.



Figura 1.12. Proceso básico de discretización de un cuerpo, este se divide en varios o miles de elementos, cada uno de los cuales conectado por nodos los que a su vez forman un entramado llamado malla.

## 1.11.2. Elemento cúbico de ocho nodos.

En esta tesis se ha utilizado este elemento para construir la interfase del VER. Considérese un elemento cubo definido en un sistema general de coordenadas x, y. Este elemento puede ser formulado considerando un sistema de coordenadas naturales  $\xi$ ,  $\eta$ ,  $\zeta$ , tal como se muestra en la figura 1.13 [75].

Las ideas básicas del elemento finito surgieron a finales de 1941, como parte del análisis estructural en cuerpos de aeronáutica. Hrennikoff [76], presentó una solución a problemas de elasticidad usando el llamado "frame work method". En 1943 Courant [77], publicó un estudio en el que se usaban polinomios de interpolación sobre subregiones triangulares, con lo que se modelaban problemas de torsión. El término de elemento finito se debe a Clough en 1960 [78].



Figura 1.13. Elemento cúbico isoparamétrico de 8 nodos.

## 1.12. Criterio de convergencia.

Tomando en cuenta el criterio de convergencia para problemas elemento finito que se trata en el libro de Zienkiewicz y Taylor [72]. La función de desplazamiento que se toma en cuenta debe ser tal que no permita que ocurran deformaciones en los elementos cuando los desplazamientos en los nodos sean ocasionados por movimiento de cuerpo rígido. Las condiciones de frontera tomadas para cada VER son tales que evitan que los movimientos de cuerpo rígido tengan lugar. En el caso de las condiciones de frontera para la prueba de tensión, se listan a continuación.

Ux = 0 en arista del VER, plano xy. Esta condición evita que el VER en su totalidad se mueva en dirección x.

 $U_y = 0$  en arista del VER, plano xy. Esta condición evita que el VER en su totalidad se mueva en dirección y.

 $U_z = 0$  en toda la cara que conforma el plano xy del VER. Esta condición fija al VER en una de sus caras.

Estas tres condiciones evitan que se presente movimiento de cuerpo rígido en el VER, de tal forma que no se generen distribuciones de esfuerzos que sean poco acordes a la realidad. Las condiciones mencionadas en esta sección se presentan de manera más detallada en la sección *diseño del volumen elemental representativo*.

## 1.12.1 Convergencia en elementos finitos.

Las simulaciones con un mallado simple pueden resolverse de manera rápida, pero los resultados pueden no ser precisos. Cuando uno considera simulaciones que son complejas en cuanto a su mallado, pueden proveer de muy buena precisión en los resultados, pero toman muchas horas o

incluso días para realizar el trabajo computacional, esto aunado a las características del equipo, cantidad de memoria RAM, espacio de almacenamiento en SSD o disco mecánico, el tipo de procesador que tengamos, etc. Generalmente los softwares computacionales usan una serie de puntos discretos para colocar nodos a los cuales se les asigna grados de libertad o condiciones de frontera. Por lo tanto, mientras más puntos tomemos en cuenta, mayor será la captura de comportamiento estructural. Podemos mencionar que, si consideramos pocos grados de libertad o condiciones de frontera (DOF's, por sus siglas en inglés) en nuestro modelo, podemos tener una respuesta incorrecta. Si por el contrario tomamos en cuenta muchos grados DOF's, nuestra simulación puede durar días en concretarse. Por lo tanto, la manera en la que podemos desarrollar un modelo de elemento finito eficiente es, mediante la utilización del concepto de convergencia e independencia del mallado.

**Convergencia.** La convergencia de mallado determina cuántos elementos son requeridos en un modelo para asegurar que los resultados del análisis no sean afectados por el cambio en el tamaño del elemento que conforma el mallado. La respuesta del sistema en cuanto a esfuerzos y deformaciones convergerán a una solución repetible mientras el tamaño de nodos disminuye.

La siguiente figura 1.14 ejemplifica lo mostrado.



Figura 1.14. A mayor número de elementos en la simulación, podemos tener resultados que se aproximen más a la solución exacta, este número converge a un valor en específico para los resultados de MEF.

**Independencia de mallado.** Siguiendo el concepto de convergencia, el refinamiento adicional del mallado no afecta los resultados. En estos valores de número total de elementos en el mallado se logra independencia para los resultados del sistema [79].

#### 1.12. Relevancia del trabajo.

La relevancia de este trabajo radica en el hecho de que se relaciona el comportamiento nanomecánico de la interfase que en sí, es un material compuesto, a base de resina epóxica con nanohojuelas de grafeno, con el comportamiento micromecánico de un volumen elemental representativo, a base de fibra de carbono modificada con nanohojuelas de grafeno y resina epóxica sometido a distintos tipos de carga, esto es tensión, compresión, cortante y el comportamiento de un laminado del mismo material compuesto, considerando el estado de esfuerzos alrededor de una unión mecánica en donde coexisten esfuerzos de tensión, compresión y cortante. Se trata de relacionar el comportamiento macromecánico con el comportamiento micromecánico y el efecto de la presencia del grafeno en la interfase.

En este trabajo se propone realizar el estudio considerando un VER en las zonas de carga representativas considerando la existencia de una región interfacial con nanohojuelas de óxido de grafeno.

 Cada VER será sometido a esfuerzos cíclicos, para poder responder a la interrogante de si la inclusión de estas nanohojuelas de óxido de grafeno mejorará la vida útil del compuesto laminado.

## **HIPÓTESIS**

La modificación interfacial fibra de carbono-resina epóxica utilizando nanohojuelas de grafeno debe mejorar el desempeño del laminado de material compuesto multiescala sometido a un estado de esfuerzos complejo en la zona cercana a un orificio en una unión mecánica tanto para cargas estáticas como dinámicas.

#### **OBJETIVO GENERAL**

Analizar el efecto de la incorporación de nanohojuelas de carbono en la superficie de las fibras de carbono para crear una interfase fibra-matriz multiescala por medio de un análisis numérico macro-mecánico del estado de esfuerzos en una unión de pasador y un análisis micromecánico en las zonas de carga conocidas alrededor de un orificio de una unión mecánica de un laminado por medio de pasador, utilizando el método de elementos finitos.

### **OBJETIVOS PARTICULARES**

- Definición de la geometría de un volumen elemental representativo de un material compuesto con fibras de carbono unidireccionales modificadas con nanohojuelas de grafeno.
- 2. Construir un modelo representativo de una unión mecánica.
- Estimación de las propiedades E,v, de la interfase compuesta por nanohojuelas de óxido de grafeno y resina epóxica, utilizando el modelo de Mori-Tanaka modificado por Tandom y Weng
- 4. Analizar con el MEF cada VER sometido a tensión, compresión y cortante con cargas estáticas y periódicas.
- 5. Analizar el comportamiento de la unión en función de los resultados del modelo y del comportamiento de los VER.

## CAPÍTULO 2

### **METODOLOGÍA**

Este análisis consta de dos partes fundamentales, primeramente, se realizará un análisis de una unión mecánica sometida a tensión para identificar el estado de esfuerzos en distintos puntos alrededor del orificio, y en especial en las zonas de alta tensión, compresión y cizallamiento. Seguidamente, se deberán diseñar los VERs sin y con la incorporación de la interfase, para después realizar una comparación entre las diferencias que ocurren para los estados de esfuerzos alrededor del orificio, para el caso de esfuerzos estáticos y dinámicos, para los casos de esfuerzo en tensión, compresión y cortante. Tendremos los siguientes VER que se muestran en la tabla 2.1, considerando elasticidad. Y se realizarán los siguientes VER que se muestran en la tabla 2.2, considerando comportamiento viscoelástico.

**Tabla 2.1.** Tipos de VER y el análisis a realizar. Se analizarán 12 casos en total, 6 para el caso sin interfase y 6 para el caso con interfase, considerando comportamiento elástico.

VER	ESTÁTICO	DINÁMICO
Tensión	1	1
Compresión	1	1
Cortante	1	1
VER CON INTERFASE		
Tensión	1	1
Compresión	1	1
Cortante	1	1

**Tabla 2.2.** Tipos de VER y el análisis a realizar. Se analizarán 12 casos en total, 6 para el caso sin interfase y 6 para el caso con interfase, considerando comportamiento viscoelástico.

VER	ESTÁTICO	DINÁMICO
Tensión	1	1
Compresión	1	1
Cortante	1	1
VER CON INTERFASE		
Tensión	1	1
Compresión	1	1
Cortante	1	1



Las figuras 2.1 y 2.2 resumen todas las simulaciones que se realizaron en este trabajo.



Posteriormente se definirán los valores de módulos y relaciones de Poisson de la fibra y de la matriz, obtenidas de la literatura. Las propiedades de la interfase serán estimadas utilizando el método de Mori-Tanaka, para las inclusiones no diluidas en un medio homogéneo. Las partículas no diluidas son inhomogeneidades, cuya fase es distinta a la del volumen en la que se encuentran inmersas. En este estudio, se toma en cuenta como factor fundamental para considerar a la partícula como no diluida, el tamaño de la misma. Una nanohojuela de grafeno, por ejemplo, tiene un diámetro menor a 1 micrómetro.

Un punto muy importante a considerar es la forma en la que se obtendrán estas propiedades promedio en la interfase. Esto se realizará utilizando el método de Mori-Tanaka, el cual es ampliamente discutido en [68], en este método se considera el tensor de rigidez y de "compliance" de la matriz, así como el tensor de rigidez de las inclusiones no diluidas, para obtener un tensor de rigidez promedio para el material compuesto.



Figura 2.3. Se ejemplifica en este diagrama el proceder metodológico que se tendrá en este trabajo.

En el caso del laminado macromolecular, serán tomadas en cuenta las propiedades de la fibra y de la matriz, para hacer las simulaciones en ABAQUS®.

#### **CAPÍTULO 3**

#### **ANÁLISIS MICROMECÁNICO**

Para poder realizar los cálculos tensoriales relacionados con la teoría de Mori-Tanaka, fue necesario obtener el tensor de Eshelby, ya que este no se encuentra en la literatura para el caso específico cuando las inhomogeneidades ó nanoinclusiones son los GnPs.

George Dvorak en su libro [71], comenta sobre el tensor de Hill, que viene representado en función del tensor de Eshelby y el tensor de *permitividad*.

$$P = WC^{-1} = WS \tag{23}$$

Donde *W* es el tensor de Eshelby y  $C^{-1}$ , es la inversa del tensor de rigidez y *S*, es el tensor de *permitividad*, donde se entiende que la inversa del tensor de rigidez es igual al tensor de *permitividad*.

Ahora bien, se comenta en [71] que, el tensor de Hill para el caso de un disco plano que reside en un plano transversalmente isotrópico, que yace en el plano  $x_2x_3$  con normal paralela a la dirección  $x_1$ .

La forma está definida como,

$$\frac{x_2^2}{a_2^2} + \frac{x_3^2}{a_3^2} \le 1 \tag{24}$$

Los compontes no nulos de la matriz P son los siguientes,

$$P_{33} = \frac{1}{L_{33}}$$
  $P_{44} = \frac{1}{L_{44}}$   $P_{55} = \frac{1}{L_{55}}$  (25)

Estos valores son,  $L_{33} = n$ ,  $L_{44} = L_{55} = 2p$ . Cabe mencionar que estos son los conocidos parámetros de Hill, estos parámetros, son en realidad módulos elásticos que fueron introducidos por R. Hill, para simplificar las expresiones matemáticas que involucran manipular tensores de cuarto orden para simetrías transversalmente isotrópicas. Es decir, que los módulos elásticos de materiales compuestos fibrorreforzados con fases transversalmente isotrópicas, están relacionados por relaciones universales que son independientes de la geometría para una concentración dada [80].

Estos parámetros vienen definidos por las siguientes expresiones,

$$k = \left[\frac{2(1 - v_{23})}{E_{22}} - \frac{4v_{12}^2}{E_{11}}\right]^{-1}$$

$$n = E_{11} + 4kv_{12}^2$$

$$p = G_{21}$$
(26)

Donde el parámetro k es el módulo volumétrico (bulk) para deformación plana, considerando dilatación lateral sin extensión longitudinal [80].

El parámetro n es el módulo de esfuerzo uniaxial longitudinal [80].

Y se tiene que p es el módulo de rigidez para cortantes en cualquier dirección transversal [80].

R. Hill [80], igual menciona que en caso de tener un sólido isotrópico, se tendrá la siguiente conexión,

$$n = k + p \tag{27}$$

La cual evidentemente se cumple en (26).

Cabe mencionar que este tensor de Hill viene dado en función de las propiedades de la matriz epóxica, las cuales se presentan a continuación en la tabla 3.1.

**Tabla 3.1.** Los valores utilizados para el módulo elástico y la relación de Poisson para la matriz epóxica, [10].

Matriz Epóxica					
$E_m(GPa)$	3				
v <sub>m</sub>	0.35				
$\rho_m (Kg/m^3)$	1301				

Con estos valores para la matriz epóxica, procedemos a calcular los valores de k, n y p, cuyas relaciones se simplifican mucho al tener un material isotrópico en esencia.

$$k = \left[\frac{2(1 - v_m) - 4v_m^2}{E_m}\right] = 3.7037 \frac{1}{GPa}$$

$$n = E_m + 4kv_m^2 = 4.8148 \, GPa \qquad (28)$$

$$p = G = 1.11 \, GPa$$

Con estos parámetros de Hill, el tensor de Hill queda de la siguiente manera,

Tomando en cuenta (23), se procede a "despejar" al tensor de Eshelby de esa ecuación matricial.

$$[P] \cdot [C] = [W] \cdot [C^{-1}] \cdot [C] \tag{30}$$

Por lo tanto, el tensor de Eshelby se puede encontrar como,

$$[W] = [P] \cdot [C] \tag{31}$$

La matriz de rigidez para la matriz epóxica es:

$$C = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{12} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{11} & C_{12} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{12} & C_{11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{44} \end{bmatrix}$$
(32)

Con los siguientes valores para los elementos matriciales [6].

$$C_{11} = \frac{E_m}{(1+\nu_m)(1+2\nu_m)} \qquad C_{12} = \frac{(1-\nu_m)E_m}{(1+\nu)(1+2\nu)} \qquad C_{44} = G = \frac{E_m}{2(1+\nu_m)}$$
(33)

Al realizar las operaciones en (28), se consideran (31), (32) y (33), para obtener el tensor de Eshelby W.

Donde los coeficientes vienen dados por,

$$P_{33}C_{12} = \frac{(1 - \nu_m)E_m}{(1 + \nu_m)(1 + 2\nu_m)n}$$

$$P_{33}C_{11} = \frac{E_m}{(1 + \nu_m)(1 + 2\nu_m)n}$$

$$P_{44}C_{44} = \frac{E_m}{4(1 + \nu_m)p}$$
(35)

La siguiente tabla 3.2, resume las propiedades de las fibras de carbono.

Tabla 3.2. Pro	piedades de	e la fibra	de carbono,	usadas en	este estudio.
----------------	-------------	------------	-------------	-----------	---------------

Fibra de Carbono							
241							
21							
21							
0.25							
0.25							
0.265							
28							
28							
8.3							
1780							

Tómese en cuenta la siguiente figura 3.1, la cual muestra las direcciones principales en una nanohojuela.



**Figura 3.1.** Estas direcciones servirán de referencia para la tabla 3.3, en la cual, se listan las 5 propiedades independientes para un material con simetría transversalmente isotrópica.

Pawlik [81] lista las propiedades de los GnPs, los cuales son considerados como un material con simetría transversalmente isotrópica, se presentan en la Tabla 5.3.

**Tabla 3.3.** Cinco propiedades independientes que se tienen para este tipo de simetría,utilizadas para obtener las otras 4 constantes faltantes de los GnPs [81].

GnPs					
$E_1$ (TPa)	0.77				
$E_3$ (TPa)	0.40				
<i>G</i> <sub>13</sub> ( <i>GPa</i> )	78				
v <sub>12</sub>	0.03				
v <sub>13</sub>	0.81				

Las otras 4 propiedades se resumen en la tabla 3.4, se pueden encontrar mediante relaciones de simetría transversal y considerando la relación de Maxwell-Betti.

Tabla 3.4. Relaciones utilizadas por medio de fundamentos de simetría.

GnPs					
$E_2$ (TPa)	0.77				
$G_{23}(GPa)$	78				
$G_{12}(GPa)$	373.8				
$\nu_{23}$	0.81				

# **CAPÍTULO 4**

### ANÁLISIS DE ELEMENTO FINITO

En la figura 4.1 se representa en forma esquemática el volumen elemental representativo que considera una fibra completa rodeada de cuatro cuartos de fibra para formar un empaquetamiento cuadrado con una fracción de volumen de fibra específico. Las dimensiones se han especificado para que, en este caso se tenga un 60% de volumen fraccional de fibras de carbono. Se considera una longitud del VER de 39 µm.



**Figura 4.1.** a) Volumen elemental representativo (VER) con un empaquetamiento cuadrado, con una longitud de  $39\mu m$ . b) Espesor de la interfase,  $0.35\mu m$ .

Para el radio de la fibra de  $r_f = 3\mu m$  se tiene que, para obtener un  $V_f = 60\%$ , se debe considerar un valor de  $a = 9.7082\mu m$ . Se implementará este modelo en ABAQUS®, para su posterior evaluación considerando cargas de deformación estáticas y periódicas. Se hace uso de las tablas 3.1-3.4, para alimentar al software de elemento finito, ABAQUS®.

#### 4.1. Diseño del laminado macroscópico y condiciones de frontera.

Las siguientes condiciones de frontera se han utilizado para el laminado macroscópico. En el lado derecho, que yace sobre el eje y en la figura 4.2, tenemos fija la condición  $U_x = 0$ , en el borde inferior sobre el eje x, tenemos  $U_y = 0$ . El esfuerzo  $\vec{\sigma}$ , se aplica únicamente en el cuarto de círculo delimitado por las líneas punteadas. La dirección del mismo es en dirección del eje y  $(\hat{e}_y)$ .



**Figura 4.2.** Condiciones de frontera utilizadas en el laminado estudiado. A la derecha se observa una ampliación que muestra la mitad del orificio en el laminado, así como la dirección de la aplicación del esfuerzo en el borde del orificio, para cada valor de ángulo respectivo.

Se presenta a continuación en la figura 4.3, la división del laminado en elementos unidos por nodos para formar la región llamada mallado.



Figura 4.3. Se observa el tipo de elemento cuadrilátero bidimensional que se ha utilizado para mallar el laminado.

A continuación, se presenta una ampliación de la zona alrededor del orificio.



Figura 4.4. La distribución de los elementos alrededor del orificio del laminado.

Aprovechando la simetría que presenta el laminado, y con las condiciones de frontera adecuadas, se ha disminuido la carga de cálculo computacional, esto ayuda a tener una simulación más rápida y eficiente. El tipo de elemento que se ha utilizado en este laminado es un cuadrilátero para estrés plano, con integración reducida, (CPS4R).

## 4. 2. Consideraciones para la simulación del laminado CF/Epoxi/GnPs en elemento finito.

1. Para la simulación se presentan los siguientes diagramas de contorno de esfuerzos:

 $\sigma_{11},\sigma_{22},\sigma_{12}$ 

Los esfuerzos principales máximo  $\sigma_1$  y mínimo  $\sigma_2$ .

Para la prueba de corte se presentan, el esfuerzo de corte máximo y máximo absoluto.

2. El valor de la deformación aplicada es de  $1\mu m$  en dirección vertical (+Y), y es aplicada en el arco que subtiende el cuarto de circunferencia del orificio ubicado en el segundo cuadrante.

3. El tiempo de la simulación es de 100 s.

4. Los valores de propiedades efectivas para el laminado, E,  $\nu$  y G, se tomaron de [44], estos valores se presentan considerando la inclusión de nanohojuelas de grafeno en la interfase del material compuesto, las cuales fueron obtenidas mediante pruebas mecánicas.

## 4.3. Diseño del volumen elemental representativo (VER).

El diseño del volumen elemental representativo ha quedado de la siguiente forma en el Software ABAQUS®, se muestra en la Figura 4.5.



Figura 4.5. Las dimensiones son tales para un volumen fraccional de fibras de 60%.

## 4.3.1 Condiciones de frontera.

En el caso de tensión, compresión y de cortante, se tienen las siguientes condiciones de frontera, mostradas en las imágenes 4.6 y 4.7 respectivamente.



**Figura 4.6.** En el caso de la cara lateral derecha (en el plano x-y), se aplica una deformación en sentido +z considerando una tensión y en –z considerando una compresión.

En el caso del cortante tendremos las siguientes condiciones de frontera.



**Figura 4.7.** En el caso de la cara superior (plano y-z) se aplica una deformación tangente a esta cara en la dirección +z.

La siguiente figura 4.8 muestra una ampliación del VER y la manera en que fue aplicada la deformación en las regiones que conforman la matriz y la interfase para las pruebas de tensión y de compresión.





b) Prueba de Cortante.

**Figura 4.8.** Este esquema ejemplifica la manera en la que fue aplicada la deformación en el VER, un plano bidimensional (corte en plano Z-Y) de una esquina del VER tridimensional se presenta.

En la figura 4.8, se tiene fijo el borde posterior y en el borde delantero la deformación (equivalente a un 10% de las dimensiones longitudinales del VER) se aplica en la región de la matriz y en la interfase, para prueba de tensión ( $\varepsilon \hat{e}_z$ ) y compresión ( $-\varepsilon \hat{e}_z$ ), imagen a). Para el caso de cortante se tiene una deformación tangencial aplicada en el área de la cara correspondiente a la matriz y la fibra ( $\varepsilon \hat{e}_z$ ).

# 4.4. Consideraciones para las simulaciones de los volúmenes elementales representativos en elemento finito.

1. Por cada simulación se tienen las siguientes gráficas:

 $\sigma_{33}/\sigma_0$  vs Distancia Axial en Fibra Dirección 3/Diámetro

 $\sigma_{13}/\sigma_0$  vs Distancia en Matriz Dirección 3/Diámetro

Consideraciones para graficar:

1. Las lecturas para el esfuerzo axial  $\sigma_{33}$  en fibra fueron hechas en nodos pertenecientes al eje de la **fibra central** del VER.

2. Las lecturas para los esfuerzos de corte  $\sigma_{13}$  en la matriz, fueron hechas en nodos localizados en una línea que va desde el borde de aplicación de la deformación hasta ¼ de la longitud del VER, dentro del material Resina Epóxica perteneciente al VER (dirección z).

2. El tiempo de cada simulación es de 100 s (En el caso de Prueba estática con interfase, para caso de elasticidad, sus tres pruebas fueron hechas con un tiempo de 20 s).

3. La frecuencia en el caso de las pruebas dinámicas fue de 16 Hz ó 100 rad/s (Esto se traduce en 9 ciclos cada 100 s, se atribuye esto a las características del material y a la influencia de la interfase).

4. El valor de la deformación aplicada ha sido de 4 micrómetros (+Z ó dirección 3) en pruebas de tensión y cortante. Para pruebas de compresión se usan -4 micrómetros (-Z ó dirección 3).

5. La aplicación de la deformación ha sido en la matriz en pruebas sin interfase para tensión, compresión y cortante). En pruebas con interfase, la deformación se ha aplicado en la interfase y en la matriz.

6. Para simular el comportamiento viscoelástico, se ha usado un dominio de tiempo para series de Prony considerando  $g_i = 0.999$ ,  $k_i = 0.999$ ,  $\tau_i = 39.5$ . Estos valores fueron aplicados al material resina epóxica [82].

#### 4.5. Convergencia en los volúmenes elementales representativos.

Es necesario obtener el número de elementos más eficiente en cuanto a tiempo de computación para realizar las simulaciones. La siguiente figura 4.9 muestra como es el comportamiento del esfuerzo axial en fibra y el esfuerzo de corte en la matriz respecto al número de elementos presentes en el VER. Como puede verse en la gráfica, el esfuerzo axial tiende a converger a un valor cercano a los 20 GPa para un número de elementos igual a 900,000, en el caso del esfuerzo de corte en la matriz, tiene a converger a un valor de 27 GPa para un número de elementos igual a 900,000. A su vez, el tiempo cálculo aumenta de manera exponencial respecto al incremento de elementos en el VER. Dadas las características del equipo, el mayor número de elementos que se pudieron analizar fueron 954,030 elementos.



### **CONVERGENCIA DE ESFUERZOS**

**Figura 4.9.** Convergencia de esfuerzos, para el esfuerzo axial y el esfuerzo de corte en el VER.

#### 4.6. Convergencia en laminado fibra de carbono/resina epóxica/nanohojuelas de grafeno.

En la siguiente figura 4.10 se muestra el comportamiento de los esfuerzos en el laminado macroscópico sometido a una prueba de tensión con respecto al número de elementos presentes en la simulación.



Figura 4.10. Convergencia de la placa de material compuesto respecto al número de elementos presentes en la simulación.

En la figura 4.10, sobre la convergencia de esfuerzos para el laminado, para  $\sigma_{11}$ , se tiene un valor máximo de convergencia en 2.3 GPa. Para  $\sigma_{22}$  se tiene una convergencia en 6.2 GPa, y para  $\sigma_{12}$  en 3.5 GPa. Estos valores fueron tomados para una simulación con 40,000 Elementos. Tal y como puede verse, aunque no se tiene mayor exigencia en este tipo de cálculo, debido a la minoritaria cantidad de elementos, el tiempo de cálculo aumenta de manera logarítmica con respecto al aumento de número de elementos presentes en la simulación. Para propósitos de realizar análisis de resultado, se ha optado por tomar la simulación con 40,000 elementos, ya que es la que posee los resultados con convergencia en los valores de esfuerzos.

# **CAPÍTULO 5**

### **RESULTADOS Y DISCUSIÓN**

A continuación, se presenta la figura 5.1 considerando a los GnPs alineados en la dirección 3, como se muestra en la figura 1.8. La figura 3.1 de igual forma puede usarse como referencia.

### 5.1. Nanohojuelas de grafeno alineadas en dirección 3.



Figura 5.1. Coeficientes de la matriz de rigidez, con respecto a variación del porcentaje de GnPs en la interfase.

Pawlik y colaboradores [81] consideran a la interfase como un material con simetría transversalmente isotrópica. Tal y como menciona Autar K. Kaw [83], los materiales compuestos a base de fibra de carbono tienen propiedades mecánicas superiores y mucha flexibilidad a la hora de realizar diseños con ellos. El desempeño de estos materiales compuestos está profundamente influenciado por la interfase que existe entre la fibra y la matriz [84]. Por lo tanto, el estudio, análisis y consecuente entendimiento de esta fase del material es de vital importancia.

Es por esto que, para poder continuar con el desarrollo de este estudio, es necesario obtener las propiedades mismas de la interfase, llámense módulos elásticos, módulos de corte y relaciones mayores y menores de Poisson. Todo esto con el fin de entender mejor el comportamiento de la interfase en el material compuesto de este estudio.

Como puede observarse en la figura 5.1, estos coeficientes son los que caracterizan a una matriz con simetría que tiende a ser isotrópica. Analizando el comportamiento de  $C_{11}$ , la información sobre el módulo de elasticidad lineal en la dirección perpendicular al plano  $E_1$  donde yacen las nanohojuelas de grafeno, se estima de la inversa de la matriz de rigidez para un caso específico de concentración de volumen de GnPs y el cálculo es directo, ya que la matriz de *permitividad* se construye considerando constantes de ingeniería, por lo tanto, las relaciones para sus coeficientes matriciales son más evidentes. Tal y como lo mencionaron Kim y colaboradores [85], el valor de las propiedades efectivas de la interfase se encuentra entre los valores de la fibra de carbono y la matriz. Esto puede notarse con claridad en la tabla 5.1, la cual resume las propiedades efectivas de la interfase para 3 tipos de concentraciones de GnPs. En el caso de los valores de la diagonal de la matriz  $C_{22}$ ,  $C_{33}$ , los cuales contienen la información relacionada con los módulos elásticos en las direcciones 2 y 3 respectivamente de la figura 1.8, son exactamente los mismos a  $C_{11}$ .

 $C_{12}$ ,  $C_{13}$ , los cuales nos entregan información relacionada con los valores de relaciones de Poisson, se mantienen de igual manera, similares en su comportamiento. Todo esto solo muestra el carácter isotrópico de la interfase. Para el coeficiente matricial  $C_{23}$  se reconoce que su comportamiento es independiente de la concentración de la fase no diluida (GnPs), este coeficiente entrega información sobre la relación de Poisson en la dirección 23. Todos estos valores de las rigideces  $C_{11}$ ,  $C_{22}$ ,  $C_{33}$ ,  $C_{12}$ ,  $C_{23}$  aumentan hasta cierto límite de concentración de GnPs. Este límite es cercano al 30% de fracción de volumen de nanorefuerzos, para el cual los valores siguen el comportamiento de una línea recta. En el caso del resto de propiedades pertenecientes a la diagonal de la matriz,  $C_{44}$ ,  $C_{55}$ ,  $C_{66}$  los cuales contienen la información relacionada con los módulos de corte longitudinales, estos son similares en magnitud entre sí, independientemente de la concentración de los GnPs, y se mantienen constantes bajo una tendencia lineal a lo largo de las fracciones de volumen de los mismos, esto se muestra en la tabla 5.1, donde no se observa mayor cambio de los respectivos módulos de corte para diferentes valores de concentración de GnPs. El procedimiento para encontrar los valores de la tabla 5.1 se hace mediante la utilización de la matriz de rigidez para la interfase. Posteriormente se calcula la inversa para obtener la matriz de *permitividad*, de esta matriz, la cual nos brinda la información que necesitamos para obtener las propiedades ingenieriles a diversas concentraciones de GnPs.

Se presentan a continuación en la tabla 5.1, las propiedades efectivas correspondientes a la interfase cuando se tiene presencia de GnPs en ella, considerando las nanoinclusiones alineadas en una dirección preferencial, en este caso la dirección 3 tal y como se observa en la figura 3.1.

Interfase	1% GnPs	2.5% GnPs	5% GnPs
$E_1 (GPa)$	11.45	28.81	45.8716
$E_2, E_3 (GPa)$	11.53	28.90	46.0829
$v_{12}, v_{13}$	0.1878	0.1066	0.0780
v <sub>23</sub>	0.1672	0.0809	0.0553
G <sub>12</sub> , G <sub>13</sub> (GPa)	1.1328	1.1826	1.2344
G <sub>23</sub> (GPa)	1.1328	1.1826	1.2344

**Tabla 5.1.** Propiedades efectivas de ingeniería para la interfase con nanoinclusiones GnPs en orientación preferencial.

Los módulos elásticos en dirección axial y transversal, presentan simetría isotrópica, las relaciones de Poisson principales son similares y no representan mayor variación respecto a la relación de Poisson menor ( $v_{23}$ ), las variaciones de estas relaciones mayores y menores son pequeñas respecto a la variación de fracción fase no diluida en la interfase. En el caso de los módulos de corte, son exactamente los mismos y no hay una variación tan perceptible respecto al aumento de la fracción de GnPs en la interfase. Es posible considerar a la interfase como isotrópica, cuando los GnPs se encuentran alineados en una dirección preferencial.

Matriz de rigidez en Pa para una concentración de 1% de GnPs en la interfase:

	1.2517	0.2841	0.2841	0	0	0	
	0.2841	1.2517	0.2633	0	0	0	
C =	0.2841	0.2633	1.2517	0	0	0	X 10 <sup>10</sup>
	0	0	0	0.1133	0	0	
	0	0	0	0	0.1133	0	
	0	0	0	0	0	0.1133	

Matriz de permitividad en  $Pa^{-1}$  para una concentración de 1% de GnPs en la interfase:

$$S = \begin{bmatrix} 0.0873 & -0.0164 & -0.0164 & 0 & 0 & 0 \\ -0.0164 & 0.0867 & -0.0145 & 0 & 0 & 0 \\ -0.0164 & -0.0145 & 0.0867 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.8827 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.8827 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.8827 \end{bmatrix} X 10^{-9}$$

Matriz de rigidez en Pa para una concentración de GnPs de 2.5 % en la interfase.

$$C = \begin{bmatrix} 2.9496 & 0.3392 & 0.3392 & 0 & 0 & 0 \\ 0.3392 & 2.9496 & 0.2725 & 0 & 0 & 0 \\ 0.3392 & 0.2725 & 2.9496 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.1183 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.1183 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.1183 \end{bmatrix} X \ 10^{10}$$

Matriz de permitividad en  $Pa^{-1}$  para una concentración de 2.5% de GnPs en la interfase:

$$S = \begin{bmatrix} 0.0347 & -0.0037 & -0.0037 & 0 & 0 & 0 \\ -0.0037 & 0.0346 & -0.0028 & 0 & 0 & 0 \\ -0.0037 & -0.0028 & 0.0346 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.8456 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.8456 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.8456 \end{bmatrix} X \ 10^{-9}$$

Matriz de rigidez en Pa para una concentración de GnPs de 5 % en la interfase.

	1							
		4.6479	0.3947	0.3947	0	0	0	
		0.3947	4.6479	0.2822	0	0	0	
C =		0.3947	0.2822	4.6479	0	0	0	X 10 <sup>10</sup>
		0	0	0	0.1234	0	0	
		0	0	0	0	0.1234	0	
		0	0	0	0	0	0.1234	
	l							

Matriz de permitividad en  $Pa^{-1}$  para una concentración de 5% de GnPs en la interfase:

	(							
		0.0218	-0.0017	-0.0017	0	0	0	
		-0.0017	0.0217	-0.0012	0	0	0	
S	=	-0.0017	-0.0012	0.0217	0	0	0	X 10 <sup>-9</sup>
		0	0	0	0.8101	0	0	
		0	0	0	0	0.8101	0	
		0	0	0	0	0	0.8101	

### 5.2. Nanohojuelas de grafeno con orientación aleatoria.

Se presentan las matrices de rigidez y de permitividad para 3 casos de fracciones de nanoinclusiones no diluidas en la interfase.

Matriz de rigidez en Pa para una concentración de 1% de GnPs en la interfase:

$$C = \begin{bmatrix} 1.1248 & 0.3972 & 0.2806 & 0 & 0 & 0 \\ 0.3972 & 1.1248 & 0.2806 & 0 & 0 & 0 \\ 0.2806 & 0.2806 & 1.2518 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.4222 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.4222 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.4222 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.3638 \end{bmatrix} X \ 10^{10}$$

Matriz de permitividad en  $Pa^{-1}$  para una concentración de 5% de GnPs en la interfase:

$$S = \begin{bmatrix} 0.1045 & -0.0329 & -0.0161 & 0 & 0 & 0 \\ -0.0329 & 0.1045 & -0.0161 & 0 & 0 & 0 \\ -0.0161 & -0.0161 & 0.0871 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.2369 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.2369 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.2749 \end{bmatrix} X 10^{-9}$$

Matriz de rigidez en Pa para una concentración de 2.5% de GnPs en la interfase:

	2.5431	0.7015	0.3279	0	0	0	
	0.7015	2.5431	0.3279	0	0	0	
C =	0.3279	0.3279	2.9500	0	0	0	X 10 <sup>10</sup>
	0	0	0	1.1078	0	0	
	0	0	0	0 1.	1078	0	
	0	0	0	0	0	0.9208	

Matriz de permitividad en  $Pa^{-1}$  para una concentración de 2.5% de GnPs en la interfase:

$$S = \begin{bmatrix} 0.0429 & -0.0114 & -0.0035 & 0 & 0 & 0 \\ -0.0114 & 0.0429 & -0.0035 & 0 & 0 & 0 \\ -0.0035 & -0.0035 & 0.0347 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.0903 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.0903 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.1086 \end{bmatrix} X 10^{-9}$$

Matriz de rigidez en Pa para una concentración de 5% de GnPs en la interfase:

$$C = \begin{bmatrix} 3.9619 & 1.0061 & 0.3756 & 0 & 0 & 0 \\ 1.0061 & 3.9619 & 0.3756 & 0 & 0 & 0 \\ 0.3756 & 0.3756 & 4.6485 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1.7934 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1.7934 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1.4779 \end{bmatrix} X \ 10^{10}$$

Matriz de permitividad en  $Pa^{-1}$  para una concentración de 5% de GnPs en la interfase:

1							1
	0.2711	-0.0673	-0.0165	0	0	0	
	-0.0673	0.2711	-0.0165	0	0	0	
S =	-0.0165	-0.0165	0.2178	0	0	0	X 10 <sup>-10</sup>
	0	0	0	0.5576	0	0	
	0	0	0	0	0.557	60	
	0	0	0	0	0	0.6766	

En la Figura 5.2 se observa el siguiente comportamiento, considerando las dos rotaciones, sobre el eje 2 y el eje 3 de la figura 3.1, para los GnPs.





Se obtiene un comportamiento similar al de la gráfica 5.1 con orientación definida. Una vez más se nota el comportamiento comentado por Kim y colaboradores [85], las magnitudes de propiedades efectivas se encuentran entre las magnitudes pertenecientes a propiedades de la fibra de carbono y de la resina epóxica.

En el caso de los elementos  $C_{11}$ ,  $C_{22}$ ,  $c_{33}$ , se observa un comportamiento ascendente con el aumento de la fracción de volumen de GnPs, claro, esto no es algo que tenga un comportamiento continuo, más bien tiene un límite a partir del cual comienza a tener una tendencia más lineal, esto comienza a ocurrir a partir de la fracción 0.35 de GnPs. Esto ocasiona que las propiedades ingenieriles en esas direcciones aumenten, lo cual es benéfico desde el punto de vista de comportamiento de la interfase como transmisor de esfuerzos entre la matriz y las fibras de carbono, esto se lista en la tabla 5.2.

Para  $C_{12}$ ,  $C_{23}$  y  $C_{13}$  este comportamiento es ascendente con respecto al aumento de proporción de GnPs.

Para los elementos  $C_{44}$ ,  $C_{55}$  y  $C_{66}$  se tiene un comportamiento similar entre los tres, estos elementos contienen la información referente a los módulos de corte longitudinales para la interfase. Los módulos de corte para este caso son listados en la tabla 5.2.

Interfase	1% GnPs	2.5% GnPs	5% GnPs
$E_1, E_2(GPa)$	9.5694	23.31	36.8868
$E_3 (GPa)$	11.4811	28.8184	45.91
v <sub>12</sub>	0.3148	0.2657	0.2482
$v_{23}, v_{13}$	0.1541	0.0816	0.0609
$G_{23}, G_{13} (GPa)$	4.2212	11.0742	1.7934
$G_{12} (GPa)$	3.6377	9.2081	1.4780

**Tabla 5.2.** Se presentan las propiedades de ingeniería efectivas para la interfase connanoinclusiones GnPs con orientación aleatoria.

El módulo elástico en la dirección axial presenta una variación respecto a los módulos elásticos en direcciones normales, esta variación va aumentando conforme aumenta la fracción de nanoinclusiones en la interfase. El aumento de las nanoinclusiones tiende a disminuir el valor de las relaciones de Poisson mayores y menores, caso contrario con el caso de nanoinclusiones con orientación preferencial, en el cual el aumento de las nanoinclusiones no tiene mayor repercusión en las relaciones de Poisson para la interfase. En el caso de los módulos de corte, presentan una variación respecto a la fracción de GnPs, esta variación es mayor cuando el porcentaje se encuentra en 2.5%, se ha visto que los módulos de corte son mayores en el intervalo de 1.6% a 2.8% de GnPs. Es posible considerar a la interfase como transversalmente isotrópica cuando, cuando los GnPs se encuentran alineados de manera aleatoria.

Para propósitos de las simulaciones en VER, se ha usado una fracción de GnPs en la interfase equivalente al 1%. En otros trabajos, se suele utilizar porcentajes globales para el material compuesto menores a 5% [29].

#### 5.3. Contornos de esfuerzos en laminado.

A continuación, se presentan los contornos de esfuerzos  $\sigma_{11}$ ,  $\sigma_{22}$ ,  $\sigma_{12}$  para un laminado de material compuesto a base de fibra de carbono y resina epóxica con nanohojuelas de grafeno.

El estado de esfuerzos en los puntos alrededor del orificio es complejo y las componentes  $\sigma_{11}$ ,  $\sigma_{22}$  y  $\sigma_{12}$  coexisten en cada punto. Sin embargo, la distribución de cada una de estas componentes se muestra a continuación, para facilidad de interpretación en forma de contornos de isoesfuerzo.

De acuerdo con la Figura 5.3, el material laminado está siendo sometido a un esfuerzo en la dirección  $\hat{y}$  positiva, distribuido alrededor del orificio de acuerdo a  $\vec{\sigma} = \sigma \cos\theta \hat{y}$ . Primeramente, debe notarse que el signo de la componente de esfuerzo  $\sigma_{11}$  cambia y que existen gradientes en sus valores. La zona azul representa una región de compresión, la cual se aprecia más en la imagen con ampliación de la región alrededor del círculo (Figura 5.4). Los mayores valores de esfuerzo se dan en esta región, por lo que se puede esperar un posible fallo por aplastamiento del material en esta región. A la derecha se observa una zona de tensión (en color rojo), con valores de esfuerzo menores a la región de compresión.

#### Para $\sigma_{11}$ .



Figura 5.3. Distribución de la componente de esfuerzo  $\sigma_{11}$  alrededor del orificio del laminado.

A continuación, se presenta una ampliación de la región alrededor del orificio correspondiente a la región del ligamento, esto es, la región situada a la izquierda del orificio.



**Figura 5.4.** En la parte superior del borde del orificio, la componente  $\sigma_{11}$  es de compresión. A la izquierda,  $\sigma_{11}$  es de tensión.

La componente de esfuerzo  $\sigma_{22}$  se muestra a continuación en forma de franjas de isoesfuerzo. La carga es aplicada al borde del orificio con la distribución siguiente,  $\vec{\sigma} = \sigma \cos\theta \hat{y}$ . La figura 5.5 representa la mitad superior del laminado sometido a esfuerzos en la dirección  $\hat{y}$ , el cual presenta dos zonas representativas de distribución de esfuerzos, una es de compresión en tonalidades azuladas y la otra es de tensión en tonalidades rojizas.



**Figura 5.5.** Líneas de isoesfuerzo  $\sigma_{22}$ , la mitad superior de un laminado de fibra de carbono con resina epóxica sometida a esfuerzos de tensión en la zona del orificio.

Se muestra una ampliación de la región alrededor del orificio en la siguiente figura 5.6.



**Figura 5.6.** Ampliación de la región del orificio en la que claramente se observan las regiones representativas para distribuciones de esfuerzo en azul para compresión y en rojo para tensión.

La distribución de la componente de esfuerzo  $\sigma_{12}$  se muestra en forma de franjas de isoesfuerzo. En la distribución de cortante, se observan dos zonas, una de compresión alrededor del orificio y una zona de tensión en la parte izquierda de la figura 5.7.



Figura 5.7. Distribución de esfuerzos en cortante para un laminado de material compuesto. Se aprecia la mitad superior del laminado.

Se presenta una ampliación de la región alrededor del orificio.



**Figura 5.8.** Distribución de la componente de esfuerzos  $\sigma_{12}$  alrededor del orificio del laminado, en tonalidad azul.

Dado que el tensor de esfuerzos alrededor de orificio varía considerablemente alrededor del oficio, para poder relacionar a cada una de las regiones principales con los volúmenes elementales representativos, consideremos 3 nodos ubicados de la siguiente manera en la figura 5.9 en la zona alrededor del orificio.




Se presentarán ampliaciones para tres regiones en específico alrededor del orificio del laminado.

- Región de Compresión.
- Región de Tensión.
- Región de Cortante.

Para cada una de estas regiones se presentan, ampliaciones de S11, S22, S12, y los esfuerzos principales máximos y mínimos. En el caso de cortante se presenta en lugar de los esfuerzos principales máximos y mínimos, los esfuerzos de corte máximos y máximo absoluto.

En el caso del primer punto, P1, un análisis, para determinar qué signo tienen los valores de los esfuerzos principales en ese nodo, permite argumentar que en realidad este se encuentra en una zona del material sometida a esfuerzos de compresión.

Se hace uso del siguiente par de ecuaciones.

$$\sigma_{1,2}' = \frac{\sigma_{11} + \sigma_{22}}{2} \pm \sqrt{\frac{(\sigma_{11} - \sigma_{22})^2}{2} + \sigma_{12}^2} \quad ----- \quad (36)$$

Así, para P<sub>1</sub>, las siguientes lecturas para  $\sigma_{11}$ ,  $\sigma_{22}$  y  $\sigma_{12}$ :

Utilizando las ecuaciones (36) y (37), se obtienen las componentes de los esfuerzos principales ( $\sigma_1$  mayor que  $\sigma_2$  algebraicamente):

$$\sigma_1 = -0.445 MPa$$

$$\sigma_2 = -4.03 M$$
(38)

Considerando el círculo de Mohr, para obtener el plano principal. Tómese un elemento que se encuentre en la zona de compresión del laminado, para el cual se tienen los siguientes esfuerzos normales, y de corte, que se muestran en la figura 5.10.



Figura 5.10. Elemento sometido a esfuerzos normales y de corte.

Tomando en cuenta el elemento extraído en el P1, se realizan las siguientes operaciones,

$$\sigma_{prom} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2}$$
(39)  
$$\sigma_{prom} = -2.375GPa$$
$$l = -4GPa - \sigma_{prom} = -4GPa - (-2.375GPa) = -1.625GPa$$

El ángulo del plano principal se puede encontrar como,

$$\tan 2\theta = \frac{y_2}{l}$$
(40)  
$$2\theta = \arctan\left(\frac{y_2}{l}\right) = \arctan\left(\frac{-0.5GPa}{-1.625GPa}\right) = 17.10^{\circ}$$
$$2\theta = 17.10^{\circ}$$
$$\theta = 8.5^{\circ}$$

Seguidamente, se encuentra el valor de R, el cual, entrega el valor del cortante máximo en P1.

$$Sn2\theta = \frac{y_2}{R} \to \mathbf{R} = \frac{y_2}{Sn2\theta} = \frac{-0.5GPa}{0.2940} = -1.70GPa$$
  
$$\sigma_{max} = \sigma_{prom} - (R) = -2.375 \ GPa - (-1.70 \ GPa) = -0.675 \ GPa.$$
  
$$\sigma_{min} = \sigma_{max} + 2R = -0.675 \ GPa + 2(-1.70 \ GPa) = -4.075 \ GPa.$$
 (41)

Los cuales coinciden aproximadamente con los resultados encontrados en (38).  $^{-1}$ 

Con lo cual, se puede definir el plano principal en el que yacen los esfuerzos principales para el elemento tomado en P1.



Figura 5.11. El plano de los esfuerzos principales se esquematiza.

En la figura 5.12 se muestran los contornos de las componentes del tensor de esfuerzo en la región de compresión.



**Figura 5.12.** Componentes del estado de esfuerzos alrededor del orificio del laminado para la zona de compresión, en la primera fila desde arriba se muestran  $\sigma_{11}$ ,  $\sigma_{22}$ , en la segunda fila se ven  $\sigma_{12}$  y  $\sigma_1$  principal máximo, en la tercera fila se tiene el  $\sigma_2$  principal mínimo.

Ahora, si se considera el comportamiento del material en el nodo P1, se analiza un VER para esfuerzos de compresión en ese volumen representativo.

Para un análisis elástico estático, el volumen elemental sometido a esfuerzos de compresión mostrado en la figura 5.12, se puede apreciar que el esfuerzo máximo en la fibra es superior en la interfase multiescala por la presencia de las nanohojuelas de grafeno. Por lo tanto, la capacidad de refuerzo de la fibra de carbono y la eficiencia en la transferencia de cargas entre fibra y matriz es mayor.





Se observa en la figura 5.13 que, el máximo de fracción  $\sigma_{33}/\sigma_0$  con interfase en -0.39 y cuando se tiene ausencia de la interfase, el valor de la fracción es equivalente a -0.35.



Distancia en Matriz Dirección 3 / Diámetro

**Figura 5.14.** Esfuerzo de corte  $\sigma_{13}$  en la matriz del VER, en prueba de compresión, en la matriz en la vecindad de la interfase, en la dirección 3.

Asimismo, en la figura 5.14, se observa un máximo para la fracción  $\sigma_{13}/\sigma_0$  sin interfase en -0.38, cuando existe una interfase este valor es -0.16. Por lo tanto, se puede observar que la interfase cumple su función de transmitir mayor cantidad de esfuerzo de la matriz hacia la fibra, esto es, que la función de refuerzo de la fibra se optimiza.

El efecto del comportamiento viscoelástico de la matriz para un análisis de cargas quasi-estáticas de compresión, se muestra en la figura 5.15.



**Figura 5.15.** Esfuerzo axial  $\sigma_{33}$  a lo largo de la fibra central del VER, en compresión, a lo largo de una línea en la dirección axial de la fibra.

En la figura 5.15, la fracción  $\sigma_{33}/\sigma_0$  cuando se considera una interfase es -0.44. A diferencia de los resultados cuando no se incorpora una interfase, esta fracción tiene un valor de -0.45.

Se puede notar que, en este caso, el comportamiento viscoelástico no resulta en mucha variación entre los valores máximos de la fracción  $\sigma_{33}/\sigma_0$ , puesto que la fibra tiene un comportamiento elástico lineal.



**Figura 5.16.** Esfuerzo de corte  $\sigma_{13}$  en la matriz del VER, en prueba de compresión, respecto a la distancia en matriz en la dirección 3.

Sin embargo, los esfuerzos de cortante, en la matriz situada en la vecindad de la interfase/fibra, cuando se considera una condición de viscoelasticidad en el modelo, los valores de fracciones  $\sigma_{13}/\sigma_0$  son mucho menores que cuando se considera un comportamiento elástico lineal. De nuevo, se puede apreciar que la incorporación de la interfase resulta en una transferencia de cargas hacia las fibras, más eficiente y, por lo tanto, la componente de esfuerzo de corte  $\sigma_{13}$  es menor en la matriz cuando se considera un comportamiento viscoelástico de la matriz. Cuando no se tiene una interfase, en la matriz se tiene una fracción equivalente a -0.042. Cuando se incluye esta interfase, el valor de esta misma fracción es, -0.066 (figura 5.16).

Para el caso de cargas dinámicas, con un comportamiento elástico lineal, y cargas de compresión, en la figura 5.17 se muestra la componente de esfuerzo axial  $\sigma_{33}$  a lo largo de la fibra en una línea central del VER, y cargas de compresión.



Esfuerzo Axial  $\sigma_{_{33}}$  a lo largo de la fibra.

**Gráfica 5.17.** Esfuerzo axial  $\sigma_{33}$  a lo largo una línea situada en el eje central de la fibra para un VER sometido a cargas de compresión.

En la figura 5.17 se puede apreciar el incremento en la eficiencia de la transmisión de cargas de la matriz a la fibra. Se observa un aumento en la fracción de  $\sigma_{33}/\sigma_0$  que soporta la fibra, cuando se tiene una interfase con respecto a una que no incluye dicha interfase. Este valor de fracción pasa de ser -0.20 sin la interfase a ser -0.225 cuando se considera la misma.



**Figura 5.18.** Esfuerzo de corte  $\sigma_{13}$  en la matriz del VER, en prueba de compresión, respecto a la distancia en matriz en la dirección 3.

En forma similar, en la figura 5.18, para cargas dinámicas, cuando no se incluye la interfase sucede algo similar al caso estático, se tiene una disminución en la fracción de  $\sigma_{13}/\sigma_0$  que soporta la matriz, con respecto a cuando no se tiene una interfase y cuando sí se tiene la presencia de la misma. Se pasa de un valor para esa fracción equivalente a -0.13 hasta -0.09. Lo cual indica que en el caso dinámico, al igual que en el caso estático, se tiene que la interfase ayuda a que la fracción de cargas en la matriz se transmita hasta la fibra de mejor forma.

Para cargas dinámicas y considerando un comportamiento viscoelástico de la matriz y cargas de compresión, también se observa un comportamiento similar al caso de cargas estáticas.



**Figura 5.19.** Esfuerzo axial  $\sigma_{33}$  a lo largo de una línea central de la fibra de el VER, sometido a compresión, respecto a la distancia axial en dirección de la fibra.

En la figura 5.19, cuando se considera un comportamiento viscoelástico de la matriz se puede notar que la diferencia entre la fracción de esfuerzo axial a lo largo de la fibra, entre aplicar una interfase y no colocarla se disminuye. Para  $\sigma_{33}/\sigma_0$ , de -0.23 sin la interfase, pasamos a una fracción de -0.24 cuando se tiene la presencia de la misma, esto es, que este comportamiento es también dominado por las propiedades de la fibra.



**Figura 5.20.** Esfuerzo de corte  $\sigma_{13}$  en la matriz del VER, en prueba de compresión, respecto a la distancia en matriz en la dirección 3.

En el caso de la componente de esfuerzo de corte  $\sigma_{13}/\sigma_0$  (figura 5.20), en la matriz en la vecindad de la fibra, para un comportamiento viscoelástico, entre usar una interfase y no usarla, disminuye, aunque en realidad el valor de la fracción que soporta la matriz es menor que en el caso elástico dinámico. En este caso viscoelástico tenemos fracciones que rondan entre –0.062 y -0.064 para  $\sigma_{13}/\sigma_0$ .

De este análisis del comportamiento de los VER, se puede decir, que la incorporación de una interfase multiescala, incrementa la eficiencia de la transmisión de cargas de la matriz hacia la fibra. Esto es particularmente importante en el diseño del laminado, puesto que la elección de una secuencia de laminación correcta que permita a las fibras de refuerzo estar en la dirección

de las cargas aplicadas, permitirá un desempeño mejor de la unión ante los esfuerzos de compresión, por lo tanto, prevenir de esa manera posibles fallas por esfuerzos de aplastamiento o compresión de las fibras.

Por ejemplo, se toma el contorno de esfuerzos de la figura 5.21 para  $\sigma_1$ , se analiza como es el comportamiento del gradiente de esfuerzo  $\sigma_1$ , para una línea de puntos vertical en Y.





Con respecto a la figura 5.21, implementar los GnPs en la interfase del material compuesto ocasiona que el gradiente del esfuerzo disminuya más deprisa en la dirección vertical +Y. Tómese en cuenta que el valor del esfuerzo principal cerca del borde del orificio es un 150% mayor que el esfuerzo aplicado a la probeta. El hecho de tener la presencia de 1% de GnPs en la interfase ocasiona que el valor del esfuerzo  $\sigma_{11}$  disminuya en la dirección fijada por la barra, en un 11.4 %, para el laminado (nótese esto en la figura 5.13). Obsérvese que el valor promedio del esfuerzo es de -7.550 GPa a una distancia considerable del orificio.

Sería de esperarse que, el espaciamiento entre isobandas de esfuerzo, particularmente desde - 3.694 GPa hasta -1.735 GPa, sea mayor cuando se consideran GnPs, esto habla de la función primordial de los nanorefuerzos, redistribuir la concentración de esfuerzos alrededor del orificio, de tal forma que el desempeño del material sea mejor. Sin embargo, la distancia a la que se da el esfuerzo promedio -7.550 GPa, con respecto al orificio, se debe mantener fija. Esto está íntimamente relacionado con la longitud de decaimiento para la geometría del laminado.

Ahora, el gradiente de esfuerzos sobre la misma línea vertical, para  $\sigma_2$  tiene la variación siguiente, que se muestra en la figura 5.22.



**Figura 5.22.** (a) Distribución de la componente de esfuerzo  $\sigma_2$ , en un análisis elástico lineal en la zona de compresión entre el pasador y el laminado con el MEF. (b) Gradiente del esfuerzo de compresión  $\sigma_2$  cerca del borde del orificio.

Con respecto a la figura 5.22. Obsérvese en a) como el valor del gradiente tiende a un valor promedio al alejarse del orificio en el laminado. Al incluir GnPs en la interfase, estos ocasionan que el valor del esfuerzo en cada línea de isoesfuerzo sea menor, y tienda a disminuir con cada vez mayores distanciamientos entre puntos, para  $\sigma_2$ . La dirección del esfuerzo es +Y, por lo cual es de esperarse que la distribución de las isobandas de esfuerzos sea más homogénea. Nótese el valor promedio para el esfuerzo, se da a una distancia menor que cuando se considera la distribución de esfuerzos para  $\sigma_{11}$  (figura 5.21).

En el caso del segundo punto, P2, realizando un análisis similar para determinar qué signo tienen los valores de los esfuerzos principales en ese nodo, permitirá determinar la naturaleza del estado de esfuerzos en dicha zona de cortante.

Se tiene para el punto P2, las siguientes lecturas para las componentes de esfuerzo  $\sigma_{11}$ ,  $\sigma_{22}$  y  $\sigma_{12}$ :

$$\sigma_{11} = 2 Gpa$$
$$\sigma_{22} = 2.5 GPa$$
$$\sigma_{12} = 3.25 GPa$$

En el caso de los esfuerzos principales máximo (S1) y mínimo (S2), en esta región, se aplica la ecuación 36. Con lo que se obtiene:

$$\sigma_1 = 5.5 GPa$$

$$\sigma_2 = -1 GPa \qquad (42)$$

El ángulo para el plano principal viene dado por:

$$tan2\theta_p = \frac{2\tau_{12}}{\sigma_1 - \sigma_2}$$

Con lo cual se obtiene un valor de:

$$\theta_p = -43^{\circ}$$

Se puede obtener el valor del cortante máximo en esta región. Sustituyendo en la ecuación (43) siguiente, se entrega el valor del cortante máximo para este punto P2.

$$\tau_{max} = \sqrt{\frac{(\sigma_1 - \sigma_2)^2}{2} + \tau_{12}^2} \dots (43).$$

$$\tau_{max} = \pm 3.26 \ GPa$$

Ahora, podemos realizar un análisis mediante el planteamiento de un círculo de Mohr, con el cual se obtiene la orientación del plano principal en el que actúan los esfuerzos principales máximo y mínimo. Tomando un elemento cuadrado que se ubique sobre el punto P2.



**Figura 5.23.** Elemento perteneciente a la zona de cortante sometido a esfuerzos de cortante en el punto P2.

Ahora bien, el esfuerzo promedio en el elemento se puede encontrar con (39).

$$\sigma_{prom} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2}$$
  
$$\sigma_{prom} = 2.25 \ GPa$$
  
$$l = \sigma_{prom} - 2.5 \ GPa = 2.25 \ GPa - 2.5 \ GPa = -0.25 \ GPa$$

El ángulo del plano principal se encuentra usando (40),

$$\tan 2\theta = \frac{y_2}{l}$$
$$2\theta = \arctan\left(\frac{y_2}{l}\right) = \arctan\left(\frac{3.25GPa}{-0.25GPa}\right)$$
$$2\theta = -85.60^{\circ}$$
$$\theta = -42.80^{\circ}$$

Encontrando el valor de R, el cual, de igual forma entrega el valor del cortante máximo en P1,

$$Sn2\theta = \frac{y_2}{R} \to R = \frac{y_2}{Sn2\theta} = \frac{3.25GPa}{-0.9971} = -3.25GPa = \tau_{max}$$

Haciendo uso de (41), se obtienen los esfuerzos principales máximos y mínimos.

$$\sigma_{max} = \sigma_{prom} + |R| = 2.25 \ GPa + 3.25 \ GPa = 5.5 \ GPa$$
  
 $\sigma_{min} = R + \sigma_{prom} = -3.25 \ GPa + 2.25 \ GPa = -1 \ GPa$ .

Los cuales coinciden con los resultados encontrados en (42).

El plano en el que se encuentran los esfuerzos principales es el siguiente.



Figura 5.24. Orientación del plano que contiene a los esfuerzos principales localizados en el elemento P2.

Con lo cual, si se analiza un VER en la vecindad de este nodo P<sub>2</sub>, se tendrán los siguientes resultados para esfuerzos en cortante, en ese volumen representativo. En la figura 5.25 se muestran contornos de las componentes de esfuerzo en la zona de cortante.



**Figura 5.25.** Componentes del estado de esfuerzos alrededor del orificio del laminado para la zona de cortante, en la primera fila desde arriba se muestran  $\sigma_{11}$ ,  $\sigma_{22}$ , en la segunda fila se ven  $\sigma_{12}$  y  $\sigma_1$  principal máximo, en la tercera fila de tiene el  $\sigma_2$  principal mínimo.

Para un análisis estático, con comportamiento elástico considerando cargas de cortante, los esfuerzos axiales en la fibra se muestran en la figura 5.26.



Esfuerzo Axial  $\sigma_{33}$  a lo largo de la fibra.

**Figura 5.26.** Componente de esfuerzo axial  $\sigma_{33}$  a lo largo de una línea central de la fibra del VER sometido a cargas de cortante.

De acuerdo con la figura 5.26, el esfuerzo axial que logra transmitirse a la fibra es mayor cuando se tiene la presencia de una interfase tiene un signo negativo, esto es, que la fibra está sometida a compresión axial. Sin la interfase podemos ver un punto máximo de esfuerzo en -0.34 MPa, cuando se tiene interfase en el VER, este valor se maximiza hasta -0.48 MPa.





La fracción de esfuerzo de corte en la dirección 13 dentro de la matriz es mayor cuando no se tiene la presencia de una interfase, llegando a tener un valor de 0.48. En el caso con interfase, se tiene un valor de 0.36 (figura 5.27). Nótese la importancia de los esfuerzos de corte en una prueba de cortante, y como difieren en magnitud de las componentes axiales del esfuerzo aplicado en el VER. Esta componente de esfuerzos es de particular importancia dado que resulta en falla por cedencia en la matriz y puede por lo tanto causar un desprendimiento entre la fibra y la matriz. La presencia de la interfase multiescala resulta en una mejor transferencia de esfuerzos hacia la fibra produciendo un alivio en la matriz circundante a la fibra.

Para cargas estáticas y un comportamiento viscoelástico de la matriz sometida a cortante.



## Esfuerzo Axial $\sigma_{33}$ a lo largo de la fibra.

**Figura 5.28.** Esfuerzo axial  $\sigma_{33}$  a lo largo de una línea central de la fibra del VER, sometido a cortante.

Con interfase, el esfuerzo  $\sigma_{33}$  a lo largo de la fibra central, es mayor cuando se tiene la presencia de una interfase, en comparación de cuando no se tiene la presencia de la misma. Esto indica que la interfase ayuda a que la transmisión de cargas de la fibra hacia la matriz sea mayor. Cuando no tenemos interfase,  $\sigma_{33} = 0.037$ MPa, cuando se incluye una interfase, este valor resulta ser,  $\sigma_{33} = 0.106$ MPa (figura 5.28).



## Esfuerzo de corte $\sigma_{13}$ en matriz.

**Figura 5.29.** Componente de esfuerzo de corte  $\sigma_{13}$  en la matriz del VER, en prueba de cortante, respecto a la distancia en matriz en la dirección 3.

Cuando tenemos la presencia de una interfase, la fracción  $\sigma_{13}/\tau_0$  es mayor, siendo el valor constante 0.82 cuando se tiene interfase. Se tiene un valor de 0.47 cuando no existe una interfase (figura 5.29).

Cuando el VER es sometido a cargas de cortante, dinámicas, la componente del cortante en la matriz viene dada en las figuras 5.30 y 5.31 que se muestran a continuación.



Esfuerzo de corte  $\sigma_{13}$  en matriz.

**Figura 5.30.** Esfuerzo de corte  $\sigma_{13}$  en la matriz del VER, en prueba de cortante, respecto a la distancia en matriz en la dirección 3.

Para la prueba dinámica se observa que el hecho de incluir una interfase en el material ayuda a disminuir la fracción de  $\sigma_{13}/\tau_0$  que se tiene en la matriz, desde valores sin interfase equivalentes a 0.29, hasta valores con interfase en un rango de 0.15 y 0.22 (figura 5.30).



**Figura 5.31.** Esfuerzo de corte  $\sigma_{13}$  en la matriz del VER, en prueba de cortante, respecto a la distancia en matriz en la dirección 3.

En la figura 5.31, cuando se considera la propiedad de viscoelasticidad en el material que conforma la matriz, se tiene un comportamiento similar del esfuerzo de corte en matriz al caso elástico, la diferencia radica en el hecho de que las fracciones  $\sigma_{13}/\tau_0$  que soporta la matriz en el caso con interfase y en el caso sin interfase son menores cuando se considera viscoelasticidad en la matriz. Cuando no se considera una interfase en el material, los valores de la fracción  $\sigma_{13}/\tau_0$  equivalen a 0.106. Cuando se incluye una interfase en el material compuesto, se tiene una fracción  $\sigma_{13}/\tau_0$  que se encuentra en un rango de 0.08 a 0.10.

En la siguiente figura 5.32, se analiza el gradiente de esfuerzos para  $\sigma_{12}$  en una zona de cortante, siguiendo una trayectoria vertical en +Y.



**Figura 5.32.** (a) Distribución de la componente de esfuerzo de corte  $\sigma_{12}$ , en un análisis elástico lineal en la zona de cortante entre el pasador y el laminado con el MEF. (b) Gradiente del esfuerzo de corte  $\sigma_{12}$  cerca del borde del orificio.

Con respecto a la figura 5.32, obsérvese como el valor de esfuerzo tiende a un valor promedio mientras nos alejamos del orificio. El hecho de implementar GnPs en la interfase del material, ocasiona que los valores de esfuerzo de corte a lo largo de la línea vertical, en la zona de cortante, disminuyan un 25% (ver figura 5.27), así como también se observaría una disminución con puntos más distantes entre sí, desde los valores más cercanos al orificio (valores mayores), hasta el valor promedio en la lejanía del orificio (extremo superior del laminado). Nótese como la distancia a la que se obtiene un valor promedio para el esfuerzo ( $-3.959e^{-2}$  GPa) en el laminado es mayor que en el caso con compresión, visto anteriormente en este trabajo. El ángulo al cual se tiene un cortante máximo, tal y como se obtuvo en el análisis gráfico para un punto localizado en P<sub>2</sub>, es equivalente a 43° respecto a la vertical +Y. Las orientaciones de las isobandas de esfuerzos son convexas en la dirección de 43° con respecto a la vertical.

En el caso del tercer punto,  $P_3$ , se determinan los valores de los esfuerzos principales en este nodo, con ello se puede argumentar que en realidad este punto se encuentra en una zona de tensión.

De la ecuación 36 se tiene para P<sub>3</sub>, las siguientes lecturas para  $\sigma_{11}$ ,  $\sigma_{22}$  y  $\sigma_{12}$ :

$$\sigma_{11} = 0.25 \, GPa$$
  
 $\sigma_{22} = 5.5 \, GPa$   
 $\sigma_{12} = 0.325 \, GPa$ 

Sustituyendo (37), se obtiene:

$$\sigma_{1} = 5.52 GPa$$

$$\sigma_{2} = 0.23 GPa$$

$$\theta_{p} = -3.5^{\circ}$$
(44)

Se procede a hacer este análisis gráficamente.



**Figura 5.33.** Elemento tomado del punto 3, sometido a esfuerzos normales y de corte. El esfuerzo promedio en el elemento se puede encontrar usando (39).

$$\sigma_{prom} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2}$$
$$\sigma_{prom} = \frac{(0.25 \text{ GPa} + 5.5 \text{ GPa})}{2} = 2.875 \text{ GPa}$$

$$l = \sigma_{prom} - 0.25GPa = 2.875GPa - 0.25GPa = 2.625GPa$$

El ángulo del plano principal se puede encontrar usando (40),

$$\tan 2\theta = \frac{y_1}{l}$$
$$2\theta = \arctan\left(\frac{y_1}{l}\right) = \arctan\left(\frac{-0.325GPa}{2.625\,GPa}\right)$$
$$2\theta = -7.05^{\circ}$$
$$\theta = -3.52^{\circ}$$

Para encontrar el valor de R, el cual, entrega el valor del cortante máximo en P1,

$$Sn2\theta = \frac{y_1}{R} \to \mathbf{R} = \frac{y_1}{Sn2\theta} = \frac{-0.325 \ GPa}{-0.1229} = \mathbf{2.65} \ \mathbf{GPa}$$

Haciendo uso de (41), se obtienen los esfuerzos principales máximos y mínimos.

$$\sigma_{max} = \sigma_{prom} + R = 2.875 \ GPa + 2.65 \ GPa = 5.52 \ GPa.$$
  
 $\sigma_{min} = \sigma_{prom} - R = 2.875 \ GPa - 2.65 \ GPa = -0.225 \ GPa.$ 

Los cuales coinciden con los resultados encontrados en (44).

El plano en el que se encuentran los esfuerzos principales es el siguiente.



Figura 5.34. Se obtiene el esfuerzo principal menor, rotando el plano de la izquierda en -3.52°.

Si se analiza un VER en la vecindad de este nodo  $P_3$ , se tendrán los siguientes resultados para esfuerzos en tensión, en ese volumen representativo. En la figura 5.35 se muestran contornos de las componentes de esfuerzo en la zona de tensión.



**Figura 5.35.** Componentes del estado de esfuerzos alrededor del orificio del laminado para la zona de tensión, en la primera fila desde arriba se muestran  $\sigma_{11}$ ,  $\sigma_{22}$ , en la segunda fila se ven  $\sigma_{12}$  y  $\sigma_1$  principal máximo, en la tercera fila de tiene el  $\sigma_2$  principal mínimo.

Con lo cual, si se analiza un VER en la vecindad de este nodo  $P_3$ , se tienen los siguientes resultados para **esfuerzos en tensión**, en ese volumen representativo. Para un análisis estático con comportamiento elástico de la matriz del VER sometido a cargas de tensión, se obtuvieron los siguientes resultados.



**Figura 5.36.** Componente de esfuerzo axial  $\sigma_{33}$  a lo largo de la fibra central del VER, en tensión, respecto a la distancia axial en dirección de la fibra.

En la Figura 5.36 se puede observar la diferencia que existe entre el hecho de implementar una interfase en el material y no tenerla. En el caso de la línea negra, que representa el caso con interfase, se puede ver que la fracción  $\sigma_{33}/\sigma_0$  que se transfiere a la fibra es mayor que la misma fracción cuando no se tiene la interfase (línea roja). El punto más alto con la interfase se alcanza en 0.39, y cuando no se tiene interfase, el punto más alto de la curva se alcanza en 0.35. Las pendientes de ambas curvas no son las mismas, por lo que no poseen la misma longitud inefectiva.

Si se hace una comparativa con el trabajo de Whitney y Drzal [86], ellos realizan un análisis teórico del comportamiento del esfuerzo axial en una fibra corta embebida en una matriz, para un ensayo de tensión, en este modelo no se considera una interfase. Ellos obtuvieron la siguiente gráfica 5.37 de manera numérica. La diferencia básica del análisis que realizaron es que la

posición a lo largo de la fibra la adimensionalizaron utilizando la longitud crítica de la fibra. En nuestro caso, la adimensionalización se realizó utilizando el diámetro de la fibra.



Figura 5.37. Distribución de esfuerzo axial en la fibra a lo largo de su longitud [86].



Esfuerzo de corte  $\sigma_{13}$  en matriz.

**Figura 5.38.** Esfuerzo de corte  $\sigma_{13}$  en la matriz del VER, en prueba de tensión, respecto a la distancia en matriz en la dirección 3.

La fracción  $\sigma_{13}/\sigma_0$  que soporta la matriz cuando no existe una interfase es mayor, llegando a ser 0.38 (figura 5.38). Cuando se tiene una interfase (línea negra) este pico disminuye hasta el valor de fracción  $\sigma_{13}/\sigma_0$  igual a 0.16. De manera similar a las cargas de compresión y cortante, esto es indicativo de que la transmisión de cargas de la matriz hacia la fibra, es más eficiente cuando se tiene la presencia de una interfase.

Para el análisis estático con comportamiento viscoelástico de la matriz para cargas de tensión, se obtuvieron resultados similares al caso de cargas de compresión.



**Figura 5.39.** Esfuerzo axial  $\sigma_{33}$  a lo largo de la fibra central del VER, en tensión, respecto a la distancia axial en dirección de la fibra, el valor de  $\sigma_0 = 2.94 \times 10^9 Pa$ .

En la figura 5.39, la línea negra, que representa el caso con interfase, se puede ver que la fracción  $\sigma_{33}/\sigma_0$  que se transfiere a la fibra es menor que la misma fracción cuando no se tiene la interfase (línea roja). El punto más alto con la interfase se alcanza en 0.44, y cuando no se tiene interfase, el punto más alto de la curva se alcanza en 0.45. En condición de viscoelasticidad no se tiene mayor diferencia entre considerar una interfase y no tenerla.



**Figura 5.40.** Componente de esfuerzo de corte  $\sigma_{13}$  a lo largo de una línea en la matriz del VER, en la dirección 3.

Tomando como referencia la figura 5.40, la fracción  $\sigma_{13} / \sigma_0$  cuando existe interfase es mayor que cuando no se tiene la presencia de la misma. El valor de  $\sigma_{13}/\sigma_0$  alcanza un valor máximo en 0.066 cuando se incorpora una interfase. El valor de  $\sigma_{13}/\sigma_0$  alcanza un valor máximo en 0.042 cuando no se tiene interfase.

El eje *y* posee fracciones mucho más bajas en el caso viscoelástico que en el caso elástico, se considera el mismo valor de esfuerzo aplicado  $\sigma_0$  que en el caso elástico. Esto nos dice que el esfuerzo de corte  $\sigma_{13}$ , cuando se considera viscoelasticidad, es mucho menor en la matriz, independientemente de si se tiene interfase o no.

Para el análisis dinámico con comportamiento elástico de la matriz para cargas de tensión, se obtuvieron los siguientes resultados:



Figura 5.41 Esfuerzo axial  $\sigma_{33}$  a lo largo de la fibra central del VER, en tensión, respecto a la

distancia axial en dirección de la fibra.

En la prueba dinámica (figura 5.41), se puede ver como la presencia de la interfase ayuda a tener una mayor transmisión de esfuerzo hacia la fibra. Se pasa de un valor de fracción  $\sigma_{33}/\sigma_0$ equivalente a 0.20 sin la interfase, hasta un valor de 0.22 para la misma fracción cuando se considera una interfase.



Esfuerzo de corte  $\sigma_{13}$  en matriz.

**Figura 5.42.** Esfuerzo de corte  $\sigma_{13}$  en la matriz del VER, en prueba de tensión, respecto a la distancia en matriz en la dirección 3.

De acuerdo con la figura 5.42. Para la prueba dinámica, el esfuerzo de corte  $\sigma_{13}$  en la matriz es menor cuando se tiene la presencia de una interfase. Cuando no se tiene una interfase tenemos un valor máximo para la fracción  $\sigma_{13}/\sigma_0$  equivalente a 0.13. Cuando se incorpora una interfase en el material compuesto tenemos una fracción máxima  $\sigma_{13}/\sigma_0 = 0.092$ . Para el análisis dinámico con comportamiento viscoelástico de la matriz para cargas de tensión.



Esfuerzo Axial  $\sigma_{_{33}}$  a lo largo de la fibra.

**Figura 5.43.** Esfuerzo axial  $\sigma_{33}$  a lo largo de la fibra central del VER, en tensión, respecto a la distancia axial en dirección de la fibra.

Cuando se incorpora la propiedad viscoelástica en la matriz, la diferencia entre las fracciones  $\sigma_{33}/\sigma_0$  se hace mínima. Aunque los valores para esta prueba aumentan con respecto a la prueba elástica dinámica, se tiene un valor máximo para la fracción  $\sigma_{33}/\sigma_0$  de 0.24 para caso con interfase (figura 5.43).


**Figura 5.44.** Esfuerzo de corte  $\sigma_{13}$  en la matriz del VER, en prueba de tensión, respecto a la distancia en matriz en la dirección 3.

Se puede ver en la figura 5.44, que el hecho de colocar una interfase modifica la ubicación del punto de máxima fracción  $\sigma_{13}/\sigma_0$ , corriéndolo a la izquierda, en comparación a cuando no se tiene una interfase en el material compuesto. El valor de la fracción máxima  $\sigma_{13}/\sigma_0$  es equivalente a 0.062 para ambos casos, con interfase y sin interfase.

En la siguiente figura 5.45 se analiza el comportamiento de  $\sigma_1$  con respecto a una línea horizontal en el eje X.



**Figura 5.45.** (a) Distribución de la componente de esfuerzo  $\sigma_1$ , en un análisis elástico lineal en la zona de tensión entre el pasador y el laminado con el MEF. (b) Gradiente del esfuerzo de tensión  $\sigma_1$  cerca del borde del orificio.

En la figura 5.46, se tiene una ilustración del gradiente de esfuerzo  $\sigma_2$ , para una línea de puntos horizontal X.



**Figura 5.46.** (a) Distribución de la componente de esfuerzo  $\sigma_2$ , en un análisis elástico lineal en la zona de tensión entre el pasador y el laminado con el MEF. (b) Gradiente del esfuerzo de tensión  $\sigma_2$  cerca del borde del orificio.

Con respecto a la figura 5.45, la distancia para la cual se obtiene el valor promedio del esfuerzo  $(\sigma_1 = 2.247e^{-1}\text{GPa})$ , es evidentemente similar a la del caso P1, zona de compresión, y menor a cuando se considera un punto ubicado en P2. Los valores mostrados en la figura 5.45, disminuirían en magnitud con la incorporación de GnPs, al igual que tenderían a disminuir más rápido conforme se aleja el punto de observación con respecto al orificio del laminado. Considérese el parecido de esta distribución con la figura 5.22 (rotada en 90° en contra de las manecillas del reloj).

En la figura 5.46, se observa como el valor del esfuerzo tiende hasta un valor promedio, desde el orificio hasta una zona lejana a éste, el valor promedio para  $\sigma_2$  en esta zona es de 1 GPa, estos valores pertenecientes al gradiente de esfuerzos disminuirían en un 11.4% (figura 7.36), cuando se consideran GnPs en la interfase del material. Esta disminución iría de la mano con un decremento más rápido de este valor en la zona más cercana al orificio. Tómese en cuenta el parecido de esta distribución con 5.21.

## CONCLUSIONES

Se observó en los volúmenes elementales representativos que los esfuerzos pico disminuyen en un 11% para pruebas de tensión y un 46% para pruebas de cortante, independientemente, ya sea para cargas dinámicas o estáticas. En este análisis no se estudió el efecto de las cargas dinámicas en la vida del material dado que en el análisis realizado no se está considerando algún criterio de falla, ya sea estático o dinámico. Asimismo, se ha demostrado que, cuando se consideran GnPs en la interfase fibra-matriz, la interrupción de la continuidad de las fibras en el laminado por la presencia de los orificios, repercute en menor medida en el desempeño del material.

Para mostrar el efecto benéfico de la inclusión de las nanohojuelas de grafeno en la interfase entre la fibra y la matriz, para puntos seleccionados, (puntos P1, P2, y P3) situados en partes alrededor de un orificio de un laminado cargado por medio de un pasador en una unión mecánica, y sometidos a esfuerzos principales  $\sigma_1, \sigma_2$  y  $\sigma_3$ , contribuye a tener una mejor distribución de las componentes de esfuerzo en dichos puntos alrededor del orificio. La inclusión de 1% de GnPs contribuye a disminuir el esfuerzo que se encuentra en la vecindad del orificio del laminado, por lo tanto, debe contribuir a prolongar la vida del material compuesto, especialmente en puntos donde la concentración de esfuerzos produce gradientes de los valores del esfuerzo en áreas a una distancia pequeña del borde del orificio en el laminado. Por lo tanto, la presencia de las nanopartículas de grafeno en la interfase fibra-matriz resulta en una mejor resistencia a los gradientes que resultan por las concentraciones de esfuerzo alrededor del orificio. En este caso, dado que no se consideró criterio de falla alguno, esto es, se puede argumentar que no existe mayor diferencia entre un experimento dinámico y uno estático. Como recomendación para trabajo futuro, está la inclusión de un criterio de falla, para poder demostrar que este procedimiento ayudará a aumentar la vida útil del material laminado. A continuación, se listan los resultados para las diversas condiciones de carga y tipo de análisis en los puntos seleccionados alrededor del borde del orificio en el material compuesto multiescala:

- Para los VER, se observa que la zona con mayor probabilidad de falla se encuentra en la región de la matriz, en las cuatro zonas entre la fibra central y las esquinas.
- El comportamiento micromecánico de la interfase obedece una:
  - Simetría isotrópica cuando las nanoinclusiones se encuentran alineadas en una dirección preferencial.
  - Simetría transversalmente isotrópica cuando las nanoinclusiones poseen una orientación aleatoria.

- Considerando cargas de tensión, compresión y cortante, análisis estático-elástico, se concluye que la incorporación de un 1% de GnPs en la interfase contribuye a:
  - Incrementar la fracción de esfuerzo axial  $\sigma_{33}/\sigma_0$  que soporta la fibra en un 11.4% y se logra disminuir la fracción de esfuerzo de corte  $\sigma_{13}/\sigma_0$  en la matriz en un 57.8% para tensión y compresión.
  - En el caso de cortante, incrementar el esfuerzo axial en la fibra  $\sigma_{33}$  en un 41.1% y se logra disminuir el esfuerzo de corte  $\sigma_{13}/\sigma_0$  en la matriz en un 25%.
- Para cargas de tensión, compresión y cortante, análisis estático-viscoelástico, se concluye que la incorporación de un 1% de GnPs en la interfase contribuye a:
  - Disminuir la fracción de esfuerzo axial en fibra  $\sigma_{33}/\sigma_0$  en un 2.2% en tensión y en compresión. Se aumenta la fracción de esfuerzo de corte  $\sigma_{13}/\sigma_0$  en la matriz en un 57.14% para tensión y compresión.
  - Con cargas de cortante, incrementar el esfuerzo axial en la fibra  $\sigma_{33}$  en un 186% y se aumenta el esfuerzo de corte en la matriz  $\sigma_{13}/\tau_0$  en un 74.4%.
- En análisis de cargas de tensión, compresión y cortante, caso dinámico-elástico, se concluye que la incorporación de un 1% de GnPs en la interfase contribuye a:
  - Incrementar la fracción de esfuerzo axial en fibra  $\sigma_{33}/\sigma_0$  un 10% en tensión e incrementar un 11.4% en compresión. Se disminuye la fracción de esfuerzo de corte en la matriz  $\sigma_{13}/\sigma_0$ un 29.2% en tensión y en compresión.
  - Con cargas de cortante se disminuye el esfuerzo de corte en la matriz  $\sigma_{13}/\tau_0$  entre un 24.1% y un 48.28%.
- Análisis de cargas de tensión, compresión y cortante, caso dinámico-viscoelástico, se concluye que la incorporación de un 1% de GnPs en la interfase contribuye a:
  - Incrementar la fracción de esfuerzo axial en fibra  $\sigma_{33}/\sigma_0$  un 2.8% en tensión y compresión. El esfuerzo de corte en la matriz  $\sigma_{13}/\sigma_0$  aumenta un 3.2% en tensión y compresión.
  - Con cargas de cortante se disminuye el esfuerzo de corte en la matriz  $\sigma_{13}/\tau_0$  entre un 5% y un 24.5%.

## REFERENCIAS

- 1. S.D. Thoppul, J. Finegan, R.F. Gibson. Mechanics of mechanically fastened joints in polymer–matrix composite structures-A review, *Comp. Sci. and Tech.* 69, 301–329, 2009.
- 2. J. Karger-Kocsis, H. Mahmood, A. Pegoretti. Recent advances in fiber/matrix interphase engineering for polymer composites, *Prog. Mater. Sci.* 73, 1–43, 2015.
- G. Cloud, D. Sikarskie, E. Mahayerin, P.J. Herrera-Franco, *Theoretical and experimental investigation on mechanically fastened composites*, E & D Center Laboratory, 13004, U.S. Army Tank-Automotive Command Research and Development Center. Warren, Michigan, USA, 1984, 1-85.
- 4. M. Ueda, S. Miyake, H. Hasegawa, Y. Hirano. Instantaneous mechanical fastening of quasi-isotropic CFRP laminates by a self-piercing Rivet, *Compos. Struc.* 94, 3388-3393, 2012.
- 5. T. Gerhard, C. Friedrich. Mechanical fastening of carbon composite tubes, numerical calculation of axial loading capacity and experimental verification, *Compos. Part B: Eng.* 67, 391-399, 2014.
- 6. G.N. Savin, *Stress concentration around holes*, Pergamon Press Oxford/London/New York/Paris, 1961, pp. 265-265.
- N. Bonora, M. Constanzi, M. Marchetti. On closed form solution for the elastic stress field around holes in orthotropic composite plates under in-plane stress conditions, *Compos. Struc.* 25, 139-156, 1993.
- 8. M.M. Chauhan, D.S. Sharma. Stresses in finite anisotropic plate weakened by rectangular hole, *Int. J. Mech. Sci.* 101-102, 272-279, 2015.
- 9. M.M. Makki, B. Chokri. Experimental, Analytical and finite element study of stress concentration factors for composite materials, *J. Comp. Mater.* 51, 1583-1594, 2017.
- 10. D.S. Sharma. Moment distribution around polygonal holes in infinite plate, *Int. J. Mech. Sci.* 78,177-182, 2014.
- M. Damghani, J. Bakunowicz, A. Murphy. Understanding the influence of laminate stacking sequence on strain/stress concentration in thin laminates at repair holes with large scarf angles, *J. Comp. Mat.* 53, 4273–4284, 2019.
- 12. T.R. Chandrupatla, A.D. Belegundu, *Introduction to Finite Elements in Engineering*, Prentice Hall, Glassboro, New Jersey, 2002, 275-297.
- E. Bekyarova, E.T. Thostenson, A. Yu, H. Kim, J. Gao, J. Tang, H.T. Hahn, T.-W. Chou, M.E. Itkis, and R.C. Haddon. Multiscale carbon nanotube-carbon fiber reinforcement for advanced epoxy composites, *Langmuir*. 23, 3970–3974, 2007.

- F.H. Gojny, M.H.G. Wichmann, B. Fiedler, W. Bauhofer, K. Schulte. Influence of nano-modification on the mechanical and electrical properties of conventional fibrereinforced composites, *J. Compos. Part A: App. Scie. and Man.* 36, 1525-1535, 2005.
- Y. Zhou, F. Pervin, S. Jeelani, P.K. Mallick. Improvement in mechanical properties of carbon fabric-Epoxy composite using carbon nanofibers, *J. of Mater. Proc. Technol. 198*, 445-453, 2008.
- Y. Zhou, F. Pervin, L. Lewis, S. Jeelani. Fabrication and characterization of carbon/epoxy composites mixed with multi-walled carbon nanotubes, *Mat. Sci. and Eng. A.* 475, 157-165, 2008.
- 17. N.A. Siddiqui, R.S.C. Woo, J.-K. Kim, C.C.K. Leung, A. Munir. Mode I interlaminar fracture behavior and mechanical properties of CFRPs with nanoclay-filled epoxy matrix, *Compos. Part A: App. Scie. and Man. 38*, 449-460, 2007.
- Y. Huang, A.J. Kinloch, R.J. Bertsch, A.R. Siebert. *Particle-matrix interfacial bonding effect on the fracture properties of rubber-modified epoxy polymers*, en Advances in Chemistry. Vol. 233, Toughened Plastics I, ACS, USA. Chapter 8, 189-210, 1993.
- A.J. Kinloch, S.J. Shaw, D.A. Tod, D.L. Hunston. Deformation and fracture-behavior of a rubber-toughened epoxy: 1. Microstructure and Fracture Studies, *Polym. 24*, 1341-1354, 1983.
- 20. J. Cho, I.M. Daniel. Reinforcement of carbon/epoxy composites with multi-wall carbon nanotubes and dispersion enhancing block copolymers, *Scripta Mater.* 58, 533-536, 2008.
- 21. M.J. Palmeri, K.W. Putz, T. Ramanathan, L.C. Brinson. Multi-Scale reinforcement of CFRPs using carbon nanofibers, *Compos. Sci. and Tech.* 71, 79-86, 2011.
- 22. T.H. Hsieh, A.J. Kinloch, K. Masania, J.S. Lee, A.C. Taylor, S. Sprenger. The toughness of epoxy polymers and fibre composites modified with rubber microparticles and silica nanoparticles, *J. Mater. Sci.* 45, 1193-1210, 2009.
- 23. A.J. Kinloch, R.D. Mohammed, A.C. Taylor, S. Sprenger, D. Egan. The interlaminar toughness of carbon-fibre reinforced plastic composites using 'hybrid-toughened' matrices, *J. Mater. Sci. 41*, 5043-5046, 2006.
- 24. B.L. Wardle, D.S. Saito, E.J. García, A.J. Hart, R. Guzmán de Villoria, E.A. Verploegen. Fabrication and characterization of ultrahigh-volume-fraction aligned carbon nanotube– polymer composites, *Adv. Mater.* 20, 2707-2714, 2008.
- 25. X.J. Chong, J.A. Arthur, L.S. Penn. Strain rate effect in the single-fiber-fragmentation test, *Polym. Compos.* 22, 349-360, 2001.

- 26. Ch. Deng, J. Jiang, F. Liu, L. Fang, J. Wang, D. Li, J. Wu. Influence of graphene oxide coatings on carbon fiber by ultrasonically assisted electrophoretic deposition on its composite interfacial property, *Surf. and Coat. Tech.* 272, 176-181, 2015.
- 27. C. Wang, J.L. Li, S. Sun, X. Li, F. Zhao, B. Jiang, Y. Huang. Electrophoretic deposition of graphene oxide on continuous carbon fibers for reinforcement of both tensile and interfacial strength, *Compos. Sci. and Tech. 135*, 46-53, 2016.
- 28. H. Mahmood, L. Vanzetti, M. Bersani, A. Pegoretti. Mechanical properties and strain monitoring of glass-epoxy composites with graphene-coated fibers, *Compos. Part A: Appl. Sci. And Manu. 107*, 112-123, 2018.
- 29. R.L. Zhang, B. Gao, Q.H. Ma, J. Zhang, H.Z. Cui, L. Liu. Directly grafting graphene oxide onto carbon fiber and the effect on the mechanical properties of carbon fiber composites, *Mater. & Des. 93*, 364-369, 2016.
- 30. R. Atif, I. Fawad. Modeling and Simulation of Graphene Based Polymer Nanocomposites: Advances in the Last Decade, *Graphene 5*, 96-142, 2016.
- 31. B. Zhang, B. Q. Gu. The effect of interphase modulus and thickness on stress transfer of short-reinforced composites, *Appl. Mech. and Mater.* 55-57, 303-307, 2011.
- 32. P.J. Herrera-Franco, V. Rao, L.T. Drzal, M.Y.M. Chiang. Bond strength measurement in composites-Analysis of experimental techniques, *Compos. Eng. 2*, 31-45, 1992.
- 33. F. M. Zhao, T. Okabe, N. Takeda. Effect of matrix yield properties on fragmentation behavior of single fiber composites, *Compos. Interf.* 9, 289-308, 2002.
- 34. Z.-G. Zhao, L. J. Ci, H. M. Cheng, J. B. Bai. The growth of multi-walled carbon nanotubes with different morphologies on carbon fibers, Let. to the Ed./ *Carbon 43*, 651–673, 2005.
- 35. R. J. Sager, P.J. Klein, D.C. Lagoudas, Q. Zhang, J. Liu, L. Dai, J.W. Baur. Effect of carbon nanotubes on the interfacial shear strength of T650 carbon fiber in an epoxy matrix, *Compos. Sci. and Tech.* 69, 898-904, 2009.
- 36. C.D. Wood, M.J. Palmeri, K.W. Putz, G. Ho, R. Barto, L.C. Brinson. Nanoscale structure and local mechanical properties of fiber-reinforced composites containing MWCNT-grafted hybrid glass fibers, *Compos. Sci. and Tech.* 72, 1705-1710, 2012.
- 37. S.Y. Jin, R.J. Young, S.J. Eichhorn. Hybrid carbon fibre-carbon nanotube composite interfaces, *Compos. Sci. and Tech. 95*, 114-120, 2014.
- 38. X. Zhang, X. Fan, Ch. Yan, H. Li, Y. Zhu, X. Li, L. Yu. Interfacial microstructure and properties of carbon fiber composites modified with graphene oxide, *ACS Appl. Mater. Interf. 4*, 1543–1552, 2012

- 39. L. Chen, H. Jin, Z. Xu, M. Shan, X. Tian, C. Yang, Z. Wang, B. Cheng. A design of gradient interphase reinforced by silanized graphene oxide and its effect on carbon fiber/epoxy interface, *Mater. Chem. and Phy.* 145, 186-196, 2014.
- 40. W. Qin, F. Vautard, L.T. Drzal, J. Yu. Mechanical and electrical properties of carbon fiber composites with incorporation of graphene nanoplatelets at the fiber–matrix interphase, *Compos Part B: Eng. 69*, 335-341, 2015.
- 41. A. Ashori, H. Rahmani, R. Bahrami. Preparation and characterization of functionalized graphene oxide/carbon fiber/epoxy nanocomposites, *Polym. Test.* 48, 82-88, 2015
- 42. J. B. Knoll, B.T. Riecken, N. Kosmann, S. Chandrasekaran, K. Schulte, B. Fiedler. The effect of carbon nanoparticles on the fatigue performance of carbon fibre reinforced epoxy, *Compos. Part A: Appl. Sci. and Man.* 67, 233-240, 2014.
- 43. Ch. Deng, J. Jiang, F. Liu, L. Fang, J. Wang, D. Li, J. Wu. Influence of graphene oxide coatings on carbon fiber by ultrasonically assisted electrophoretic deposition on its composite interfacial property, *Surf. and Coat. Tech.* 272, 176-181, 2015.
- 44. A. Arcos-Alomía, P. Bartolo-Pérez, A. Valadez-González, P.J. Herrera-Franco. Enhancement of the in-plane and pin-load bearing behavior of a quasi-isotropic carbon fiber/epoxy matrix multi-scale laminate by modifying the fiber-matrix interphase using graphene nanoplatelets, *J. of Mat. Res. and Tech. 9*, 13855-13869, 2020.
- 45. A. R. Maligno, N.A. Warrior, A.C. Long. Effects of interphase material properties in unidirectional fibre reinforced composites, *Comp. Sci. and Tech.* 70, 36-44, 2010.
- J. Wang, S.L. Crouch, S.G. Mogilevskaya. Numerical modeling of the elastic behavior of fiber-reinforced composites with inhomogeneous interphases, *Comp. Sci. and Tech. 66,* 1-18, 2006.
- 47. D. Trias, J. Costa, J.A. Mayugo, J.E. Hurtado. Random models versus periodic models for fibre reinforced composites, *Comput. Mater. Sci.* 38, 316-324, 2006.
- 48. S. Ruchevskis, J. Reichhold. Effective elastic constants of fiber-reinforced polymer-matrix composites with the concept of interphase, *Comp. Interfac.* 17, 1-14, 2010.
- 49. Y. Xu, S. Du, J. Xiao, Q. Zhao. Evaluation of the effective elastic properties of long fiber reinforced composites with interphases, *Comput. Mater. Sci.* 61, 34-41, 2012.
- 50. S. Kari, H. Berger, U. Gabbert, R.I. Guinovart-Diaz, J. Bravo-Castillero, R. Rodriguez-Ramos. Evaluation of influence of interphase material parameters on effective material properties of three phase composites, *Compos. Sci. and Tech.* 68, 684-691, 2008.
- 51. X. Wang, J. Zhang, Z. Wang, S. Zhou, X. Sun. Effects of interphase properties in unidirectional fiber reinforced composite materials, *Mater. & Des. 32*, 3486-3492, 2011.

- 52. Y. Liu, Y. Yan, L. Yang, H. She, M. He. Prediction on macroscopic elastic properties of interphase-contained long-fiber-reinforced composites and multiple nonlinear regression analysis, *J. of Reinf. Plast. and Comp.* 31, 1143–1157, 2012.
- 53. J.P. Johnston, B. Koo, N. Subramanian, A. Chattopadhyay. Modeling the molecular structure of the carbon fiber/polymer interphase for multiscale analysis of composites, *Compos. Part B: Eng. 111*, 27-36, 2017.
- 54. O. Asi. An experimental study on the bearing strength behavior of Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> particle filled glass fiber reinforced epoxy composites pinned joints, *Compos. Struct.* 92, 354–363, 2010.
- 55. M. Attar, S.M. Ahmadpour, S.S. Banisadr, A. Mohammadi, S.Z. Mirmoradi, Z. Shirazi. The effect of Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> nano additions on failure of GFRP plate with two parallel pin loaded holes, *J. Mech. Sci. Technol.* 33, 2769–2776, 2019.
- 56. K. Singh, J.S. Saini, H. Bhunia. Investigation on failure modes for pin joints made from unidirectional glass–epoxy nanoclay laminates, *Fatig. & Fract. of Eng. Mater. & Struct. 39*, 320-334, 2016.
- 57. M. Sekhon, J.S. Saini, G. Singla, H. Bhunia. Influence of nanoparticle fillers content on the bearing strength behavior of glass fiber-reinforced epoxy composites pin joints, *Proc. Inst. Mech. Eng. Part L: J. Mater.: Des. Appl.* 231, 641–56, 2017.
- 58. K. Singh, J.S. Saini, H. Bunia, J. Singh. Investigations to increase the failure load for joints in glass epoxy composites, *Proc. of the Inst. of Mech. Eng., Part C: J. of Mech. Eng. Sci.* 233, 2074–2090, 2019.
- 59. P.J. Herrera-Franco, G.L. Cloud. Strain-relief inserts for composite fasteners an experimental study, *J. of Comp. Mater.* 26, 751-768, 1992.
- 60. U.A. Khashaba, T.A. Sebaey, F.F. Mahmoud, A.I. Selmy, R.M. Hamouda. Experimental and numerical analysis of pinned-joints composite laminates: effects of stacking sequences, *J. of Comp. Mats.* 47, 3353-3366, 2013.
- 61. A.A. Pisano, P. Fuschi. Mechanically fastened joints in composite laminates: evaluation of load bearing capacity, *Compos Part B: Eng. 42*, 949–961, 2011.
- 62. S.D. Thoppul, J. Finegan, R.F. Gibson. Mechanics of mechanically fastened joints in polymer–matrix composite structures a review, *Compos. Sci. Tech.* 69, 301–329, 2009.
- M. Singh, J. S. Saini and H. Bhunia. Investigation on failure modes for pin joints made from unidirectional glass–epoxy nanoclay laminates, *Fatig. Fract. Eng. Mater. Struct.* 39, 320– 334, 2016.
- 64. I.S. Sokolnikoff, *Mathematical theory of elasticity*, 2nd Edition, McGraw-Hill Book, Company, New York, 1956, 56-89.

- 65. S.G. Lekhnitskii, *Theory of elasticity of an anisotropic body*, Mir Publishers, Moscow, 1977, 45-60.
- 66. M.W. Hyer. Stress Analysis of Fiber-Reinforced Composite Materials. McGraw Hill, Singapore, 1998. 39-58.
- 67. S. Li, E. Sitnikova. *Representative Volume Elements and Unit Cells, Concepts, Applications and Implementation*, Elsevier, Duxford, United Kingdom, 2020.
- 68. T. Mori, K. Tanaka. Average stress in matrix and average elastic energy of materials with misfitting inclusions, *Acta Metall. 21*, 571-574, 1973.
- 69. Y. Benveniste. A new approach to the application of Mori-Tanaka's theory in composite materials, *Mech. Mater.* 6, 147-157,1987.
- 70. G.J. Weng, The theoretical connection between Mori-Tanaka's theory and the Hashin-Strikman-Walpole bounds, *Int. J. Eng. Sci. 28*, 1111-1120, 1990.
- 71. G. Dvorak. *Micromechanics of Composite Materials*. Springer, Waterloo, Ontario, Canada, 2013, 25-75.
- 72. O.C. Zienkiewicz & R.L. Taylor. *The Finite Element Method Volume 1 The basis,* 5th Ed. Butterworth Heinemann, Oxford, 2000, 31-32.
- 73. R.D. Cook, D.S. Malkus, M.E. Plesha. R.J. Witt. *Concepts and Applications of Finite Element Analysis*, John Willey & Sons, Madison. Fourth Ed. 2002, 180-224.
- 74. K.-J. Bathe. Finite Element Procedures, Prentice Hall, New Jersey, 1995.
- 75. L.E. Fernández Baqueiro. *Método del Elemento Finito. Elementos Isoparamétricos e Integración Numérica*, Universidad Autónoma de Yucatán, Facultad de Ingeniería Civil, Mérida, Yucatán, 2013, 102-119.
- 76. A. Hrennikoff, Solutions of problems in elasticity by the framework method, *ASME, J. Appl. Mech. 8*, A169-A175, 1941.
- 77. R.L. Courant, Variational Methods for the Solution of Problems of Equilibrium and Vibration, *Bull. Amer. Math. Soc., 49*, 1-23, 1943.
- 78. Clough, R.W., The finite element method in plane stress analysis, Proc. 2nd A.S.C.E. Conf. on Electronic Computation, Pittsburg, Pa., Sept. 1960.
- 79. J. Gardiner. Finite Element Analysis Convergence and Mesh Independence, Xceed, Engineering & Consulting P.C. Marzo 2017. Soporte Online. https://www.xceedeng.com/finite-element-analysis-convergence-and-meshindependence/#:~:text=Convergence%3A%20Mesh%20convergence%20determines%2 0how,solution%20with%20decreasing%20element%20size.

- 80. R. Hill. Theory of Mechanical Properties of Fibre-Strengthened Materials: I. Elastic Behaviour, *J. Mech. and Phys. of Sol.* 12, 199-212, 1964.
- M. Pawlik, H. Le, Y. Lu, Effects of the graphene nanoplatelets reinforced interphase on mechanical properties of carbon reinforced polymer-A multiscale modelling study, *Compos. Part B: Eng. 177*, 107097, 2019.
- 82. E.J. Barbero, *Finite Element Analysis of Composite Materials Using ABAQUS®*, CRC Press. Taylor & Francis Group. 2013.
- 83. A. K. Kau, *Mechanics of Composite Materials*, 2<sup>nd</sup>. Ed., Taylor & Francis Group, Boca Ratón, FL, U.S.A. 2006.
- 84. J.K. Kim, Y.W. Mai, *Engineered Interfaces in Fiber Reinforced Composites*, Elsevier Science Publishers. Amsterdam, Holanda, 1998.
- 85. J. Kim, M. Sham, J. Wu. Nanoscale characterization of interphase in silane treated glass fiber composite, *Compos. Part A: Appl. Sci & Man. 32*, 607-618, 2001.
- J.M. Whitney, L.T. Drzal, Axisymmetric stress around an isolated fiber fragment, in: *Toughened Compos*, N.J. Johnston, Ed. ASTM STP 937, ASTM, Philadelphia: 1987, 179-196.
- 87. H. Ho, L.T. Drzal. Non-linear numerical study of the single-fiber fragmentation test. Part I: Test mechanics, *Compos. Eng.* 5, 1231-1244,1995.