



Centro de Investigación Científica de Yucatán, A.C.
Posgrado en Ciencias del agua

**Modelación geoestadística de la porosidad y conductividad
hidráulica de un acuífero kárstico costero**

Tesis que presenta:

José Andrés Trejo Corzo

En opción al título de:

Maestro en Ciencias del Agua.

Cancún, Quintana Roo, México, 2022

DECLARACIÓN DE PROPIEDAD

Declaro que la información contenida en la sección de Materiales y Métodos, los Resultados y Discusión de este documento proviene de las actividades de investigación realizadas durante el período que se me asignó para desarrollar mi trabajo de tesis, en las Unidades y Laboratorios del Centro de Investigación Científica de Yucatán, A.C., y que a razón de lo anterior y en contraprestación de los servicios educativos o de apoyo que me fueron brindados, dicha información, en términos de la Ley Federal del Derecho de Autor y la Ley de la Propiedad Industrial, le pertenece patrimonialmente a dicho Centro de Investigación. Por otra parte, en virtud de lo ya manifestado, reconozco que de igual manera los productos intelectuales o desarrollos tecnológicos que deriven o pudieran derivar de lo correspondiente a dicha información, le pertenecen patrimonialmente al Centro de Investigación Científica de Yucatán, A.C., y en el mismo tenor, reconozco que si derivaren de este trabajo productos intelectuales o desarrollos tecnológicos, en lo especial, estos se regirán en todo caso por lo dispuesto por la Ley Federal del Derecho de Autor y la Ley de la Propiedad Industrial, en el tenor de lo expuesto en la presente Declaración.

Firma: _____



José Andrés Trejo Corzo

CENTRO DE INVESTIGACIÓN CIENTÍFICA DE YUCATÁN, A. C.
POSGRADO EN CIENCIAS DEL AGUA



RECONOCIMIENTO

Por medio de la presente, hago constar que el trabajo de tesis de **José Andrés Trejo Corzo** titulado “**Modelación geostatística de la porosidad y conductividad hidráulica de un acuífero kárstico costero**” fue realizado en la Unidad de Ciencias del Agua, en la línea de hidrogeología, en el Laboratorio de Hidrogeología y Geomática, del Centro de Investigación Científica de Yucatán, A.C. bajo la dirección del Dr. Jorge Adrián Perera Burgos y la codirección del Dr. Martín Alberto Díaz Viera, perteneciente al Programa de Posgrado en Ciencias del Agua de este Centro.

Atentamente



Dr. Cecilia Hernández Zepeda
Directora de Docencia

Cancún, Quintana Roo, México a 4 de julio de 2022

Agradecimientos

Al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACyT) por el apoyo económico otorgado mediante la beca con número CVU: 988822 del Programa Nacional de Posgrados de Calidad.

Al Posgrado en Ciencias del Agua del Centro de Investigación Científica de Yucatán (CICY) por ser la casa de estudios que me permitió seguir formándome como un profesional competente y a todos los profesores e investigadores de la Unidad de Ciencias del Agua (UCIA) que me llenaron de retos y conocimiento nuevo.

Al Dr. Jorge Adrián Perera Burgos por haber aceptado dirigir este trabajo, por todo el conocimiento y las asesorías proporcionadas, por dirigirme siempre hacia el mejor camino durante el proceso del posgrado y sobre todo por las observaciones que me dio en la escritura de la tesis.

Al Dr. Martín Alberto Díaz Viera por el apoyo proporcionado para realizar este trabajo de tesis, por todas las reuniones y correcciones realizadas, debido a que sin su ayuda este trabajo no sería lo que es. Además, por su infinita paciencia, le agradezco enormemente.

Al Dr. Van Huong LE por los comentarios proporcionados durante todas las reuniones que tuvimos, por todo el tiempo que invirtió en este trabajo y sobre todo por transmitirme, en conjunto con el Dr. Martín Díaz, los conocimientos de geoestadística en los que se basan este trabajo.

Al Dr. Antonio Almazán Becerril por siempre motivarnos para continuar con el proceso del posgrado, por los consejos y palabras de aliento que me dio durante el camino de la maestría.

A los integrantes de mi comité tutorial (Dr. Gilberto Acosta, Dr. Eduardo Cejudo y Dra. Ana Mendoza) por los comentarios acertados que realizaron en la revisión de la tesis y por apoyarme en todo este tiempo durante la maestría.

A todos mis compañeros de la maestría que hicieron de esta experiencia más agradable (Bri, Yas, Dino, Juanca, Pedrito y Gerry), que a pesar de que nos tocó justo al inicio de la pandemia, les tengo muchísimo aprecio y las pocas o muchas salidas que tuvimos siempre las voy a tener en cuenta como recuerdos preciosos de mi experiencia en el posgrado.

A Luis Antonio Santiago Jimenez, por siempre estar a mi lado, por motivarme a dar mi mayor esfuerzo y nunca dejar las cosas a medias. En parte toda esta experiencia en el posgrado te lo debo a ti. Muchísimas gracias.

A la Dra. Rebeca I. Martínez Salinas debido a que gracias a su asesoría pude dar con el CICY y embarcarme en este posgrado.

A los diferentes rommies que tuve y que definitivamente hicieron más divertidas todas mis tardes, contándome sus historias y cada uno tratando de comerse al mundo a su manera.

Dedicatoria

A mis papás por siempre apoyarme en todas las decisiones que tome, por motivarme a llegar siempre lo más lejos posible y por nunca dejarme solo.

A Dios por que sentí su presencia durante todo este proceso.

A Santiago por nunca dejarme solo y ser un gran motivador para iniciar y concluir esta experiencia.

ÍNDICE

INTRODUCCIÓN	1
CAPÍTULO I.....	3
ANTECEDENTES	3
JUSTIFICACIÓN	10
PREGUNTA DE INVESTIGACIÓN.....	10
HIPÓTESIS	11
OBJETIVO GENERAL.....	11
OBJETIVOS ESPECÍFICOS	11
CAPÍTULO 2.....	12
MARCO TEÓRICO.....	12
2.1 La Península de Yucatán	12
2.2 Geología de la PY	12
2.3 El acuífero de la PY	15
2.4 Tomografías de resistividad eléctrica	17
2.5 Modelación geoestadística.....	24
CAPÍTULO 3.....	38
METODOLOGÍA.....	38
3.1 Zona de estudio	38
3.2 Recopilación de la información de tomografías de resistividad eléctrica	39
3.3 Procesamiento y reinversión de datos	40
3.4 Recopilación de perfiles de conductividad eléctrica y profundidad al nivel freático	41
3.5 Recopilación y análisis de información petrofísica.....	41
3.6 Delimitación de la zona saturada del acuífero	42
3.7 Estimación de las secciones de porosidad.....	43
3.8 Modelación geoestadística.....	43

3.8.1 Análisis exploratorio de datos	44
3.8.2 Análisis Variográfico	45
3.8.3 Estimación y simulación espacial en 2D	46
CAPÍTULO 4.....	51
RESULTADOS Y DISCUSIONES	51
4.1 Secciones de resistividad real en 2D.....	51
4.2 Perfiles de conductividad eléctrica, profundidad al nivel freático e intrusión salina.....	54
4.3 Parámetros de la ley de Archie en rocas carbonatas.....	55
4.4 Secciones de porosidad en 2D.....	59
4.5 Análisis exploratorio de datos	64
4.6 Análisis Variográfico	67
4.7 Estimación y simulación de la porosidad en 2D.....	73
4.8 Obtención de la conductividad hidráulica por medio de la aplicación de la ecuación de Kozeny-Carman	80
4.9 Discusión y conclusiones	83
CONCLUSIONES	85
BIBLIOGRAFÍA.....	86
APÉNDICES	93
A. ESTIMACIÓN Y SIMULACIÓN ESPACIAL.....	93
B. ESCENARIOS DE SIMULACIÓN ESPACIAL EN 3D	102

Lista de Tablas

Tabla 2.1 Valores del exponente m (Orellana 1982)	22
Tabla 2.2 Valores del coeficiente de tortuosidad a	22
Tabla 2.3 Clasificación de los tipos de kriging, según la forma del estimado.....	33
Tabla 2.4 Clasificación de los tipos de kriging, paramétrico y no paramétrico.....	33
Tabla 3.1 Valores del exponente de cementación (m) en rocas carbonatadas.....	43
Tabla 3.2 Valores del coeficiente de tortuosidad (a) en rocas carbonatadas.	43
Tabla 3.3 Modelo conceptual de resistividades del acuífero de Akumal (Zamora-Luria et al. 2020)	44
Tabla 4.1 Profundidades a las zonas de transición para cada tomografía.	56
Tabla 4.2 Transformaciones y valores de simetría para cada sección de porosidades.....	64
Tabla 4.3 Simetrías para las distribuciones de porosidades sin transformar y sin datos atípicos.....	65
Tabla 4.4 Características del variograma adireccional de T1.	69
Tabla 4.5 Parámetros del ajuste automático y manual para el variograma adimensional.	70
Tabla 4.6 Variogramas finales para cada sección de porosidad.....	72
Tabla 4.7 Variogramas finales obtenidos a partir de los datos con transformación Gaussiana.	73
Tabla 4.8 Valor de K en función de la porosidad para las zonas de saturación del acuífero.....	80

Lista de Figuras

Figura 1.1 Vista en 3D de las secciones de ERT obtenidas. Tomado de Redhaounia et al. (2016).....	6
Figura 1.2 Secciones invertidas de ERT obtenidas con el arreglo dipolo-dipolo. Tomado de Zamora-Luria et al.(2020). Ω_m es igual a la resistividad eléctrica.	8
Figura 2.1 Localización de la península de Yucatán. Tomado de Bauer-Gottwein et al. (2011).	13
Figura 2.2 Clasificación geológica de la Península de Yucatán. Tomado de García & Graniel (2010).	13
Figura 2.3 Esquema de un sistema kárstico, mostrando las cuatro zonas características: de absorción o epikarst, vadosa o no saturada, epifreática o de transición y saturada. Tomado de Gastelú (2018).	16
Figura 2.4 Áreas fisiográficas de la Península de Yucatán con sus respectivas direcciones de flujo.....	16
Figura 2.5 Mapa del flujo de agua subterránea a escala regional. Las flechas indican la dirección del flujo del agua subterránea y el color de estas indica el autor de procedencia. Tomado de Bauer-Gottwein et al. (2011).	17
Figura 2.6 Esquema del flujo eléctrico de una corriente continua, a través de un medio isótropo y homogéneo. Tomado de Orellana (1982). A, B, M y N son electrodos, I es la corriente inyectada y ΔV es la diferencia de potencial medido en M-N.	19
Figura 2.7 Arreglo dipolo-dipolo.....	20
Figura 2.8 Arreglo Wenner.	20
Figura 2.9 Definición del coeficiente de tortuosidad. La es la distancia real por la que se desplazan los fluidos en el material poroso, L es la longitud teórica del material. Tomado de Azar et al. (2007).	21
Figura 2.10 Relación entre la porosidad y la permeabilidad en rocas carbonatadas. (Ling et al. 2014). KT-I es un reservorio de dolomitas y KY-II un reservorio de calizas.	24
Figura 2.11 Efectos de las fracturas en las propiedades petrofísicas de los reservorios de caliza (Ling et al. 2014).....	25
Figura 2.12 Comportamiento típico de un variograma acotado con una representación de los parámetros básicos. Tomado de Giraldo (2002).	29
Figura 2.13 Ejemplo de un variograma utilizando el modelo esférico. Tomado de Díaz-Viera (2020).	30
Figura 2.14 Ejemplo de un variograma utilizando el modelo exponencial. Tomado de Díaz-Viera (2020). .	30
Figura 2.15 Ejemplo de un variograma utilizando el modelo Gaussiano. Tomado de Díaz-Viera (2020).	31
Figura 2.16 Ejemplo de un variograma utilizando el modelo efecto agujero. Tomado de Díaz-Viera (2020).31	
Figura 2.17 Ejemplo de un variograma utilizando el modelo efecto pepita. Tomado de Díaz-Viera (2020).32	
Figura 3.1 Diagrama esquemático de la metodología utilizada para la obtención de los modelos de porosidad y conductividad hidráulica.....	39

Figura 3.2 Localización de Akumal con relación al este del Caribe mexicano. Tomado de Zamora-Luria. (2019). 40

Figura 3.3. Localización de los transectos en la zona de estudio de Akumal, tomado de Zamora-Luria et al., (2020). 41

Figura 3.4 Pasos de la modelación geoestadística. 45

Figura 3.5 Diagrama de los pasos para realizar una simulación secuencial Gaussiana. 49

Figura 3.6 Ventanas del software SGeMS que permiten introducir las características de la vecindad de búsqueda, a la izquierda para la simulación y a la derecha para la estimación con kriging. 50

Figura 4.1 Secciones de resistividad real para el arreglo dipolo-dipolo. Los datos originales fueronobtenidos de Zamora-Luria et al. (2020). Los valores de resistividad eléctrica están en Ohm-m. 53

Figura 4.2 Secciones de resistividad real para el arreglo Wenner. Los datos originales fueron obtenidos de Zamora-Luria et al. (2020). Los valores de resistividad eléctrica están en Ohm-m. 54

Figura 4.3 Perfiles de conductividad eléctrica (salinidad). Tomado de Zamora-Luria et al. (2020). La línea punteada es el perfil S3 tomado a 6 km de la costa, mientras que la línea discontinua es el perfil W3 tomado a 10 km de la costa. 55

Figura 4.4 Estadígrafos de las imágenes de porosidad obtenidas de T4, considerando $m = 2$ y valores de a variables. La línea roja representa la media y la azul la mediana. 57

Figura 4.5 Estadígrafos de las imágenes de porosidad obtenidas de T4, considerando $a = 1.19$ y valores de m variables. La línea roja representa la media y la azul la mediana. 57

Figura 4.6 Secciones de porosidad resultantes de la aplicación de la ley de Archie a los datos de la tomografía T4, considerando $m=2$ y valores variables de a 58

Figura 4.7 Secciones de porosidad resultantes de la aplicación de la ley de Archie a los datos de la tomografía T4, considerando $a =1$ y valores variables de m 58

Figura 4.8 Sección de porosidad efectiva de la tomografía T1..... 59

Figura 4.9 Sección de porosidad efectiva de la tomografía T2..... 60

Figura 4.10 Sección de porosidad efectiva de la tomografía T3..... 60

Figura 4.11 Sección de porosidad efectiva de la tomografía T4..... 61

Figura 4.12 Sección de porosidad efectiva de la tomografía T5..... 61

Figura 4.13 Sección de porosidad efectiva de la tomografía T6..... 62

Figura 4.14 Sección de porosidad efectiva de la tomografía T7..... 62

Figura 4.15. Sección de porosidad efectiva de la tomografía T8..... 63

Figura 4.16. Diagrama de cajas y bigotes de los datos de porosidad de cada sección, ordenadas de acuerdo con su posición con respecto a la línea de costa (T8 la más cercana a la costa). La línea roja representa la

media y la azul la mediana.	63
Figura 4.17 Histograma de la sección de porosidades de T1. a) datos duros b) datos duros sin valores atípicos c) transformación de raíz cuadrada sin valores atípicos d) transformación logarítmica sin valores atípicos.	65
Figura 4.18. Estadígrafos de los datos de porosidad de T1. a) Datos duros b) datos duros sin valores atípicos c) transformación de raíz cuadrada sin valores atípicos d) transformación logarítmica sin valores atípicos.	66
Figura 4.19 Distribución espacial de los datos de porosidad de la T1.....	67
Figura 4.20 Distribución de la porosidad en las coordenadas X, Y para T1.....	68
Figura 4.21 Variograma adireccional de los datos de porosidad de T1.....	69
Figura A.1 Versión del software SGeMS.....	98
Figura A.2 Visualización de la información de T1 cargada en SGeMS.....	99
Figura A.3 Información del Grid para la sección T1.....	100
Figura A.4 Ventana para la selección de datos de kriging.	101
Figura A.5 Ventana donde se tiene que colocar la información para realizar el kriging ordinario.	102
Figura A.6 Resultado del kriging ordinario de la sección de porosidades T1.	102
Figura A.7 Algoritmo a utilizar para realizar la transformación de los datos.	103
Figura A.8 Información para realizar la transformación gaussiana a los datos de la T1.	103
Figura A.9 Histograma de los datos de porosidad de T1 obtenidos mediante la transformación gaussiana.	104
Figura A.10 Selección del algoritmo de simulación secuencial gaussiana.....	104
Figura A.11 Información necesaria para realizar la simulación de T1.....	105
Figura A.12 Imagen resultante 2D de la iteración 1 de la SSG para T1.	106
Figura A.13 Imagen resultante 2D de la iteración 40 de la SSG para T1.	106
Figura A.14 Imagen resultante del promedio de cincuenta simulaciones condicionales en 2D.	106
Figura A.15 Visualización de la sección T1 con su malla regular.	107
Figura A.16 Visualización de la sección T4 con su malla regular.	108
Figura A.17 Visualización de la sección T6 con su malla regular.	108
Figura A.18 Resultado de la SSG de T1, su varianza y la media de 10 SSG.....	109
Figura A.19 Comparación de histograma entre los datos de porosidad de la T1 y los obtenidos en la simulación secuencial gaussiana.	110
Figura A.20 Resultado de la SSG de T4, su varianza y la media de 10 SSG.....	110
Figura A.21 Resultado de la SSG de T6, su varianza y la media de 10 SSG.....	111

ABSTRACT

Groundwater aquifers are the only source of fresh water available in the Yucatan Peninsula. However, the lack of information on their properties, mainly porosity and hydraulic conductivity, constitutes a major challenge that prevents from the optimal use of water resources.

Obtaining information from rock cores or petrophysical well logs is recommended, however, due to their excessive costs, they are not always feasible. An alternative is to use electrical resistivity tomography (ERT), which is an indirect method of geophysical exploration with low cost and fast execution time. In addition, it is a non-invasive technique that does not require drilling, making it ideal for characterizing the karstic aquifer of the Yucatan Peninsula.

To make the characterization of aquifers more efficient using ERT, geostatistical techniques were used to generate spatial stochastic simulations, to predict the value of properties in areas where there is little or no information, limiting the number of geophysical measurements necessary to characterize a study area.

The Akumal area in Quintana Roo was selected, where information was collected from eight ERT measurements and two electrical conductivity profiles, from which the aquifer saturation zones were obtained. Subsequently, Archie's law was applied to obtain 2D porosity sections. Once the eight porosity profiles were obtained, a geostatistical analysis was performed to obtain porosity models, using ordinary kriging and sequential Gaussian simulation. Finally, the hydraulic conductivity sections were obtained by applying the Kozeny-Carman equation to the simulated porosity data.

Following this procedure, sections of porosity and hydraulic conductivity in 2D of the area were successfully obtained from ERT data, which allow characterizing the aquifer and are the first step for the generation of numerical models.

RESUMEN

Los acuíferos subterráneos son la única fuente de agua dulce disponible en la península de Yucatán. Sin embargo, la falta de información de sus propiedades, principalmente de la porosidad y la conductividad hidráulica, constituye un reto importante que impide el óptimo aprovechamiento de los recursos hídricos.

Es recomendable la obtención de información de núcleos de roca o registros petrofísicos de pozos, sin embargo, debido a sus altos costos de obtención, no siempre son viables. Una alternativa es emplear tomografías de resistividad eléctrica (ERT, por sus siglas en inglés), el cual es un método indirecto de exploración geofísica de bajo costo y rápido tiempo de ejecución. Además, es una técnica no invasiva que no requiere de perforaciones, por lo que es ideal para la caracterización del acuífero kárstico de la Península de Yucatán.

Para hacer más eficiente la caracterización de acuíferos mediante el uso de ERT, se recurrió a técnicas geoestadísticas con la finalidad de generar simulaciones estocásticas espaciales, para así predecir el valor de las propiedades en zonas donde se cuenta con poca o nula información, limitando el número de mediciones geofísicas necesarias para caracterizar una zona de estudio.

Se seleccionó la zona de Akumal en Quintana Roo, donde se recopiló información de ocho mediciones de ERT y dos perfiles de conductividad eléctrica, de los que se obtuvieron las zonas de saturación del acuífero. Posteriormente, se aplicó la ley de Archie con el fin de obtener secciones de porosidad en 2D. Una vez obtenidos los ocho perfiles de porosidad, se realizó un análisis geoestadístico para obtener los modelos de porosidades, utilizando kriging ordinario y simulación secuencial gaussiana. Finalmente, las secciones de conductividad hidráulica se obtuvieron mediante la aplicación de la ecuación de Kozeny-Carman a los datos de porosidad simulados.

Con este procedimiento se obtuvieron satisfactoriamente secciones de porosidad y conductividad hidráulica en 2D de la zona, de datos provenientes de ERT, las cuales permiten caracterizar el acuífero y son el primer paso para la generación de modelos numéricos del mismo.

INTRODUCCIÓN

En la península de Yucatán (PY) se encuentra uno de los acuíferos kársticos más extensos en el mundo, el cual cuenta con un gran número de formaciones kársticas como dolinas, también conocidas localmente como cenotes (Bauer-Gottwein et al. 2011; Gulden & Coke, 2011). Una de las características más representativas de este acuífero es que está formado por un lente de agua dulce que flota sobre una masa de agua salada producto de la intrusión salina del agua de mar. El acuífero de la PY representa la única fuente de agua en esta región, por lo que se espera que el abastecimiento del recurso hídrico sea un problema a futuro, debido a los incrementos en la demanda con el aumento poblacional. Esto se debe a que una mayor demanda del recurso hídrico provoca una disminución del espesor del lente de agua dulce e incrementa el grado de intrusión salina debido a los bombeos excesivos en los pozos de abastecimiento. Otros factores que pueden afectar la disponibilidad futura son la disminución en la calidad debido a la contaminación por causas antropogénicas, y cambios en la precipitación y/o en el nivel medio del mar por efectos del cambio climático (IPCC, 2014).

Se sabe que los acuíferos kársticos presentan una alta heterogeneidad, es decir, sus propiedades petrofísicas como porosidad y permeabilidad varían espacialmente de un punto a otro. Si analizamos esta variabilidad se pueden detectar ciertos patrones o correlaciones que pueden ayudar a predecir el valor de algún parámetro en zonas donde se cuente con poca o nula información de este. Además, la obtención de este tipo de información es de vital importancia para entender el comportamiento hidrogeológico del acuífero y para su posterior simulación numérica.

Como sitio de estudio se eligió la zona de Akumal, localizada al este del estado de Quintana Roo, aproximadamente 15 km al norte del municipio de Tulum, sobre la costa del Caribe Mexicano. La razón principal por la que se considera esta zona es por ser un área en desarrollo, donde se tiene información previa del comportamiento hidrogeológico del acuífero (Zamora-Luria et al. 2020), la cual constituye información base para la realización de este proyecto.

La geoestadística es una rama de la estadística que trata fenómenos espaciales, para su estimación, modelación y predicción (Journel & Huijbregts, 1978). Las variables analizadas por el enfoque geoestadístico deben de presentar correlación espacial entre ellas. Un ejemplo de variables con correlación espacial son la porosidad y la permeabilidad.

La modelación geoestadística es una herramienta muy poderosa que permite generar simulaciones estocásticas de algún parámetro petrofísico (variable primaria), modelando la dependencia empírica subyacente con otras propiedades petrofísicas (variables secundarias),

mientras también es reproducida la dependencia espacial de la primera (Hernández-Maldonado et al. 2014).

El presente trabajo de tesis de maestría tuvo como objetivo utilizar información obtenida a partir de tomografías de resistividad eléctrica, ERT por sus siglas en inglés, en conjunto de perfiles de conductividad eléctrica (CE), y la ley de Archie, para calcular la distribución de porosidades del acuífero. Los parámetros para la aplicación de la ley de Archie, exponente de cementación y coeficiente de tortuosidad, serán elegidos dentro de un conjunto de valores reportados para rocas carbonatadas similares a las que se presentan en la zona de estudio elegida. Finalmente, las porosidades obtenidas se utilizarán para modelar estocásticamente la distribución de conductividades hidráulicas utilizando simulación condicionada y la ecuación de Kozeny-Carman (KC).

CAPÍTULO I

ANTECEDENTES

La explotación de las aguas subterráneas para abastecer de agua dulce a la población data de la antigüedad (Sahquillo, 2009) y en los últimos años ha tenido un auge debido a la mejora en las técnicas de perforación, así como de un aumento las necesidades en zonas áridas. Sin embargo, sin un manejo adecuado de las mismas, la explotación intensa de los acuíferos produce un descenso significativo del nivel freático, la degradación de la calidad del agua y en el caso de acuíferos costeros, una mayor intrusión salina. Debido a esto, se requiere contar con información exacta de los parámetros que componen al acuífero con el fin de entender mejor su comportamiento hidrogeológico, que permita coadyuvar al diseño de un plan de explotación sustentable que garantice su óptimo aprovechamiento sin comprometerlo a futuro.

La caracterización de acuíferos tiene como objetivo medir y entender el comportamiento del flujo agua subterránea, las sustancias que transporta y los intercambios de agua y solutos con el medio (Custodio & Cabrera, 2013). Esto se realiza con la finalidad de establecer el modelo conceptual de los sistemas de acuíferos, cuantificar el flujo de agua, establecer relaciones con otras etapas del ciclo hidrológico y aprovechar el agua subterránea para las actividades económicas.

De acuerdo con Fetter (1994) y Custodio y Llamas (1983), los parámetros hidráulicos fundamentales para caracterizar un acuífero son los siguientes: conductividad hidráulica (K), transmisividad (T), y el coeficiente de almacenamiento (S). No obstante, primero hay que conocer las propiedades petrofísicas que presentan las rocas que conforman el acuífero, las cuales regirán al comportamiento del fluido en las rocas, Schön (2015) y Jerry (2007) las define de la siguiente manera.

Una de las propiedades petrofísicas de mayor importancia es la porosidad, la cual se divide en total y efectiva. La porosidad total es el cociente entre el volumen de poros que presenta el acuífero (se encuentren interconectados o no), referidos al volumen total del mismo, mientras que la porosidad efectiva es el cociente entre el volumen de poros conectados que presenta el acuífero (por los cuales puede circular libremente el agua subterránea) referidos al volumen total del mismo. Ambas se expresan en porcentajes. La porosidad puede ser primaria, si se desarrolló al mismo tiempo que los sedimentos se depositaron, o secundaria, si el acuífero la ha obtenido posterior a la deposición, ya sea por meteorización, disolución y/o fracturación de las rocas. En la porosidad influyen varios factores: la forma de los granos, que se relaciona con la dimensión y

la forma de los poros; el empaquetamiento, que determina la disposición de los granos en el espacio de la roca, y el tamaño de los granos, que determina el tamaño de los poros. En acuíferos kársticos se tiene tres tipos de porosidad: de matriz, fracturas y por conductos de disolución, cada una tiene características específicas que determinan las propiedades del acuífero.

Existen muchos métodos para calcular la porosidad, estos pueden ser de forma directa o indirecta. Una manera de obtener el valor de la porosidad del medio de forma indirecta es empleando la Ley de Archie, la cual relaciona la resistividad de la roca con su porosidad y la resistividad del agua contenida en la roca (Archie, 1942). Esta ley se puede emplear en rocas saturadas en agua (acuíferos), siempre y cuando se conozca el valor de saturación de esta en el medio (en la zona vadosa) o bien, tomando en cuenta que la roca se encuentra saturada 100% de agua, por ejemplo, en la zona saturada del acuífero, este valor se convierte en uno y se desprecia, pudiendo aplicarse satisfactoriamente la Ley de Archie.

Otra propiedad muy importante para caracterizar un acuífero es la permeabilidad, la cual es la capacidad de un medio de transmitir un fluido sin alterar su estructura interna. En este caso, es la capacidad que presenta la roca para que el agua circule a través de ella. Puede hallarse experimentalmente o deducirse a partir de otros parámetros, de perfiles hidrogeológicos y fórmulas analíticas.

Por otra parte, la transmisividad se define como el caudal del agua subterránea que circula por una sección del acuífero de altura igual al espesor saturado y anchura de un metro, cuando el gradiente hidráulico es igual a uno. Se suele obtener mediante ensayos de bombeo o deducir utilizando la fórmula: $T = K * b$, donde K es la conductividad hidráulica (m/s) y b es el espesor del acuífero saturado (m).

Otro concepto igual de importante es el nivel freático, el cual es el lugar geométrico de los puntos del acuífero donde el agua se encuentra sometida a presión atmosférica, y que corresponde al límite superior de la zona saturada en un acuífero libre.

Por otro lado, la carga hidráulica se refiere a la medida de la presión del fluido sobre un punto de referencia vertical donde se inicia la medición (datum), tiene unidades de longitud y se expresa de la siguiente manera:

$$h = z + \frac{P}{\rho \cdot g} = z + h_p \quad (1)$$

donde z es la elevación con relación al datum (suele ser el nivel del mar), P es la presión manométrica, ρ es la densidad del fluido y g es la aceleración de la gravedad. La carga hidráulica

tiene dos componentes: carga de elevación (z) y carga de presión (h_p).

El coeficiente de almacenamiento de un acuífero es el volumen de agua que es capaz de liberar un prisma de base unitaria y altura del espesor saturado, cuando la carga hidráulica varía unitariamente. Este parámetro varía dependiendo el tipo de acuífero que se analice. En un acuífero libre el coeficiente de almacenamiento es igual a la porosidad efectiva de las rocas. Por otro lado, en un acuífero confinado se expresa de la siguiente manera:

$$S = \gamma * b (m_e * \beta + \alpha) \quad (2)$$

donde γ es el peso específico del agua, b el espesor saturado del acuífero, m_e la porosidad efectiva, β el módulo de compresibilidad del agua (equivalente a $4.8 \cdot 10^{-10} \text{ m}^2/\text{N}$ o $4.7 \cdot 10^{-9} \text{ m}^2/\text{kg}$) y α es el módulo de compresibilidad del acuífero. El parámetro obtenido es adimensional y varía en los acuíferos confinados debido a los efectos de compresión de la formación, por lo que el agua que se libera en el proceso de extracción proviene de esta compresión y no del almacenamiento.

Otro parámetro hidráulico de gran importancia es la conductividad hidráulica, la cual es la capacidad que tiene un medio con agua como fluido predominante, para transmitir en una unidad de tiempo una unidad de volumen de agua subterránea a una viscosidad dada bajo la acción de un gradiente hidráulico. La relación entre la permeabilidad y la conductividad hidráulica (para la zona saturada del acuífero) está dada por:

$$K = \frac{k_0 * \rho * g}{\mu} \quad (3)$$

donde K es la conductividad hidráulica (m/s), k_0 es la permeabilidad intrínseca del medio (darcys), μ es la viscosidad dinámica (cP), ρ es la densidad del fluido (kg/m^3) y g es la aceleración de la gravedad (m/s^2). Puede obtenerse por medio del análisis de datos de pruebas de bombeo, también puede estimarse de pruebas con trazadores en el acuífero o de ensayos de laboratorio con permeámetros de carga constante o de carga variable.

Una de las formas de estimar algunos de los parámetros discutidos anteriormente es mediante métodos de caracterización geofísica. Entre todos los métodos disponibles, los geoelectrónicos han sido ampliamente utilizados para estimar las propiedades hidráulicas de los acuíferos, ya que proveen información de grandes zonas a un costo relativamente bajo comparándolos con otros métodos. En especial, las tomografías de resistividad eléctrica (ERT, por sus siglas en inglés) han sido ampliamente utilizadas para caracterizar acuíferos subterráneos, tanto a nivel mundial como en la Península de Yucatán (PY).

Por ejemplo, Redhaounia et al. (2016) aplicaron tomografías de resistividades eléctricas a un acuífero kárstico carbonatado en el norte de Túnez, África del Norte, con el fin de identificar y caracterizar las discontinuidades, fallas y fracturas del acuífero kárstico en la zona. Obtuvieron cinco perfiles de resistividades en 2D, los cuales agruparon para mostrar una imagen tridimensional de la zona (Figura 1.1). Por medio del análisis de este cubo geoelectrico, demostraron que el método de ERTes eficiente para detectar fallas secundarias y dolinas en acuíferos kársticos.

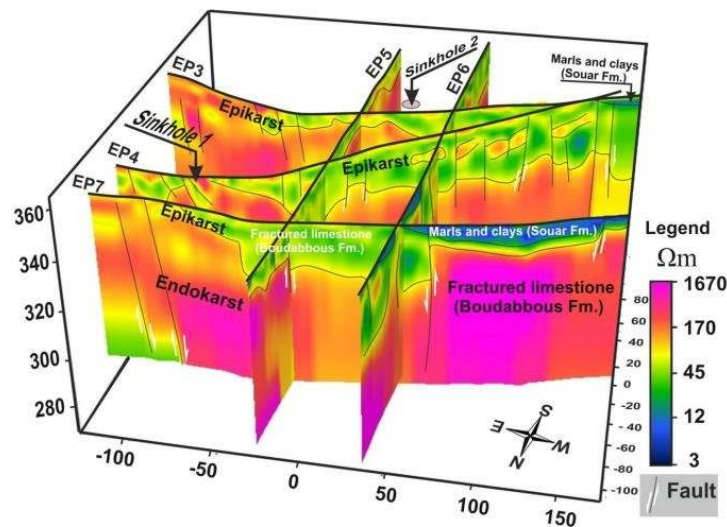


Figura 1.1 Vista en 3D de las secciones de ERT obtenidas. Tomado de Redhaounia et al. (2016).

De igual forma, utilizando métodos geoelectricos, Kazakis et al. (2016) estimaron la porosidad, conductividad hidráulica y transmisividad de un acuífero poroso en el norte de Grecia. Determinaron la porosidad utilizando la ley de Archie, asignando un factor de cementación y un coeficiente de tortuosidad representativos para este acuífero. Posteriormente, utilizaron la ecuación de Kozeny-Carman para encontrar el valor de la conductividad hidráulica. Finalmente, estimaron la transmisividad por medio de la ecuación de Niwas y Singhal (1985). Una conclusión de sus estudios es que la aplicación de los métodos geoelectricos es una buena alternativa en zonas donde no se tiene información de pozos o pruebas de bombeo, debido a que son muy efectivos y de bajo costo. Sin embargo, consideraron que los datos obtenidos deben ser calibrados con otros datos hidrogeológicos de la zona.

Por otra parte, Szalai et al. (2018) caracterizaron zonas fracturadas de un acuífero carbonatado al este de Hungría, utilizando tomografías de resistividad eléctrica con el arreglo Wenner-Schlumberger con 72 electrodos, comparando los resultados con los obtenidos con el método "PrickingProbe". Concluyeron que el método de ERT provee información a mayor profundidad, lo

cual permite una mejor interpretación de las características geológicas de la zona de estudio, en comparación con el método de PrickingProbe. Además, las tomografías permiten detectar fracturas (especialmente si las medidas se realizan después de un periodo de lluvia, debido a que se encuentran saturadas de agua y son conductivas) y con los resultados obtenidos es posible construir un mapa de porosidades del acuífero subterráneo.

De igual forma, las tomografías de resistividad eléctrica han sido utilizadas ampliamente en la PY, debido a que esta técnica es bastante apropiada en acuíferos someros, especialmente para detectar heterogeneidades como fallas, fracturas y conductos de disolución.

Por ejemplo, Gómez-Nicolás et al. (2017) realizaron ocho transectos con el arreglo dipolo-dipolo para analizar la conectividad hidrológica entre 11 cenotes en una zona del anillo de cenotes del cráter de Chicxulub. Encontraron que éstos se encuentran conectados hidrogeológicamente, pero el grado de conectividad entre ellos varía. De igual forma, recomiendan utilizar la tomografía de resistividad eléctrica en zonas donde se cuente con información confiable acerca de la geología regional. Igualmente, Andrade-Gómez et al. (2019) tomaron seis transectos de resistividad a lo largo del anillo de los cenotes para construir un modelo conceptual de la zona. Con esta técnica se obtuvieron perfiles de hasta 30 m de profundidad, los cuales demostraron que el acuífero de la zona consiste en una matriz fracturada que se encuentra saturada con agua dulce.

En la zona costera de Akumal (Quintana Roo), se tiene el estudio de Zamora-Luria et al. (2020), quienes utilizaron técnicas de hidrogeología física y ERT para determinar las características geoestructurales en esta zona. Como parte de sus resultados concluyeron que la zona de Akumal se comporta como una microcuenca dentro del acuífero de la península de Yucatán. Existen otros estudios realizados en zonas fisiográficas diferentes del acuífero de la PY, en general, proporcionando información relevante del mismo.

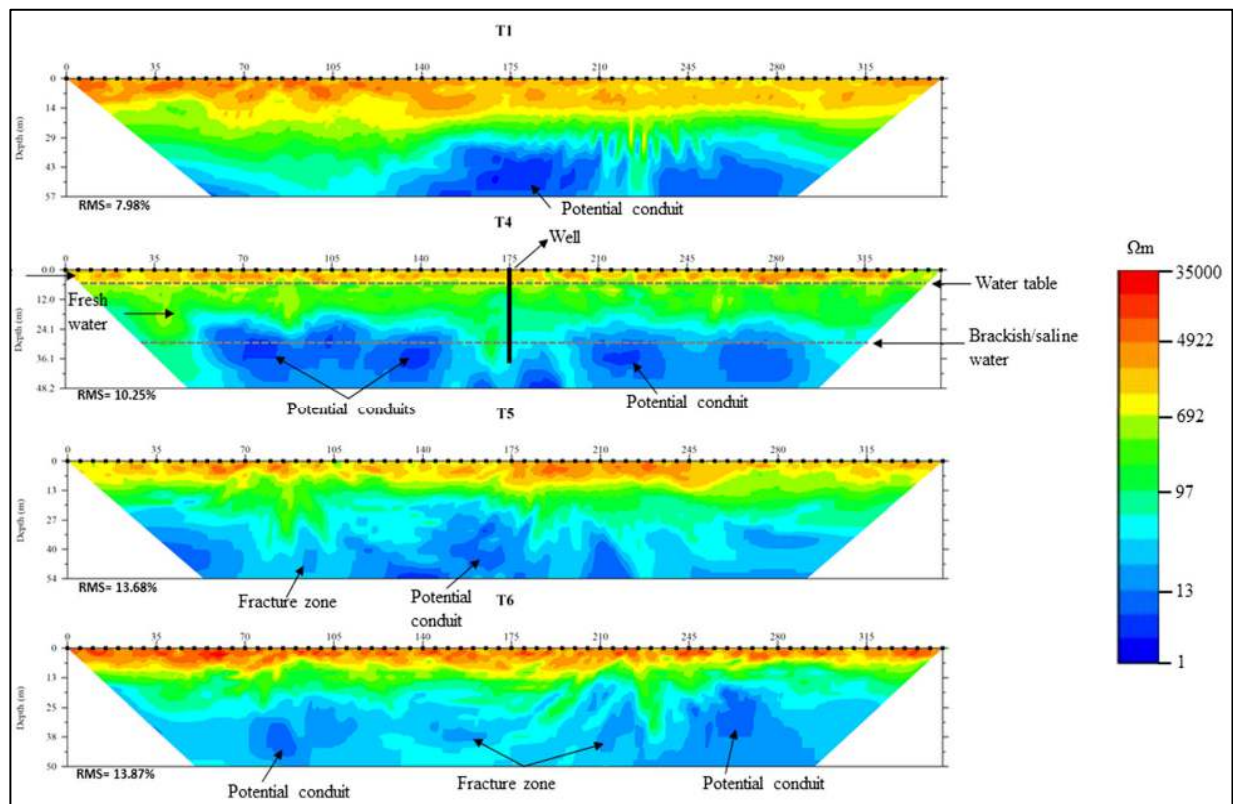


Figura 1.2 Secciones invertidas de ERT obtenidas con el arreglo dipolo-dipolo. Tomado de Zamora-Luria et al. (2020). Ωm es igual a la resistividad eléctrica.

Los métodos geofísicos permiten estimar parámetros del subsuelo y generar algunos modelos deterministas del mismo. No obstante, a escalas mayores, es necesario el uso de modelos geoestadísticos para la generación de modelos del subsuelo. La modelación geoestadística es una rama de la estadística que trata fenómenos espaciales (Journel & Huijbregts, 1978), para su estimación, predicción y simulación de la variabilidad espacial de fenómenos. Díaz-Viera (2002), la define como una rama de la estadística aplicada que se especializa en el análisis y la modelación de la variabilidad espacial en ciencias de la tierra, cuyo objeto de estudio es el análisis y predicción de fenómenos en espacio y/o tiempo.

La información utilizada en la geoestadística no se considera independiente, más bien supone que existe correlación entre ella, de acuerdo con la distancia a la que se encuentren, es decir, mientras más separados se encuentren los datos existe una menor relación entre ellos. Esto se fundamenta con el cálculo de la semivarianza y el semivariograma, los cuales permiten identificar la naturaleza de la variabilidad espacial de los datos. De acuerdo con Burgess & Webster (1980) esta se integra por un componente espacialmente correlacionado y un componente no correlacionado espacialmente, también llamado ruido.

La geoestadística fue primeramente aplicada para la minería. No obstante, con el paso del tiempo su aplicación se ha expandido a diferentes ciencias: se ha empleado en la industria petrolera, en hidrogeología, en ciencias ambientales y en la industria pesquera. Sin embargo, en los últimos años, ha tenido un auge considerable, lo que ha provocado que se utilicen diversos métodos geoestadísticos en diferentes campos, tales como: cambio climático, agricultura, ecología, neurociencias, epidemiología, problemas inversos, contaminación de suelos, entre otros (Liu et al, 2021).

Los problemas que la geoestadística trata de resolver son aquellos en donde se cuenta con información limitada de una o más propiedades que se encuentran distribuidas espacialmente y donde a partir de dicha información, se requiere conocer el valor de esas propiedades en diferentes localizaciones. Esto se puede resolver utilizando un enfoque de estimación, de simulación o ambos para que se comparen y complementen entre sí.

Se han realizado diversos estudios donde se han empleado técnicas geoestadísticas para la caracterización de acuíferos, entre estos destacan, los de Tenelema (2017) quien realizó un estudio estratigráfico del acuífero del río Chambo, Ecuador, utilizando tomografías eléctricas y técnicas geoestadísticas. A partir de los perfiles de resistividad real, obtenidos mediante las tomografías eléctricas, realizaron una interpretación estratigráfica relacionando imágenes tomográficas con valores de resistividad del medio geológico, logrando reconstruir los diferentes estratos del subsuelo de la zona externa del acuífero del río Chambo.

Por otra parte, Cáceres (2018), realizó un mapeo de las propiedades hidrogeoquímicas del sistema acuífero del valle medio del Magdalena en Colombia, utilizando técnicas geoestadísticas, así como el método de Kriging ordinario, lo que le permitió identificar patrones de comportamiento entre sólidos totales disueltos y la conductividad de la zona.

De igual forma, Achour y colaboradores (2021) emplearon Kriging para mapear los parámetros hidrogeoquímicos e hidrogeológicos del acuífero de Albion, Argelia, lo que les permitió analizar el cambio del nivel freático ocurrido entre 2010 y 2018, las facies predominantes del acuífero, así como la calidad del agua.

Dada la información anterior, es importante la aplicación del uso de técnicas geoestadísticas que ayuden a la caracterización del acuífero kárstico de la península de Yucatán.

JUSTIFICACIÓN

Debido a las características geológicas de la PY, la única fuente de agua dulce en la zona proviene de un sistema de acuíferos subterráneos, que al ser de tipo kárstico presentan una alta vulnerabilidad intrínseca a la contaminación. Además, debido a su cercanía con el mar, presenta intrusión salina, la cual puede acrecentarse debido a una demanda excesiva del recurso hídrico.

La actividad económica predominante del estado de Quintana Roo es el turismo. Las tasas de crecimiento demográfico en el estado son las mayores del país, lo que provoca una mayor demanda de agua e infraestructura. Esto genera la necesidad de implementar programas de ordenamiento territorial para garantizar el acceso a agua y drenaje de toda la población garantizando que el agua distribuida se encuentre en condiciones apropiadas de calidad para su consumo (Sánchez et al., 2016).

Para impulsar la gestión adecuada y crear un plan de extracción del agua subterránea que asegure la disponibilidad y conservación del recurso hídrico, es necesario cuantificar los parámetros hidrogeológicos del acuífero, así como la recarga. La generación de un modelo geoestadístico de porosidades y permeabilidades de la zona de estudio, además de brindar información esencial sobre el acuífero subterráneo, servirá como base para simulaciones futuras del comportamiento de los flujos subterráneos y los gradientes hidráulicos.

El centro urbano Akumal representa un lugar adecuado debido a que, a partir del 2001 se le confirió un papel importante como complemento en el equilibrio del desarrollo de la Riviera Maya, lo que significa que la demanda de vivienda, servicios y calidad de vida aumentarán, gracias a las actividades turísticas (Dirección de Desarrollo Urbano Municipal, 2007). Actualmente, las tasas de crecimiento poblacional son similares a otras zonas del estado que presentaron crecimientos acelerados y desordenados. De acuerdo con el plan de desarrollo emitido por la Dirección de Desarrollo Urbano Municipal (2007), se espera que para el año 2030 se cuente con una población de hasta 150 000 habitantes. Se ha demostrado que esta zona se comporta como una microcuenca (Zamora-Luria et al., 2020), por lo que, sin un plan adecuado de manejo de las aguas subterráneas, podrían existir problemas de sobreexplotación y escasez del recurso hídrico.

PREGUNTA DE INVESTIGACIÓN

¿Qué método de simulación estocástica es el más apropiado para generar modelos de correlación espacial para la porosidad y conductividad hidráulica, que sean representativos del área de Akumal y que sean consistentes con las características geo-estructurales reportadas para esta zona de estudio?

HIPÓTESIS

A partir de información adquirida mediante ERT, perfiles de conductividad eléctrica (CE), en conjunto con la ley de Archie y correlaciones de variables petrofísicas de porosidad-permeabilidad, es factible obtener un modelo de conductividades hidráulicas que sea representativo de una zona costera del acuífero kárstico de la PY, por medio de la aplicación de herramientas de modelación geoestadística.

OBJETIVO GENERAL

Generar un modelo geoestadístico representativo, de la porosidad y la conductividad hidráulica de un acuífero kárstico costero.

OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Obtener información de la resistividad de la roca saturada, mediciones de ERT.
- Obtener perfiles CE del agua subterránea en pozos y/o cenotes.
- Obtener los valores de porosidad de la zona, mediante la aplicación de la ley Archie con parámetros representativos de rocas carbonatadas.
- Realizar el análisis geoestadístico de las porosidades del área de estudio.
- Obtener un modelo geoestadístico en 2D representativo de la porosidad del área de estudio.
- Obtener la conductividad hidráulica de la zona de estudio, mediante relaciones de porosidad-permeabilidad en rocas carbonatadas.

CAPÍTULO 2

MARCO TEÓRICO

2.1 La Península de Yucatán (PY)

La PY tiene un área superficial de aproximadamente 165,000 km², comprende los estados de Campeche, Yucatán, Quintana Roo, una parte de Chiapas y Tabasco, así como el norte de Guatemala y Belice, como se puede observar en la Figura 2.1. La PY está formada principalmente por rocas sedimentarias calizas, dolomitas y evaporitas. Sin embargo, la falta de arcillas sobre la caliza provoca que en periodos de lluvias el agua meteórica se infiltre rápidamente el subsuelo, disolviendo las rocas y formando un relieve kárstico. Esta zona se caracteriza por la poca existencia de suelo (20 cm en algunas zonas), por la uniformidad que presenta la superficie (topografía casi plana) y por las formaciones kársticas que se presentan como cenotes o dolinas y conductos de disolución; éstos últimos llamados coloquialmente ríos subterráneos. Además, debido a la alta porosidad y permeabilidad de las rocas calizas, se carece de corrientes de aguas superficiales.

El agua subterránea juega un papel importante en los procesos geológicos, en especial en la PY que alberga uno de los sistemas kársticos más desarrollados en el mundo (Gulden & Coke, 2011), lo que le confiere una gran conductividad hidráulica al acuífero.

2.2 Geología de la PY

La PY es una gran plataforma calcárea, constituida principalmente por sedimentos de carbonato de calcio, depositados hace millones de años (Weidie, 1985). Durante la era del cenozoico, hace aproximadamente 65 millones de años, esta plataforma se encontraba sumergida (López-Ramos, 1974), pero debido a un continuo movimiento ascendente, emergió a la superficie lentamente en dirección S-N. En el Plioceno, la parte central de la península se encontraba arriba del nivel del mar y finalmente, en el Pleistoceno, emergió la parte norte de lo que hoy es Yucatán y Quintana Roo (Suárez-Morales & Rivera-Arriaga, 1998).

Como se observa en la Figura 2.2, la parte de la plataforma perteneciente a las edades geológicas del Triásico al Holoceno se localiza en la cercanía de la placa de Cocos y de los límites de la placa norteamericana y la del Caribe. Al final del periodo Cretácico, fue impactada en su sección norte, por un asteroide de gran tamaño, formando el cráter de Chicxulub, bordeado por una estructura geológica conocida como el anillo de cenotes.

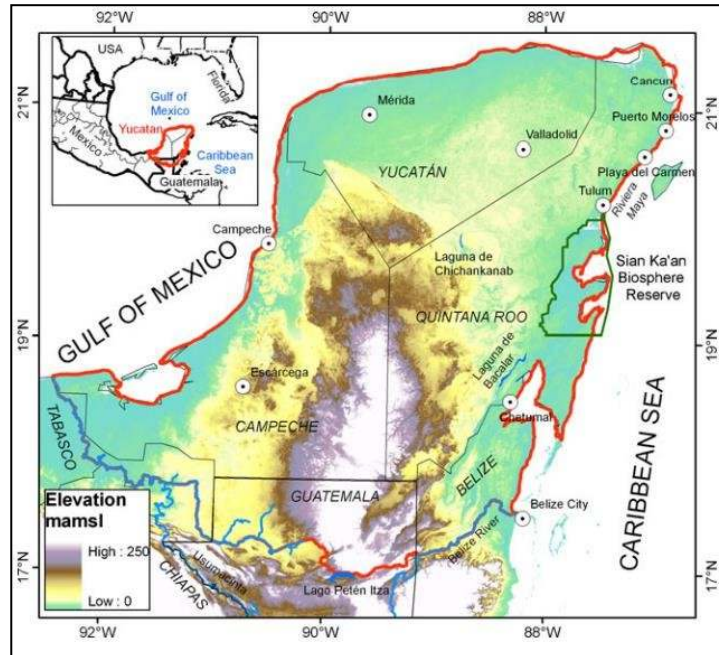


Figura 2.1 Localización de la península de Yucatán. Tomado de Bauer-Gottwein et al. (2011).

El subsuelo de la PY está constituido por una secuencia de sedimentos calcáreos de origen marino del Terciario Reciente, compuesto en su mayoría por calizas. A una profundidad de aproximadamente 220 m, se encuentran estratos casi horizontales de calizas recristalizadas de buena permeabilidad, a partir de esta profundidad, se observan capas impermeables de margas y calizas (Butterlin & Bonet, 1960). En las zonas costeras, el subsuelo está formado de rocas carbonatas solubles de origen marino, con conductos de disolución y fracturas (Duch-Gary, 1991).

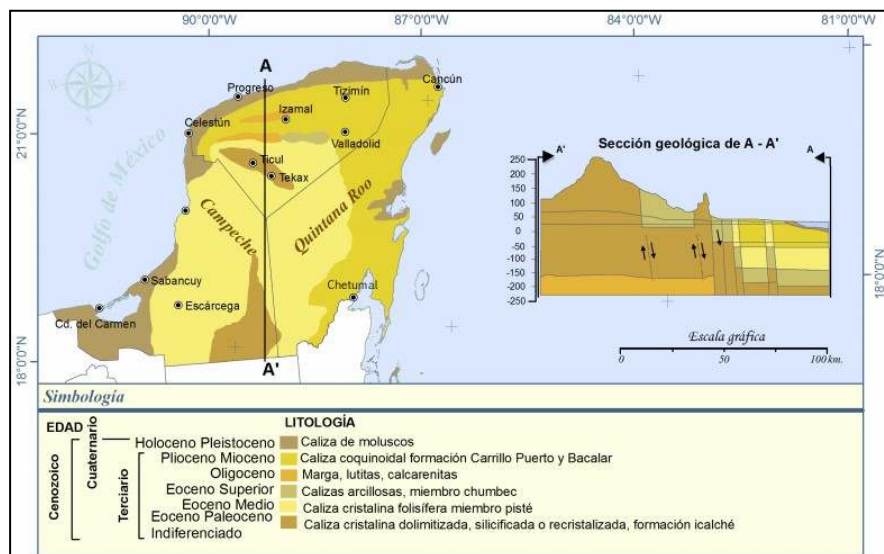


Figura 2.2 Clasificación geológica de la Península de Yucatán. Tomado de García & Graniel (2010).

De acuerdo con Isphording (1975), las formaciones geológicas que se encuentran en la PY son:

- Formación Paleoceno-Eoceno no diferenciado. Conformada por calizas compactas micro a macrocristalinas de color amarillo a blanco, dolomitizadas y silicificadas, aflorando en la sierrita de Ticul, con un espesor aproximado de 350 m. El eje de la Sierrita está formado por una calcarenita de grano fino de origen marino.
- Formación Chichén Itzá. De calizas provenientes del Eoceno, se pueden observar variaciones litológicas que permiten su diferenciación en dos miembros. El Miembro Pisté, del Eoceno Medio, formado por calizas blancas/amarillentas masivas, con microfauna abundante, principalmente de foraminíferos, de la familia Valvulinidae y por algas calcáreas, características del Eoceno Medio del caribe. El miembro Pisté constituye una gran parte de la región central de la península. El Miembro Chumbec, del Eoceno Superior, caracterizado por calizas masivas, blancas y cristalinas, con un espesor de 100 m aproximadamente.
- Formación Oligoceno (no diferenciado). Conformada por margas blancas, grises y gris crema; margas con intercalaciones de arcillas del mismo color y calizas gris crema compactadas.
- Formación Carillo-Puerto. Esta formación corresponde al Mioceno Superior-Plioceno. Los niveles inferiores corresponden a coquinas de 1 m de espesor, cubiertas por calizas duras, las cuales, debido al intemperismo, originan arcillas lateríticas. En los niveles superiores se encuentran calizas blancas, duras y masivas. Recubre concordantemente a la formación Bacalar, que descansa discordantemente sobre las series eocénicas, lo cual muestra su carácter transgresivo, tiene un espesor de varios cientos de metros. Las rocas de esta formación tienen una alta permeabilidad y porosidades secundarias (fracturas y conductos de disolución). Debido a su gran distribución en la península y a la poca profundidad del agua subterránea, la formación Carrillo-Puerto es la unidad hidrogeológica de mayor importancia en la PY.
- Formación caliza de moluscos (Pleistoceno-Holoceno). Se conoce como calizas de moluscos a las calizas conquíferas, masivas, que van de color blanco a crema, esta formación se encuentra a lo largo de la costa norte y oeste de la península. Se encuentran generalmente sobre las calizas de la formación Carillo-Puerto (excepto en Campeche, que se encuentra directamente sobre las formaciones del Eoceno). Su espesor es de unas decenas de metros, estas rocas mantienen una elevada permeabilidad y porosidad debido a fracturas y conductos de disolución. La explotación de agua subterránea en esta

formación se encuentra limitada por la poca profundidad de la interfase salina, realizándose únicamente por medio de pozos someros (de ocho a 15 m).

2.3 El acuífero de la PY

La única fuente hídrica disponible en la PY es el agua subterránea, cuyo flujo y almacenamiento ocurre en un acuífero regional de tipo kárstico (Bauer-Gottwein et al., 2011). Los acuíferos kársticos son los más vulnerables a la contaminación por la alta permeabilidad que presentan, lo que facilita el transporte desde la superficie hacia el lente de agua en el subsuelo. El lente de agua dulce de este acuífero puede variar dependiendo de la zona donde se encuentre, es más delgado cerca de la costa (~2 m), aumentando paulatinamente dirección tierra adentro (~110 m a 95 km de la costa), debajo del agua dulce subyace un lente de agua salada ocasionado por la intrusión salina (Steinich & Marin, 1997).

De acuerdo con Aguilar et al. (2013) un sistema kárstico se puede dividir en cuatro subsistemas, tal y como puede observarse en la Figura 2.3) La zona de absorción o recarga, donde el agua se introduce al acuífero de una manera difusa o concentrada. Esta sección incluye el suelo y el relieve terrestre. 2) Zona no saturada o de circulación vadosa, que conecta la zona freática por medio de una red de drenaje conformada por fisuras y conductos, donde debido al efecto de la gravedad, el agua desciende en forma de cascada, erosionando las paredes. 3) Zona de fluctuación o epifreática, tiene un funcionamiento mixto. En ocasiones está saturada de agua y en otras actúa como zona vadosa. 4) Zona saturada o freática, consiste en una red de conductos de alta permeabilidad y alta porosidad.

Perry et al. (2002) basándose en las diferencias geoquímicas, estratigráficas y tectónicas de la PY, dividieron la península en seis regiones fisiográficas diferentes (Figura 2.4).

La zona de Akumal se encuentra en la región fisiográfica conocida como la zona de fracturas Holbox-Xel-Há, el cual es un rasgo regional en el terreno kárstico en la zona noreste de Yucatán y consiste en más de 100 km de largas cadenas de depresiones alargadas (Perry et al. 2002). Además, en esta zona se ha detectado intrusión salina en la costa (Coke et al. 1991; Stoessell et al. 1989).

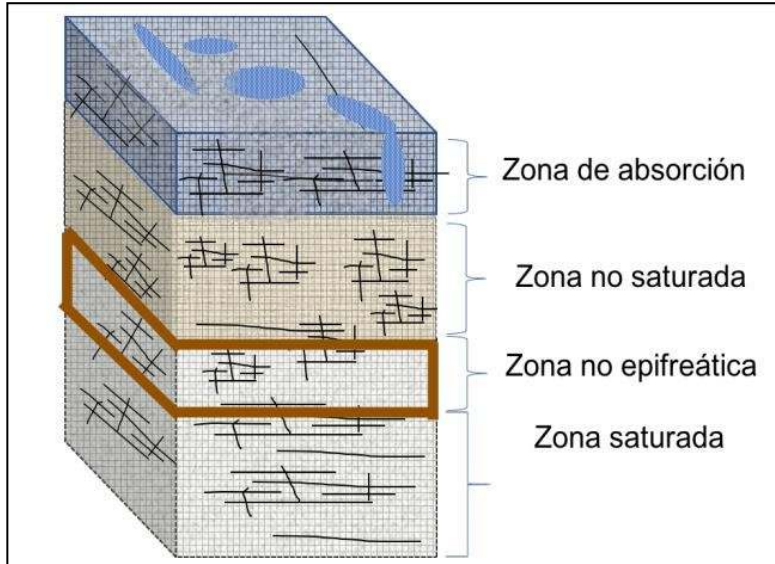


Figura 2.3 Esquema de un sistema kárstico, mostrando las cuatro zonas características: de absorción o epikarst, vadosa o no saturada, epifreática o de transición y saturada. Tomado de Gastelú (2018).

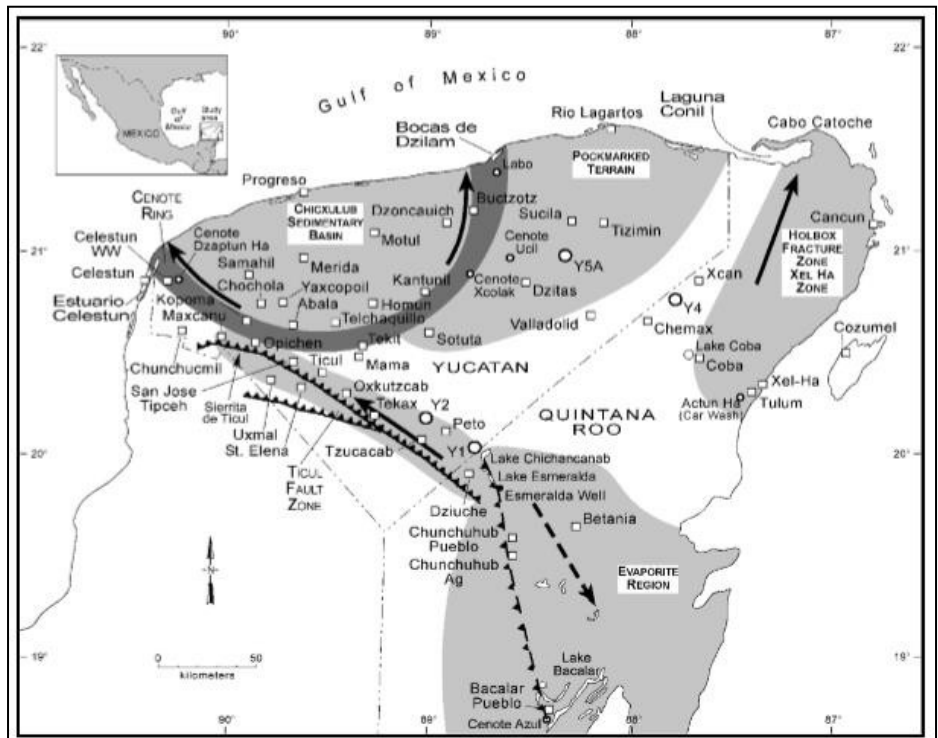


Figura 2.4 Áreas fisiográficas de la Península de Yucatán con sus respectivas direcciones de flujo. Tomado de Perry et al. (2002).

Las direcciones de flujo preferencial en el acuífero kárstico de la PY, (Figura 2.5) son hacia las costas. Además, ocurren a diferentes escalas, pudiendo ser a escala regional, por medio de fracturas de 10 a 100 km, conductos de disolución de gran tamaño (1 a 10 km) o a una escala local, por medio de fracturas y conductos de disoluciones de menor tamaño (10 metros). El flujo subterráneo de agua en estos sistemas es de tipo turbulento (Bauer-Gottwein et al., 2011).

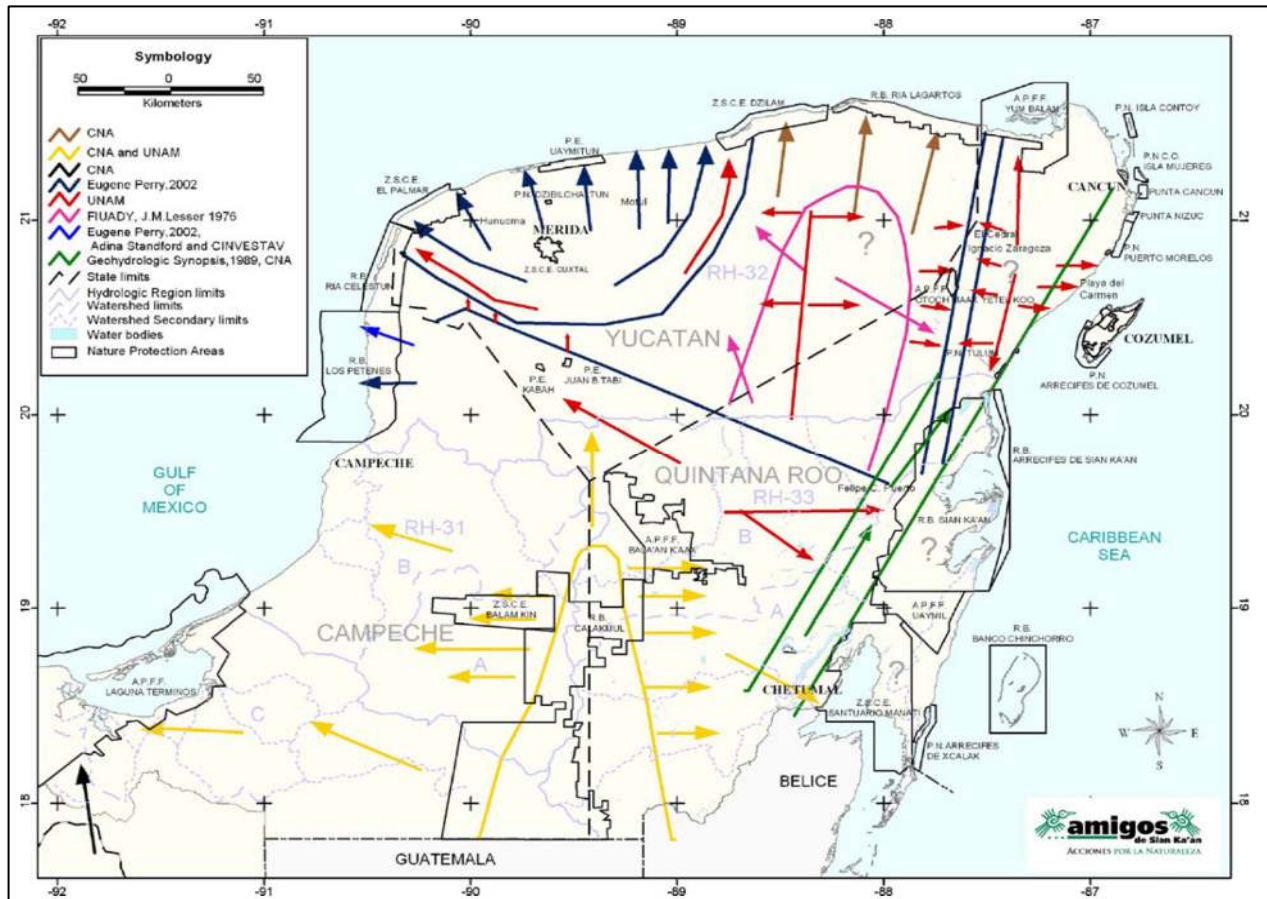


Figura 2.5 Mapa del flujo de agua subterránea a escala regional. Las flechas indican la dirección del flujo del agua subterránea y el color de estas indica el autor de procedencia. Tomado de Bauer-Gottwein et al. (2011).

2.4 Tomografías de resistividad eléctrica

Existen diferentes métodos para determinar las propiedades de un acuífero, por ejemplo, el de tomografía de resistividad eléctrica (ERT) el cual es un método de exploración geofísica, basado en la inyección artificial de corriente eléctrica, del tipo sondeo eléctrico vertical. Ha sido utilizado en investigaciones de geotecnia y ambientales por casi un siglo es uno de los más utilizados en áreas de suelo kárstico (Franklin et al. 1981).

En el método ERT se induce una corriente eléctrica a la tierra mediante el uso de electrodos, y se mide la diferencia de potencial (voltaje), con lo que se calcula la resistencia de la roca utilizando la ley de Ohm. La resistividad del medio se calcula usando la geometría del electrodo y la resistencia obtenida.

El flujo de una corriente eléctrica a través de las rocas puede explicarse mediante la ley de Ohm, el cual establece que la caída de potencial ΔV entre dos puntos por los que circula una corriente eléctrica de intensidad I , es proporcional a ésta y a la resistencia R que ofrece el medio por el que pasa la corriente (Liao et al., 2004). Es decir:

$$\Delta V = I * R \quad (4)$$

La resistencia está en función de la naturaleza y geometría del conductor. Por ejemplo, para un cilindro con longitud L y sección S , tenemos:

$$R = \frac{\rho * L}{S} \quad (5)$$

en este caso, ρ representa la naturaleza del conductor y se denomina resistividad; en nuestro caso será la resistividad de la roca. La resistividad es la propiedad inversa de la conductividad eléctrica y se expresa en Ωm (ohm por metro).

El comportamiento de la resistividad cambia significativamente cuando los poros de las rocas están ocupados por agua, ya que su valor disminuye. Otro factor que afecta este valor es el grado de saturación y el contenido salino del agua (a mayor salinidad menor resistividad y viceversa). Estas diferencias en las resistividades permiten que se puedan aplicar exitosamente los métodos geoelectrónicos (Auge 2008).

En la Figura 2.6 se puede observar el flujo eléctrico a través de un medio homogéneo con resistividad ρ que se inyecta en el terreno por el electrodo A, con una intensidad $+I$ y sale por el electrodo B con intensidad $-I$.

Si los electrodos A y B están separados por una distancia considerable y el medio (en este caso el subsuelo) es homogéneo e isótropo, entonces, las líneas de corriente son radiales y divergentes. En este caso, podremos calcular la resistividad del subsuelo mediante la siguiente ecuación:

$$\rho = \frac{K * \Delta V}{I} \quad (6)$$

donde K es una constante geométrica, que depende de la geometría de los electrodos para inyectar y medir la corriente eléctrica.

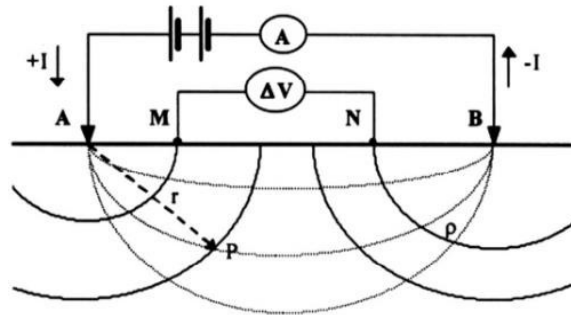


Figura 2.6 Esquema del flujo eléctrico de una corriente continua, a través de un medio isótropo y homogéneo. Tomado de Orellana (1982). A, B, M y N son electrodos, I es la corriente inyectada y ΔV es la diferencia de potencial medido en M-N.

Debido a que en la naturaleza el medio geológico no es isótropo ni homogéneo, las líneas de corriente no son regulares y en los valores de resistividad obtenidos incidirá la anisotropía y heterogeneidad del terreno. Por estas cuestiones a la resistividad obtenida mediante la ecuación 6 (resistividad de campo) se le denomina resistividad aparente, la cual varía dependiendo del arreglo de electrodos que se emplee.

Entre los arreglos más utilizados se tiene el arreglo dipolo-dipolo (Figura 2.7), que tiene mayor resolución para detectar estructuras verticales (Griffiths and Barker., 1993) y el arreglo Wenner (Figura 2.8), que tiene mayor resolución para detectar estructuras horizontales (Chelottiet al., 2010). Las constantes geométricas que se deben emplear para cada arreglo son las siguientes:

- Para el arreglo dipolo-dipolo:

$$K = \pi * n * (n + 1)(n + 2) * a_p \quad (7)$$

- Para el arreglo Wenner:

$$K = 2 \pi * a \quad (8)$$

Donde:

K = factor geométrico

a = distancia entre cada electrodo que forma un par

n = separación entre cada par de electrodos

La medición de la resistividad aparente obtenida es un valor promedio, afectado por todas las capas geológicas por las cuales fluyó la corriente eléctrica. Esta información se puede convertir en un modelo de resistividades reales del subsuelo, mediante la aplicación del problema inverso. A la sección geoelectrica obtenida del proceso de inversión se le denomina tomografía, y presenta la distribución de valores de resistividad real en el subsuelo.

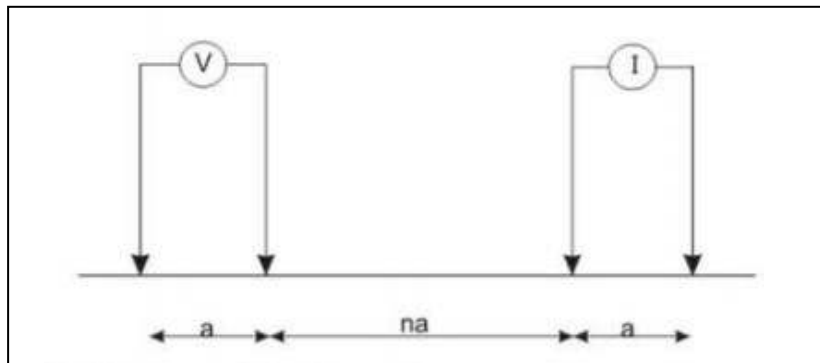


Figura 2.7 Arreglo dipolo-dipolo.

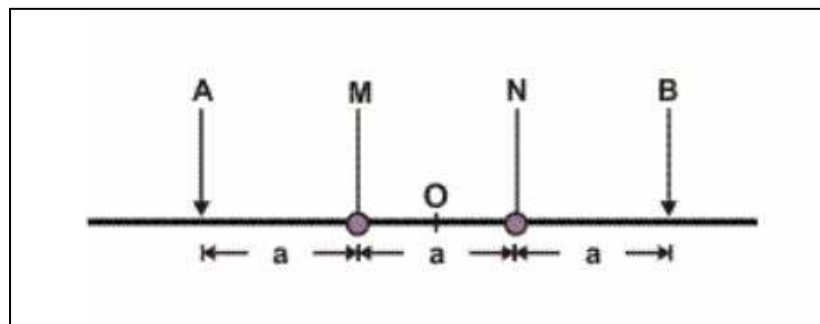


Figura 2.8 Arreglo Wenner.

2.5 Ley de Archie

Archie (1942) postuló una ley que permite determinar la resistividad de medios porosos, esta ley se expresa de la siguiente forma:

$$\rho_r = \frac{a \cdot \rho_w}{\varphi^m \cdot S^n} \quad (9)$$

donde ρ_r es la resistividad de la roca saturada (este valor es el que se obtienen de las tomografías), ρ_w es la resistividad del fluido de saturación (fluido que llena los poros), y φ es la porosidad de la roca. a es el coeficiente de tortuosidad, m es el exponente de cementación y n es el exponente de saturación. Tanto a , m y n son constantes que se pueden derivar de manera

experimental, dependiendo del tipo de roca que se estudie.

De acuerdo con Azar et al. (2007), la tortuosidad se define como la proporción de la distancia por la que se desplazan los fluidos contenidos en un material poroso y la longitud teórica de dicho material (Figura 3.4), se observa que en teoría no se puede tener un valor menor a 1. Los valores cercanos a la unidad se relacionan con medios altamente fracturados donde el flujo a través del medio poroso es lineal. De acuerdo con Adisoemarta et al. (2000) este parámetro se encuentra en un rango de 1.0 a 1.4.

Por otro lado, el exponente de cementación mide el grado de conexión de la red de poros del medio, cuando este valor aumenta, el grado de conexión de los poros disminuye (Glover, 2009); esto ocurre porque al cementarse la roca tiende a disminuir el espacio entre sus poros. El rango de valores que tiene el exponente de cementación es pequeño, teóricamente va de 1.5 a 5. El valor de uno no se observa en rocas reales, y sería el equivalente a tener un medio poroso conformado por tubos capilares que atraviesan el medio en línea recta (Glover, 2009). Un valor de 1.5 equivale a tener una roca compuesta de esferas perfectas.

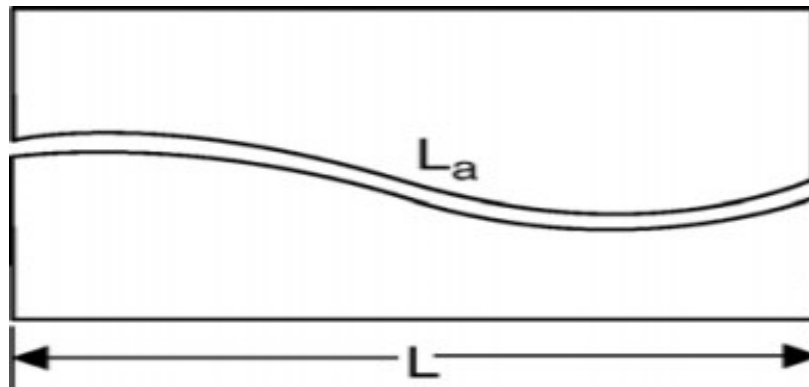


Figura 2.9 Definición del coeficiente de tortuosidad. L_a es la distancia real por la que se desplazan los fluidos en el material poroso, L es la longitud teórica del material. Tomado de Azar et al. (2007).

Algunos valores reportados para m y para a según el tipo de roca pueden observarse en la Tabla 2.1 y Tabla 2.2. En el caso de esta tesis, los valores apropiados son los relativos a rocas carbonatadas con características similares a las de la zona de estudio, las cuales se discutirán más adelante.

Tabla 2.1 Valores del exponente m (Orellana 1982)

Tipo de roca	Valor del exponente m
Rocas detríticas débilmente cementadas; a veces las calizas oolíticas	1.3
Areniscas poco cementadas, lavas y otras vulcanitas muy porosas	1.4
Rocas poco porosas (<5%) ígneas y sedimentarias	1.6
Rocas sedimentarias relativamente bien cementadas, incluyendo areniscas y calizas	1.7
Calizas y dolomías, areniscas cementadas y poco porosas	2.0
Calizas y dolomías de grano muy fino	2.3

Tabla 2.2 Valores del coeficiente de tortuosidad a

Tipo de roca	Valor del coeficiente a
Rocas volcánicas muy porosas	3.5
Rocas sedimentarias bien cementadas	0.6
Rocas sedimentarias no cementadas	1.6
Calizas y dolomías	1.0-2.0
Rocas ígneas compactas	1.4

En formaciones donde los poros de la roca están saturados al 100% de agua, el factor de saturación (S) toma el valor de uno, por lo que, al despejar la fórmula para determinar la porosidad, obtenemos:

$$\varphi = \left(\frac{a * \rho_w}{\rho_r} \right)^{\frac{1}{m}} \quad (10)$$

la cual nos permite calcular el valor de la porosidad conociendo el valor de resistividad del medio saturado (la resistividad obtenida de las tomografías) y el valor de resistividad del agua que satura los poros (obtenido de los perfiles de conductividad/resistividad en la columna de agua).

Se han utilizado algoritmos para inferir permeabilidades a partir de datos de porosidad (Hurtado et al. 2009). Por ejemplo, Pape & Schopper (1987) proponen un modelo denominado "Pigeon Hole", el cual está constituido por capilares cilíndricos con un radio efectivo, que permite el tránsito

de fluidos y por dos grupos de esferas suaves que representan los granos y los poros con radios r_{grain} y r_{site} , respectivamente.

De igual forma, Pape et al. (1999), basándose en la ecuación de Kozeny-Carman y el modelo “Pigeon Hole”, obtuvieron una ecuación generalizada para calcular la permeabilidad a partir de datos de porosidad y valores del factor de formación. Las ecuaciones obtenidas están dadas por:

$$k = a\varphi + b\varphi^m + c(10\varphi)^{Exp} \quad (11)$$

$$Exp = m + \frac{2}{C_1(3-D)} \quad (12)$$

$$C_1 = 0.263\varphi^{-0.2} \quad (13)$$

donde k es la permeabilidad, φ la porosidad, m el exponente de cementación y D la dimensión fractal asociada a la geometría del espacio poroso. Para la ecuación 11, los parámetros a , b y c dependen de las características del área de estudio y deben ser calculados en cada caso. Pape et al. (1999) presentaron el análisis de esta ecuación para diferentes litologías:

- Para areniscas promedio:

$$k = 31\varphi + 7463\varphi^2 + 191(10\varphi)^{10} \quad (14)$$

- Para areniscas arcillosas:

$$k = 6.2\varphi + 1493\varphi^2 + 58(10\varphi)^{10} \quad (15)$$

- Para lutitas:

$$k = 0.1\varphi + 26\varphi^2 + (10\varphi)^{10} \quad (16)$$

Hurtado et al (2009) plantearon una relación para obtener aproximaciones del valor de D para una arenisca promedio, a partir de valores de porosidad:

$$D = 3 + \frac{\log\left(\frac{\varphi}{0.534}\right)}{0.391 * \log\left(\frac{1}{2\varphi}\right)^4} \quad (17)$$

Para el caso de rocas carbonatas, Bohnsack et al. (2020) utilizó la siguiente ecuación para

calcular la permeabilidad con base en datos obtenidos de porosidades:

$$\log(k) = (A - B * \log(rfn)) + ((C - D * \log(rfn)) * \log(\varphi)) \quad (18)$$

donde k es la permeabilidad de la roca en milidarcy (mD), A = 9.7982, B = 12.0838, C = 8.6711, D = 8.2965, rfn es conocido como rock fabric number y tiene un rango de 0.5 a 4. El valor de rfn para calizasdolomíticas equivale a 4 y para calizas equivale a 1.5. Finalmente, φ es la porosidad efectiva.

Las rocas carbonatadas se caracterizan por la alta heterogeneidad que presentan, dependiendo del tipo de roca que presenten y el arreglo de sus poros. La relación entre la porosidad y la permeabilidad para las rocas carbonatadas es compleja; pueden existir casos donde ambas presentan una relación lineal positiva, mientras que en otros casos se puede presentar una alta permeabilidad y una baja porosidad, o viceversa.

Ling et al. (2014) identificaron la relación que existe entre la porosidad y la permeabilidad en diferentes tipos de rocas carbonatadas. Para el caso de los reservorios de rocas calizas, investigaron dos tipos de reservorios: KT-I, compuesto principalmente por dolomitas y KT-II, un reservorio de calizas. En la Figura 2.10 se puede observar la relación entre la porosidad y la permeabilidad obtenidas, el reservorio KT-II presenta una relación lineal entre los valores de porosidad y permeabilidad.

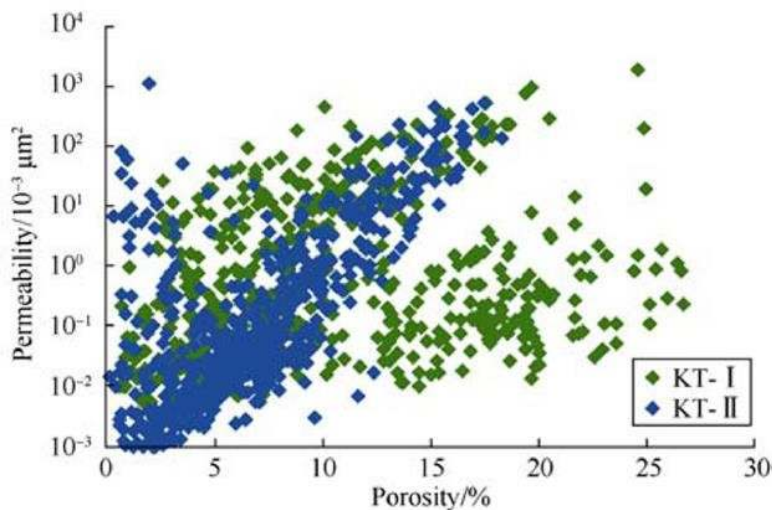


Figura 2.10 Relación entre la porosidad y la permeabilidad en rocas carbonatadas. (Ling et al. 2014). KT-I es un reservorio de dolomitas y KY-II un reservorio de calizas.

En la Figura 2.11 se puede observar que la existencia de fracturas en las rocas es importante

para conectar los poros, mejorando así la permeabilidad del reservorio. También se observa que la existencia de fracturas en zonas con baja porosidad causa aumentos en la permeabilidad.

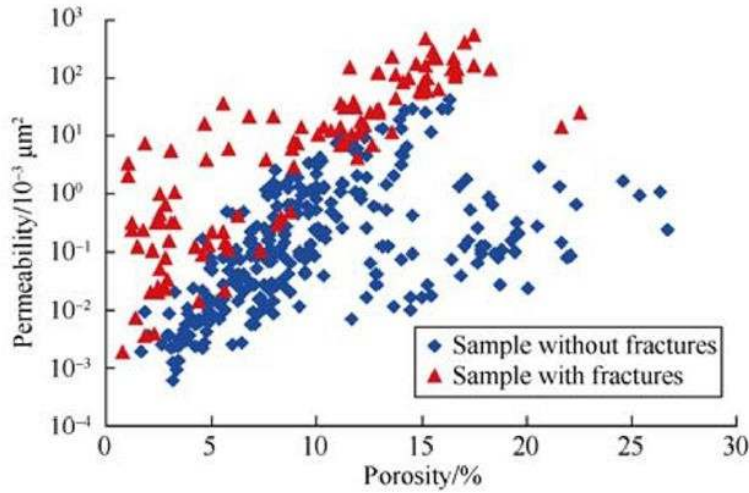


Figura 2.11 Efectos de las fracturas en las propiedades petrofísicas de los reservorios de caliza (Ling et al. 2014).

2.6 Modelación geoestadística

A continuación, se definen algunos conceptos fundamentales con el fin de entender las bases de la modelación geoestadística. Si a cada punto \underline{x} que pertenece a un dominio en el espacio, le hacemos corresponder una variable aleatoria $z(\underline{x})$, que pueden ser dependientes, entonces el conjunto de variables aleatorias espacialmente distribuidas $\{z(\underline{x}), \underline{x} \in \Omega\}$ será una función aleatoria $Z(\underline{x})$. Sea $\{Z(\underline{x}): \underline{x} \in D \subset \mathbb{R}^d\}$ el proceso estocástico que define la función aleatoria, para cualquier n puntos $\underline{x}_1, \underline{x}_2, \underline{x}_3, \dots, \underline{x}_n$, el vector aleatorio $Z(\underline{x}) = [Z(\underline{x}_1), Z(\underline{x}_2), Z(\underline{x}_3), \dots, Z(\underline{x}_n)]^T$, está definido por su función de distribución conjunta:

$$F[Z_1, Z_2, Z_3, \dots, Z_n] = P[Z(\underline{x}_1) \leq Z_1, Z(\underline{x}_2) \leq Z_2, Z(\underline{x}_3) \leq Z_3, \dots, Z(\underline{x}_n) \leq Z_n] \quad (19)$$

El conjunto de todas las distribuciones para todo el valor de n , constituye la ley espacial de probabilidad de la función aleatoria $Z(\underline{x})$. En la práctica es imposible de determinarla, por lo que solo se pueden inferir los primeros momentos de su distribución (Díaz-Viera, 2002).

Conocidas las densidades marginales univariadas y bivariadas, se pueden obtener los momentos de primer y segundo orden (momentos univariados). El momento de primer orden de $Z(\underline{x})$ es la esperanza matemática, la cual está definida por:

$$E(Z(x_i)) = m(x_i) \quad (20)$$

Los momentos de segundo orden considerados en geoestadística son:

$$Var(Z(x_i)) = E[\{Z(x_i) - m(x_i)\}^2] = \sigma_i^2 \quad (21)$$

$$C(Z(x_i), Z(x_j)) = E[Z(x_i) - m(x_i)][Z(x_j) - m(x_j)] \quad (22)$$

$$2\gamma(Z(x_i), Z(x_j)) = Var [Z(x_i) - Z(x_j)] \quad (23)$$

$$\gamma(Z(x_i), Z(x_j)) = \frac{1}{2} E[\{Z(x_i) - z(x_j)\}^2] \quad (24)$$

La ecuación 21 corresponde a la varianza, la ecuación 22 es la covarianza de dos funciones aleatorias $Z(x_i)$, $Z(x_j)$, mientras que las ecuaciones 23 y 24 corresponden a la función del semivariograma, también llamado función de semivarianza. La varianza, como el variograma siempre tendrán valores positivos, por otro lado, la covarianza puede tomar valores negativos.

Las funciones aleatorias se pueden clasificar de acuerdo con su grado de estacionaridad, como: estacionarias de segundo orden, aleatorias intrínsecas y aleatorias no estacionarias.

La función aleatoria se considera estacionaria si su función de distribución conjunta (ecuación 19) es invariante respecto a cualquier translación del vector \underline{h} , esto quiere decir que la función de distribución del vector aleatorio $Z(\underline{x}) = [Z(\underline{x}_1), Z(\underline{x}_2), Z(\underline{x}_3), \dots, Z(\underline{x}_n)]^T$ es idéntica a la del vector $Z(\underline{x}) = [Z(\underline{x}_1+\underline{h}), Z(\underline{x}_2+\underline{h}), Z(\underline{x}_3+\underline{h}), \dots, Z(\underline{x}_n+\underline{h})]^T$ para cualquier \underline{h} .

De acuerdo con Díaz-Viera (2002), una función aleatoria es estacionaria de segundo orden, si sus momentos de primer y segundo orden no dependen de la posición, es decir, si cumplen con los siguientes requisitos:

- 1) Su valor esperado existe y no depende de \underline{x}
- 2) Para cualquier par de funciones aleatorias $Z(\underline{x})$ y $Z(\underline{x}+\underline{h})$, su covarianza existe y solo depende de \underline{h} :

$$C(\underline{h}) \equiv C(\underline{x} + \underline{h}, \underline{x}) = E[\{Z(\underline{x} + \underline{h}) - Z(\underline{x})\}^2] - m^2 \quad (25)$$

la estacionaridad de la varianza implica que la varianza existe, es finita y no depende de \underline{x} :

$$\sigma_i^2 = C(\underline{0}) = Var[Z(\underline{x})] \quad (26)$$

bajo esta misma hipótesis, el semivariograma también es estacionario:

$$\gamma(\underline{h}) \equiv \gamma(\underline{x} + \underline{h}, \underline{x}) = \frac{1}{2} E[\{Z(\underline{x} + \underline{h}) - Z(\underline{x})\}^2] \quad (27)$$

además, existe una relación entre el semivariograma y la covarianza:

$$\gamma(\underline{h}) = C(\underline{0}) - C(\underline{h}) \quad (28)$$

A las funciones aleatorias que no sean estacionarias de segundo orden, pero sus diferencias $Z(\underline{x} + \underline{h}) - Z(\underline{x})$ sí son estacionarias de segundo orden, se les denomina intrínsecas. Por lo tanto, las funciones aleatorias intrínsecas son aquellas que cumplen con las siguientes condiciones:

a) El valor esperado de la diferencia es:

$$E [Z(\underline{x} + \underline{h}) - Z(\underline{x})] = 0 \quad (29)$$

b) La varianza de la diferencia es la función de semivarianza:

$$Var [Z(\underline{x} + \underline{h}) - Z(\underline{x})] = 2\gamma(\underline{h}) \quad (30)$$

a esas condiciones se les conocen como hipótesis intrínseca.

Las funciones aleatorias pueden ser no estacionarias, en este caso su esperanza matemática y el semivariograma depende de \underline{x} , es decir:

$$E [Z(\underline{x})] = m(\underline{x}) \quad (31)$$

$$\gamma(\underline{x} + \underline{h}, \underline{x}) = \gamma_R(\underline{h}) + \frac{1}{2} \{m(\underline{x} + \underline{h}) - m(\underline{x})\}^2 \quad (32)$$

La primera etapa en el desarrollo de un análisis geoestadístico es la determinación de la dependencia espacial entre los datos medidos de una variable. Consiste en estimar y modelar una función que refleje la correlación espacial de la función aleatoria (Díaz-Viera, 2002). Para esto, con base en la información muestral, se utilizan tres funciones: el semivariograma o variograma, el covariograma y el correlograma.

El semivariograma está denotado por:

$$\gamma(h) = \frac{1}{2} Var[Z(\underline{x} + \underline{h}) - Z(\underline{x})] = \frac{1}{2} E[\{Z(\underline{x} + \underline{h}) - Z(\underline{x})\}^2] \quad (33)$$

este caracteriza las propiedades de dependencia espacial del proceso. Para las funciones

aleatorias que cumplan con la hipótesis intrínseca, existe la función de semivarianza, la cual es estimada por el método de momentos, a través del semivariograma experimental (Wackernagel, 1995):

$$\gamma(h) = \frac{\sum [(Z(\underline{x} + \underline{h}) - Z(\underline{x}))^2]}{2N(h)} \quad (34)$$

donde $Z(\underline{x})$ es el valor de la variable en un sitio \underline{x} , $Z(\underline{x}+\underline{h})$ es otro valor muestral separado del anterior por una distancia \underline{h} y $N(\underline{h})$ es el número pares $Z(\underline{x})$ y $Z(\underline{x}+\underline{h})$ separados a una distancia $h=|\underline{h}|$.

El semivariograma es una media muestral y cuenta con las siguientes características:

- Es un estimador no paramétrico.
- Se recomienda que los datos presenten una distribución normal y no se presente asimetría para que el sesgo sea el mínimo posible y no se presenten desviaciones en la estimación del semivariograma.

Las desviaciones del semivariograma pueden originarse por las desviaciones en la distribución o asimetría, por la no homogeneidad de la varianza, por desviaciones en el muestreo (tener una zona con muchos más datos en comparación con otra) y por la existencia de valores atípicos. Es por lo que, se deben cumplir los siguientes requisitos para que el estimador del variograma sea óptimo (Díaz-Viera, 2020):

- La distribución de probabilidad sea normal o en su defecto, que los datos sean lo más simétricos posibles.
- No debe existir tendencia, al menos la media debe ser estacionaria.
- No debe ser afectado por valores atípicos.
- Deben tener una distribución espacial homogénea.

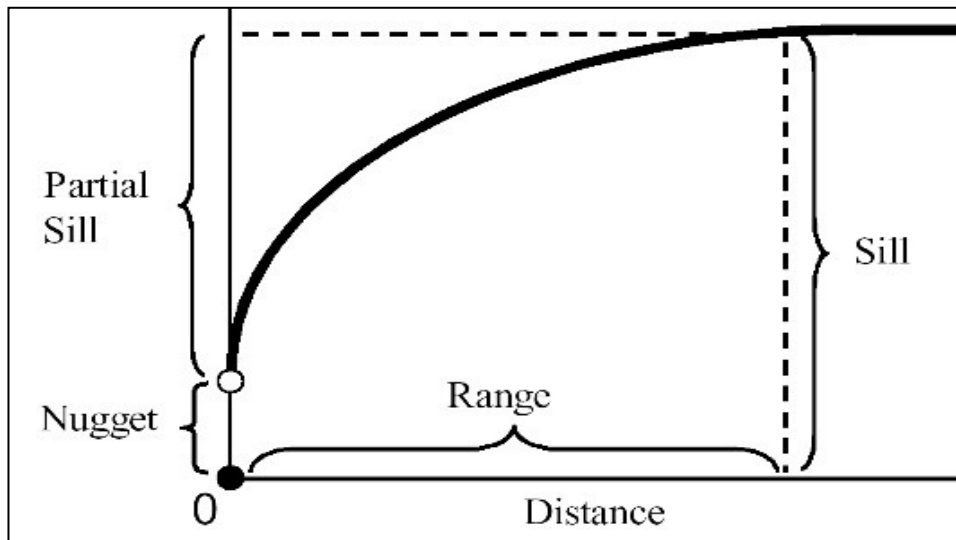


Figura 2.12 Comportamiento típico de un variograma acotado con una representación de los parámetros básicos. Tomado de Giraldo (2002).

De la Figura 2.11 pueden observarse varias características típicas de un variograma. El efecto *nugget* o microvarianza, es la ordenada en el origen, es causada por la información que no puede tomarse en cuenta debido a la separación mínima que presentan los datos. La *meseta* (Sill) es la cota superior del variograma, el *rango* (Range) es la distancia en la cual el valor del variograma no es significativamente diferente con respecto a la meseta, podemos decir que, a partir de este punto la dependencia que presentan los datos es insignificante (es decir, son independientes).

Las funciones que pueden ser consideradas como modelos válidos de variogramas se conocen como modelos autorizados y se pueden dividir en transitivos (acotados) y no acotados. Es aceptable la combinación lineal de modelos autorizados para una mejor representación del variograma.

Los modelos transitivos o acotados se derivan a partir de la autocorrelación entre los valores promedios dentro de los bloques, se fundamentan en que la función aleatoria depende del grado de solapamiento de los dos bloques, es decir, una zona de transición (Díaz-Viera, 2002).

A continuación, se presenta los modelos más comunes y representaciones matemáticas. En todos los casos S hace referencia a la meseta y a al alcance.

Modelo esférico

En la Figura 2.12 se puede observar el comportamiento de este modelo, el cual presenta un crecimiento lineal al inicio, que se convierte en un valor constante cuando se llega al valor del alcance. El variograma de este modelo está dado por:

$$\text{Para } 0 \leq h \leq a, \gamma(h) = \frac{s}{2} \left\{ 3 \left(\frac{h}{a} \right) - \left(\frac{h}{a} \right)^3 \right\} \quad (35)$$

$$\text{Para } h > a, \gamma(h) = s \quad (36)$$

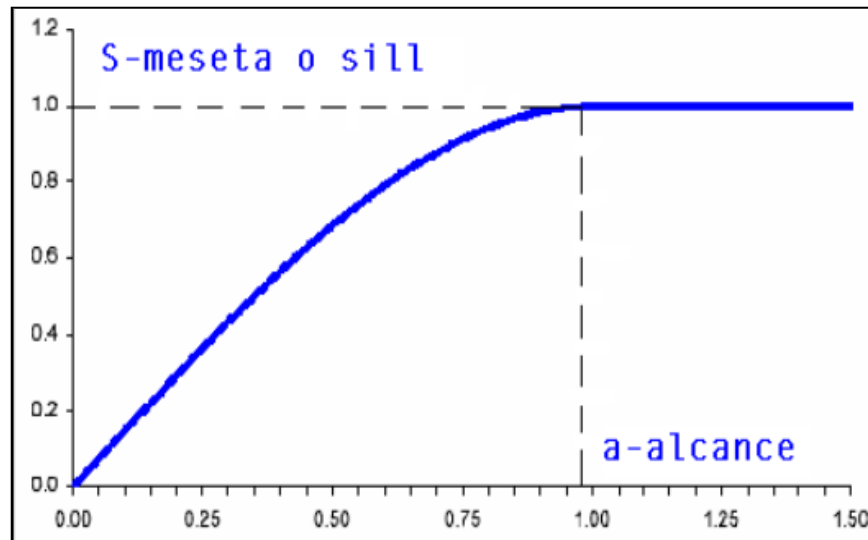


Figura 2.13 Ejemplo de un variograma utilizando el modelo esférico. Tomado de Díaz-Viera (2020).

Modelo exponencial

Si el solapamiento de los bloques varía su tamaño de forma aleatoria, se obtiene un variograma exponencial. Este modelo es asintótico con respecto a la meseta, el alcance es aproximadamente el 95% de la meseta, como se observa en la Figura 2.13.

$$\text{Para } h \geq 0, \gamma(h) = s [1 - \exp(-\frac{3h}{a})] \quad (37)$$

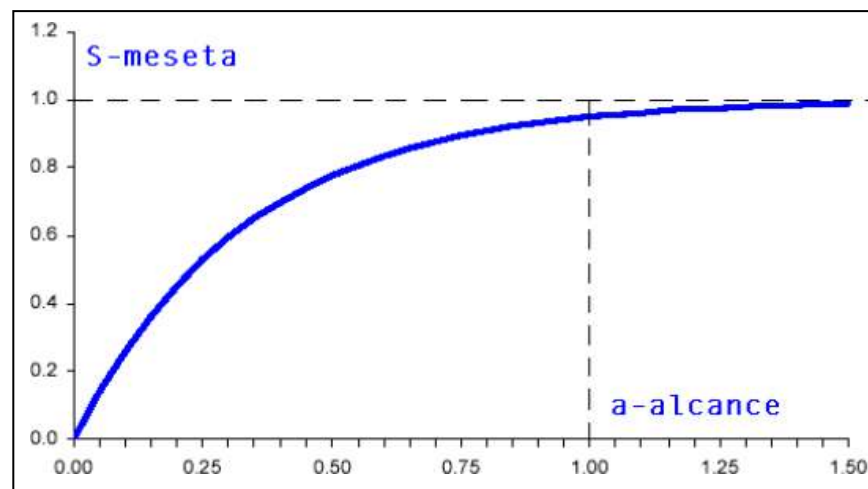


Figura 2.14 Ejemplo de un variograma utilizando el modelo exponencial. Tomado de Díaz-Viera (2020).

Modelo Gaussiano

Está dado por:

$$\text{Para } h \geq 0, \gamma(h) = s \left[1 - \exp\left(-\left(\frac{3h}{a}\right)^2\right) \right] \quad (38)$$

de forma gráfica, el variograma se muestra en la Figura 2.14.

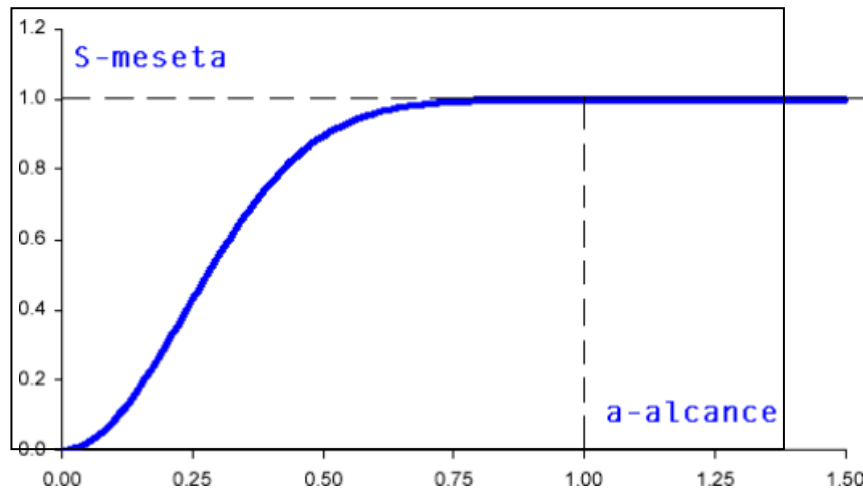


Figura 2.15 Ejemplo de un variograma utilizando el modelo Gaussiano. Tomado de Díaz-Viera (2020).

Modelo efecto agujero (Hole)

Es indicativo de fenómenos con componentes periódicas. Puede ser usado para representar procesos continuos que muestran un comportamiento periódico, su uso se limita a procesos de una dimensión. Está dado por:

$$\text{Para } h \geq 0, \gamma(h) = s \left[1 - \cos\left(\frac{\pi h}{a}\right) \right] \quad (39)$$

gráficamente se representa en la Figura 2.15.

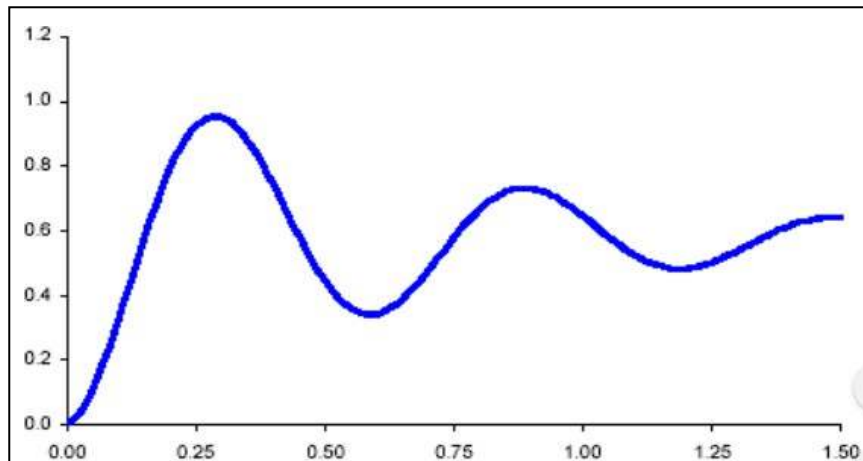


Figura 2.16 Ejemplo de un variograma utilizando el modelo efecto agujero. Tomado de Díaz-Viera (2020).

Modelo efecto pepita (Nugget)

Este modelo indica que los datos no presentan correlación espacial o presentan muy poca:

$$\text{Para } h \geq 0, \gamma(h) = s [1 - \delta(h)] \quad (40)$$

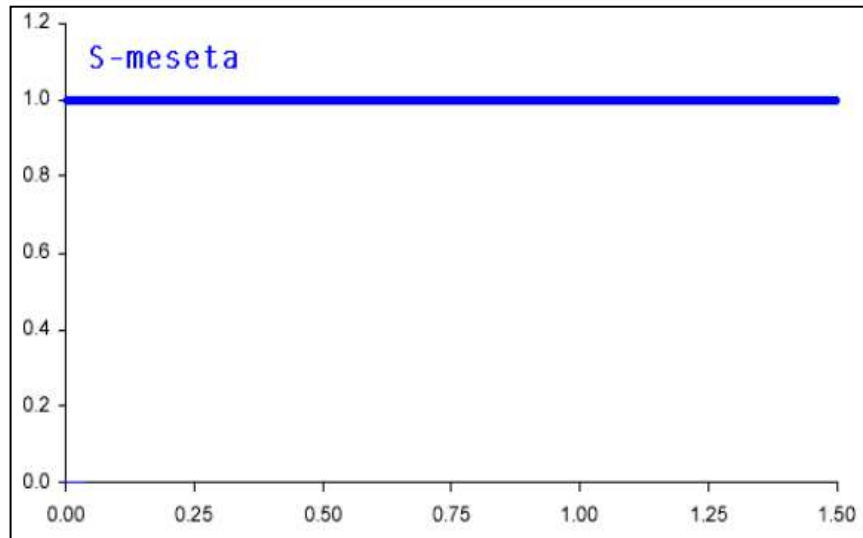


Figura 2.17 Ejemplo de un variograma utilizando el modelo efecto pepita. Tomado de Díaz-Viera (2020).

En los casos en que la varianza aparenta incrementar indefinidamente se utilizan los modelos no acotados, estos modelos están asociados a los procesos fractales. Algunos de estos modelos se presentan a continuación.

Modelo potencia

Se define como:

$$\gamma(h) = \frac{1}{2} h^\theta \text{ para } 0 < \theta < 2 \quad (41)$$

en casos extremos, cuando $\theta=2$ se genera una parábola, esto no representa un proceso aleatorio. Cuando $\theta=0$ indica que es ruido puro (efecto nugget).

Modelo logarítmico (Modelo de Wigsian)

Este modelo puede ser útil cuando el variograma se comporta linealmente si se usa una escala logarítmica para las distancias, se define como:

$$\gamma(h) = k \log(h) \quad (42)$$

La selección de un modelo que se adecue al comportamiento de nuestros datos es una labor muy

importante, ya que de acuerdo con el modelo y los parámetros específicos que se usen se obtendrán estimaciones diferentes. Una vez obtenido el modelo del variograma, el siguiente paso es su validación. Uno de los métodos más sencillos y eficientes para esto es el método *leave one out*. Este consiste en sacar un elemento de la muestra y estimar el valor en ese punto con Kriging, utilizando el variograma obtenido. Este procedimiento se realiza para el resto de los elementos de la muestra. Si el modelo de variograma refleja adecuadamente la estructura espacial implícita en el conjunto de datos, los valores estimados deberían ser cercanos a los valores de los datos.

Kriging es un método de inferencia espacial, que nos permite estimar valores de una variable en lugares no muestreados, utilizando la información proporcionada por las muestras obtenidas. Es conocido como el mejor estimador lineal insesgado de un punto y el mejor promedio lineal móvil ponderado de un bloque (Matheron, 1970). Existen diferentes tipos de Kriging. En la Tabla 2.3 y la Tabla 2.4 se presenta la clasificación según la forma del estimador y según la distribución de probabilidad de los datos. El Kriging puede ser puntual o en bloques, según el tipo de soporte de medición de los datos.

Tabla 2.3 Clasificación de los tipos de kriging, según la forma del estimado.

Lineales	No lineales
<i>Simple</i>	<i>Disyuntivo</i>
<i>Ordinario</i>	<i>Indicador</i>
<i>Universal</i>	<i>Probabilístico</i>
<i>Residual</i>	

Tabla 2.4 Clasificación de los tipos de kriging, paramétrico y no paramétrico.

Paramétrico	No paramétrico
Multigaussiano	Simple
Disyuntivo	Ordinario
Lognormal	Universal
	Residual
	Indicador
	Probabilístico

Sea $Z(\underline{x})$ una función aleatoria estacionaria de segundo orden definida en ciertos puntos $[Z(\underline{x}_i), i= 1, \dots, n]$, con un valor esperado, covarianza y variograma dados por:

$$E[Z(\underline{x})] = m \quad \forall \underline{x} \quad (43)$$

$$C(\underline{x}) = E[Z(\underline{x} + \underline{h})Z(\underline{x})] - m^2 \quad (44)$$

$$\frac{1}{2}Var[Z(\underline{x} + \underline{h}) - Z(\underline{x})] = \gamma(\underline{h}) \quad (45)$$

donde m es una constante generalmente desconocida, y al menos uno de los dos momentos se supone conocido. Cuando solamente existe el variograma, la función aleatoria $Z(\underline{x})$ se considera intrínseca.

El estimador lineal Z^*_k considerado es una combinación lineal de n valores de datos, tal que:

$$Z^*(\underline{x}_k) = \sum_{i=1}^n \lambda_i Z(x_i) \quad (46)$$

donde $Z^*_k = Z^*(\underline{x}_k)$. Los n coeficientes λ_i se calculan de tal manera que el estimador sea insesgado y que la varianza de la estimación sea mínima. Esto implica que:

$$E[Z^*(\underline{x}_k)] = E\left[\sum_{i=1}^n \lambda_i Z(x_i)\right] = E[Z(\underline{x}_k)] = m \quad (47)$$

$$\sum_{i=1}^n \lambda_i m = m \Rightarrow \sum_{i=1}^n \lambda_i = 1 \quad (48)$$

a esto se le denomina condición de insesgadez. Cuando esta se cumple se obtiene un valor esperado del error igual a cero.

Por otro lado, para que se cumpla la condición de que la estimación de la varianza sea mínima se tiene que minimizar la siguiente función:

$$F = \sigma_e^2 - 2\mu\left[\sum_{i=1}^n \lambda_i - 1\right] \quad (49)$$

donde σ_e^2 es la varianza de la estimación y μ es un multiplicador de Lagrange.

La varianza de la estimación se expresa de la siguiente manera:

$$\sigma_e^2 = Var[Z_k] - 2Cov[Z_k, Z^*_k] + Var[Z^*_k] \quad (50)$$

sustituyendo en la ecuación 50 la expresión del estimador Z^*_k (ecuación 46), tenemos:

$$\sigma_e^2 = Var[Z_k] - 2Cov\left[Z_k, \sum_{i=1}^n \lambda_i Z(x_i)\right] + Var\left[\sum_{i=1}^n \lambda_i Z(x_i)\right] \quad (51)$$

desarrollando obtenemos:

$$\sigma_e^2 = \sigma_{Z_k}^2 - 2 \sum_{i=1}^n \lambda_i \sigma_{Z_k Z_i} + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \lambda_i \lambda_j Z_k Z_i \quad (52)$$

al encontrar las derivadas parciales de F respecto a los coeficientes desconocidos, se obtiene el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j \sigma_{Z_i Z_j} - \mu = \sigma_{Z_i Z_j}, \quad i = 1, \dots, n \quad (53)$$

$$\sum_{i=1}^n \lambda_i = 1 \quad (54)$$

todos los estimadores kriging pueden ser interpretados como proyecciones de un valor desconocido $Z(\underline{x})$ en el conjunto de los posibles estimadores, esto quiere decir que, si el conjunto en el cual es hecha la proyección es más amplio, más cercano estará el estimador kriging correspondiente del valor desconocido y se necesitarán más requisitos. Cada tipo de kriging tiene sus requisitos de aplicación, a continuación, se verán de manera resumida estos requisitos para los tipos más utilizados.

Kriging simple

Es un kriging lineal con valores esperados conocidos. Para aplicar este estimador se requiere conocer los valores esperados de la función aleatoria y conocer la función de covarianzas o semivarianzas:

$$m(x_i) = E[Z(\underline{x}_i)], \quad \forall i = 0, \dots, n \quad (55)$$

en este caso, la función aleatoria ya no es de segundo orden si los valores esperados no son constantes (dependen de la posición). En caso de que sean constantes, la función aleatoria si puede ser de segundo orden.

El sistema de ecuaciones que rige este tipo de kriging está dado por:

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j \sigma_{ij} = \sigma_{i0}, \quad i = 1, \dots, n \quad (56)$$

$$\lambda_0 = m(\underline{x}_0) - \sum_{i=1}^n \lambda_i m(x_i) \quad (57)$$

su estimador se define por:

$$Z_0^* = \lambda_0 + \sum_{i=1}^n \lambda_i Z(x_i) \quad (58)$$

la varianza de la estimación está dada por:

$$\sigma_{k_s}^2 = \sigma_{00} - \sum_{i=1}^n \lambda_i \sigma_{i0} \quad (59)$$

Kriging ordinario

Es un kriging lineal con valor esperado estacionario pero desconocido, para aplicar este estimador se requiere que el valor esperado de la función aleatoria sea constante (cumple al menos con la hipótesis intrínseca) y conocer la función de covarianzas o el semivariograma.

El sistema de ecuaciones que rige este tipo de kriging está dado por:

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j \sigma_{ij} - \mu = \sigma_{0i}, \quad i = 1, \dots, n \quad (60)$$

$$\sum_{i=1}^n \lambda_i = 1 \quad (61)$$

su estimador se define por:

$$Z_0^* = \sum_{i=1}^n \lambda_i Z(x_i) \quad (62)$$

Mientras que la varianza de la estimación está dada por:

$$\sigma_{k_s}^2 = \sigma_{00} - \sum_{i=1}^n \lambda_i \sigma_{i0} + \mu \quad (63)$$

Kriging universal

Es un kriging lineal en presencia de tendencia (no estacionaridad). Para aplicar este estimador se requiere conocer la forma de la tendencia expresada usualmente mediante polinomios:

$$m(\underline{x}) = E[Z(\underline{x})] = \sum_1 a_1 \varphi_1(\underline{x}) \quad (64)$$

además, se debe conocer la función de covarianzas o el semivariograma de la función

aleatoria sin tendencia:

$$\sigma_{ij}, \gamma_{ij} \text{ para: } Z(\underline{x}) - m(\underline{x}) \quad (65)$$

Este kriging se basa en la prueba y error de las variables, convirtiéndolo en un estimador no sistemático, volviéndolo impráctico en casos donde no se conoce el orden de la tendencia y la función de covarianza o semivarianza sin tendencia. El variograma no es conocido y se debe de estimar a partir de los residuales $R(\underline{x})$.

El sistema de ecuaciones que rige este tipo de kriging está dado por:

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j \sigma_{ij} - \sum_{l=1}^L \mu_l \varphi_l(\underline{x}_i) = \sigma_{0i}, \quad i = 1, \dots, n \quad (66)$$

$$\sum_{i=1}^n \lambda_i \varphi_l(\underline{x}_i) = \varphi_l(\underline{x}_0), \quad l = 1, \dots, L \quad (67)$$

su estimador se define por:

$$Z_0^* = \sum_{i=1}^n \lambda_i Z(x_i) \quad (68)$$

finalmente, la varianza de la estimación está dada por:

$$\sigma_{k_U}^2 = \sigma_{00} - \sum_{i=1}^n \lambda_i \sigma_{i0} + \sum_{l=1}^L \mu_l \varphi_l(\underline{x}_0) \quad (69)$$

Kriging Residual

Consiste en considerar conocido el orden de la tendencia $m(\underline{x})$, utilizando mínimos cuadrados ordinarios $m^*(\underline{x})$ y a partir de ésta obtener los residuos $R(\underline{x})$, los cuales deben cumplir al menos con la hipótesis intrínseca. A los residuos se les aplica kriging ordinario.

Para realizar este tipo de kriging, Díaz-Viera (2002) propone el siguiente algoritmo a seguir:

- 1) Obtener el orden k del polinomio que mejor represente la tendencia.
- 2) Ajustar mediante mínimos cuadrados ordinarios la deriva $m_k^*(\underline{x})$
- 3) Calcular los residuos $R(\underline{x}) = Z(\underline{x}) - m_k^*(\underline{x})$

- 4) Estimar y modelar el semivariograma de los residuos $\gamma_R(\underline{h})$
- 5) Aplicar kriging ordinario a los residuos $R(\underline{x})$ usando el semivariograma $\gamma_R(\underline{h})$
- 6) Se obtiene la estimación en un punto no observado como $Z^*(\underline{x}) = m_k^*(\underline{x}) + R^*(\underline{x})$

En general, los estimadores kriging son interpoladores exactos, nos permiten incorporar el modelo de variabilidad espacial, el cual es obtenido mediante el análisis variográfico, nos proporcionan una medida de la precisión de la estimación y su precisión depende de varios factores, como el número de las muestras, su localización, la distancia entre las muestras y los puntos/bloques a estimar.

CAPÍTULO 3

METODOLOGÍA

En la Figura 3.1 se presenta un diagrama esquemático de la metodología utilizada en el presente trabajo de tesis, una vez que el área de estudio ha sido seleccionada. Las etapas de esta metodología incluyen la recopilación de información de tomografías de resistividad eléctrica (ERT); el procesamiento y reinversión de los datos para obtener las secciones de resistividad real en 2D; la recopilación de perfiles de conductividad (CE)/resistividad eléctrica en pozos y/o cenotes; la recopilación y análisis de información petrofísica del área de estudio. Finalmente, utilizando la ley de Archie se estiman las secciones de porosidad correspondientes a cada sección de resistividad real. Con los valores de porosidad obtenidos se procede a la etapa de modelación geoestadística.

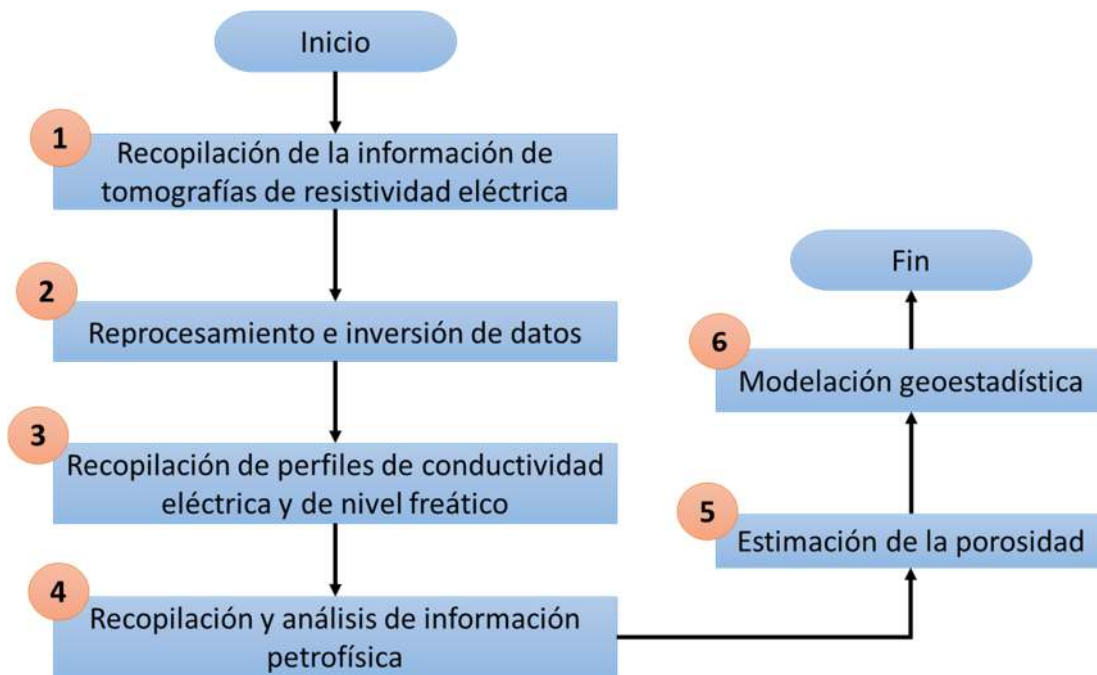


Figura 3.1 Diagrama esquemático de la metodología utilizada para la obtención de los modelos de porosidad y conductividad hidráulica.

3.1 Zona de estudio

La zona de estudio elegida fue el centro urbano Akumal, que se localiza al este del estado de Quintana Roo, aproximadamente a 15 Km al norte del municipio de Tulum, sobre la costa del Caribe Mexicano. A partir del 2001, se le confirió un papel importante como complemento en el

equilibrio del desarrollo de la Riviera Maya, lo que significa que la demanda de vivienda, servicios y calidad de vida aumentarán, debido a las actividades turísticas (Dirección de Desarrollo Urbano Municipal, 2007). Actualmente, las tasas de crecimiento poblacional son similares a otras zonas del estado que presentaron crecimientos acelerados y desordenados.

Se ha demostrado que esta zona se comporta como una microcuenca (Zamora-Luria et al., 2020). Debido a esto, sin un plan adecuado de extracción de agua del acuífero, podrían existir problemas de sobreexplotación y escasez del recurso hídrico a futuro. Por esta razón, Akumal se convierte en una zona potencial para poder realizar este trabajo de tesis, ya que la información generada podría permitir a futuro una modelación a escala local del comportamiento del acuífero, lo que podría coadyuvar al desarrollo de un plan de explotación sostenible del recurso hídrico.

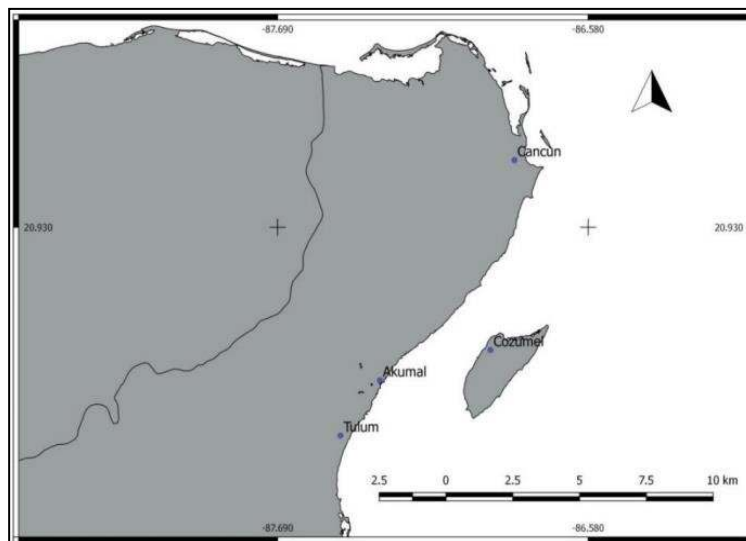


Figura 3.2 Localización de Akumal con relación al este del Caribe mexicano. Tomado de Zamora-Luria.(2019).

3.2 Recopilación de la información de tomografías de resistividad eléctrica

Se utilizaron las mediciones de tomografías de resistividad eléctrica obtenidas por Zamora-Luria et al. (2020), quienes utilizaron un equipo SuperSting R1/IPA AGI (Advances Geosciences Inc., Austin, Texas) de 70 electrodos, con espaciamento de 5 metros entre los mismos, por lo que cada transecto geofísico tuvo una extensión de 345 metros. Se recopiló la información de ocho transectos de ERT, la mitad utilizando el arreglo Wenner y la otra mitad utilizando el arreglo dipolo-dipolo. Estos transectos se realizaron en diferentes puntos de la zona de Akumal como puede observarse en la Figura 3.3.

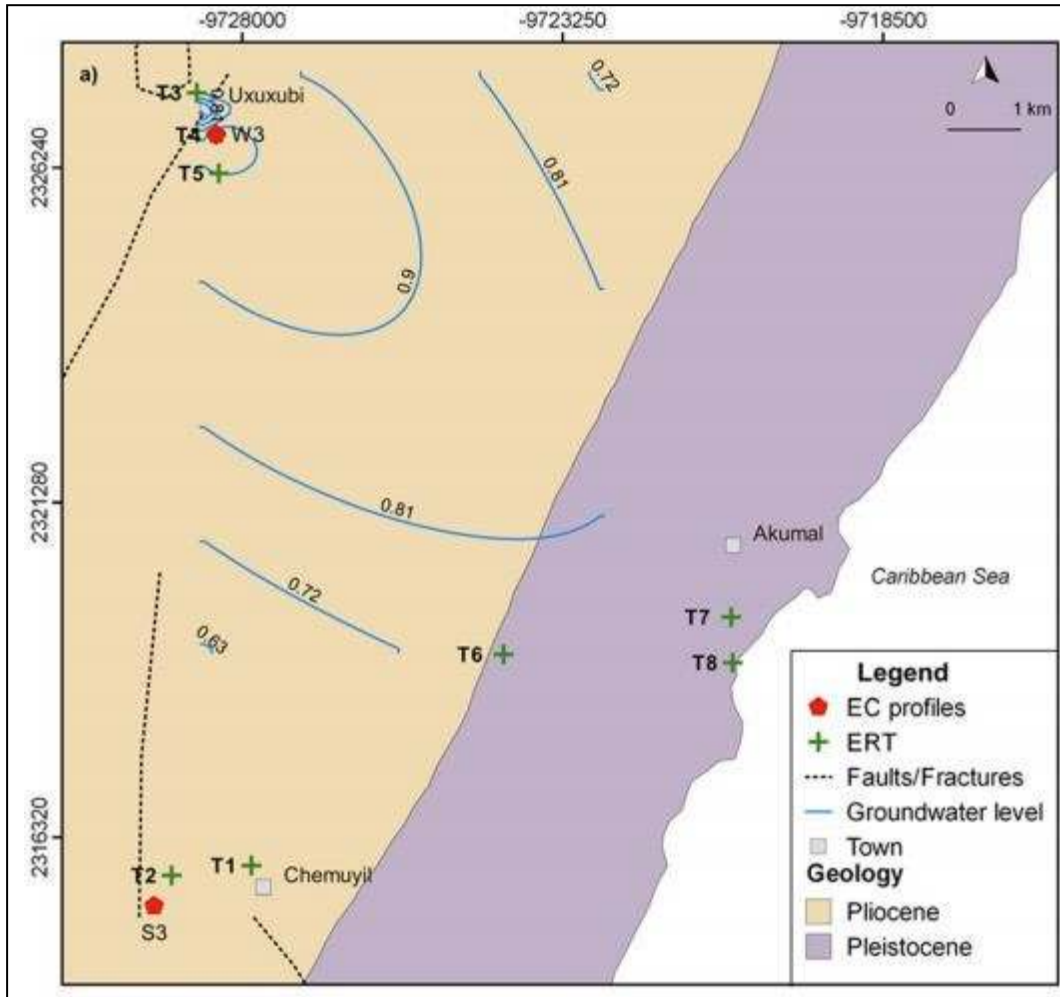


Figura 3.3. Localización de los transectos en la zona de estudio de Akumal, tomado de Zamora-Luria et al., (2020).

3.3 Procesamiento y reinversión de datos

Las mediciones fueron procesadas con el software AGI EarthImager 2D. El proceso de inversión consta de tres partes: ajustes iniciales, simulación directa e inversión. En la etapa de ajustes iniciales, se remueven los datos que no contienen mediciones de voltajes o con valores de voltaje muy bajos, con el fin de disminuir el ruido durante el proceso de inversión y procesar datos de buena intensidad. En la etapa de simulación directa se selecciona el modelo que más se adecue a las características del acuífero. En la etapa de inversión se seleccionan parámetros asociados al proceso numérico de inversión.

En cada una de las etapas del proceso se utilizaron los parámetros recomendados por Zamora-Luria (2019), los cuales se describen a continuación:

- Ajustes iniciales: se descartaron valores de voltaje y resistividad menores a 0.2 mV y 0.1 ohm-m, respectivamente, así mismo se descartaron valores de resistividad mayores a 10^5 ohm-m.
- Simulación directa: se eligió el método de elementos finitos con una descomposición de Cholesky y una condición de frontera de tipo Dirichlet.
- Etapa de inversión: se seleccionó un valor de 15 como el número máximo de iteraciones, un RMS (Root Mean Square) máximo de 5% y una reducción del error del 5%. Como modelo de resistividades iniciales se seleccionó la pseudosección de resistividad aparente.

Aunque la caracterización de cada perfil ya fue realizada por Zamora-Luria et al. (2020), la finalidad de la reinversión de los datos de campo fue obtener secciones de resistividad con valores de RMS y L2 similares entre ellas, ya que en el proceso de obtención de las porosidades se requieren imágenes que estén dentro de la misma escala de precisión. Todas las imágenes se encuentran en la misma escala de resistividades (misma escala de color) a excepción de la Tomografía 8 (T8), la cual cuenta con una escala menor para apreciar mejor la zona saturada de agua salada. Además, todas cumplen con la condición de tener un RMS menor a 5% y un valor de la norma L2 cercano a 1. Las imágenes obtenidas son muy similares a las reportadas por Zamora-Luria et al. (2020).

3.4 Recopilación de perfiles de conductividad eléctrica y profundidad al nivel freático

Se recopilaron y utilizaron las mediciones de perfiles de conductividad/resistividad eléctrica obtenidas por Zamora-Luria et al. (2020). Estas mediciones constan de dos perfiles en la zona de saturación del acuífero, el primer perfil (W3) medido en un pozo de observación, ubicado a una distancia de 5 m perpendicular a la sección media del transecto T4, y a una distancia de 10 km de la costa. El segundo (S3) medido en un cenote en Chemuyil, ubicado a 50 m en paralelo del inicio del transecto T2, y a una distancia de 6 km de la costa. De acuerdo con estos perfiles, el nivel freático se encuentra a 4.774 m de profundidad para W3 y a 10.96 m para S3.

3.5 Recopilación y análisis de información petrofísica

Con respecto a la información petrofísica, se recopilaron los parámetros de la Ley de Archie para rocas carbonatadas, con características similares a las reportadas en la zona de estudio. Estos parámetros fueron el coeficiente de tortuosidad y el exponente de cementación.

Para obtener valores de porosidad apropiados mediante la aplicación de la ley de Archie, se eligieron los valores del exponente de cementación (m) y del coeficiente de tortuosidad (a)

representativos del tipo de rocas en el área de estudio. Los resultados de la recopilación se presentan en la Tabla 3.1 y Tabla 3.2.

Tabla 3.1 Valores del exponente de cementación (m) en rocas carbonatadas.

Valor de m	Consideraciones	Referencias
2.0	Valor promedio en rocas carbonatadas	Ballay, G. (2012); Qin et al. (2016)
1.3	Rocas carbonatadas no consolidadas	Ballay, G. (2012)
2.0	Sistemas con porosidad intergranular dominante	Ballay, G. (2012); Focke & Munn (1987)
2.0	Doble porosidad (matricial + vugulos/fracturas)	Kazatchenko & Mousatov (2002)
1.76-1.92	Arenisca limpia, granos medianos a finos	Hill & Milburn (1956)
1.93-2.08	Calizas	Hill & Milburn (1956)
1.96-2.0	Sistemas donde predomina el flujo en fallas o fracturas	Azar et al. (2007)
1.89-2.13	Sistemas donde la porosidad es 100% de fracturas	Ramson (1986)
1.8-2.0	Caliza dolomítica	Kwader (1985)

Tabla 3.2 Valores del coeficiente de tortuosidad (a) en rocas carbonatadas.

Valor de a	Consideraciones	Referencia
1.0-1.4	Valor promedio en rocas carbonatadas	Adisoemarta et al. (2000)
1.0	Sistemas granulares carbonatados	Kwader (1985)
1.19	Sistema carbonatado heterogéneo	Mohamad & Hamada (2017)
1.12	Calizas y dolomitas con porosidad vugular	Hamada et al. (2013)
1.0	Porosidad vugular predominante	Ballay, G. (2012)
1.0	Valor promedio en rocas carbonatadas	Heydari et al. (2013)

3.6 Delimitación de la zona saturada del acuífero

Para delimitar la zona saturada del acuífero se utilizó el modelo conceptual de resistividades

obtenido por Zamora-Luria et al. (2020). En este modelo se especifican los valores de resistividad promedio que presentan las zonas de transición del acuífero. Para las tomografías en las que no se contaba con mediciones del nivel freático cercanas, se utilizó este modelo para delimitar la profundidad a la cual termina la zona vadosa y empieza la zona de saturación del acuífero. Esto se realiza obteniendo los promedios horizontales de los datos de resistividad a diferentes profundidades y comparando estos promedios con los establecidos en el modelo de resistividades del acuífero, el cual se indica en la Tabla 3.3.

Tabla 3.3 Modelo conceptual de resistividades del acuífero de Akumal (Zamora-Luria et al. 2020)

Zona de transición	Resistividad (Ωm)
Zona vadosa	>1052
Carbonatos saturados con agua dulce	63-1052
Carbonatos saturados con agua salobre	7.3-63
Carbonatos saturados con agua salada	<7.3

3.7 Estimación de las secciones de porosidad

Para obtener las secciones de porosidad real se utiliza la ley de Archie. Con este fin, se escribió un script en Matlab, en el cual se requiere ingresar los valores del perfil de conductividad/resistividad del agua (en una hoja de cálculo), las secciones de resistividad real en la zona de saturación del acuífero (obtenidas del proceso de inversión y en formato *.txt*), la profundidad a la que inicia la zona saturada del acuífero en el sitio donde se realizó la tomografía y los parámetros de rocas carbonatadas que se utilizarán en la ley de Archie.

3.8 Modelación geoestadística

En la Figura 3.5 se presenta la metodología de modelación geoestadística utilizada para la obtención de los modelos de porosidad y conductividad hidráulica del acuífero. A grandes rasgos, un análisis geoestadístico requiere realizar un análisis exploratorio de datos, un análisis variográfico, el proceso de estimación espacial y la simulación estocástica espacial.

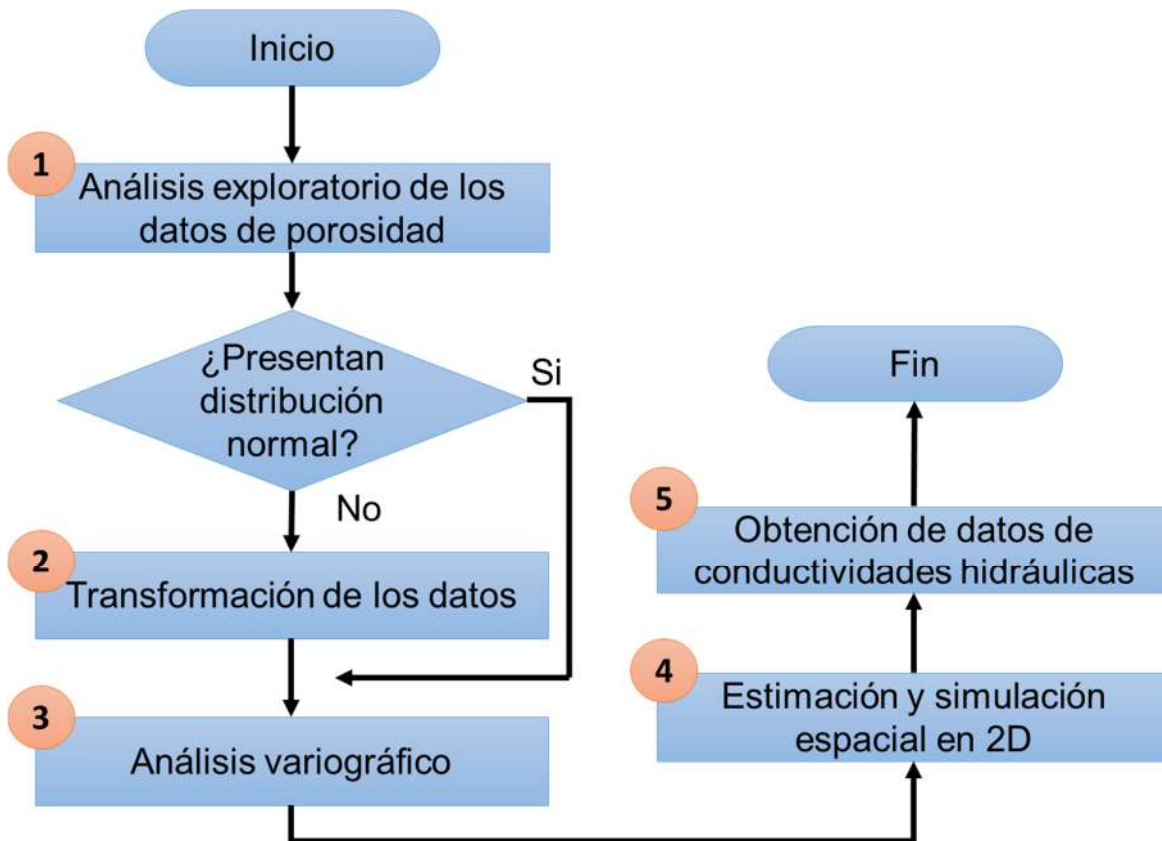


Figura 3.4 Pasos de la modelación geoestadística.

3.8.1 Análisis exploratorio de datos

El análisis exploratorio de datos (AED), nos permite entender el comportamiento de los datos y las relaciones que presentan las variables con las que se trabajarán (porosidad). Consiste en aplicar técnicas estadísticas y gráficas para analizar de manera univariada y posteriormente bivariada los datos. Esta etapa es de las más importantes debido a que permite identificar valores atípicos, evaluar datos ausentes y comprobar los supuestos que deben de cumplir las técnicas geoestadísticas.

Se realizó el AED obteniéndose los estadígrafos para los datos de porosidad obtenidos a partir de cada tomografía. Se analizaron los datos duros (sin alterar), los datos sin valores atípicos y los datos transformados utilizando transformaciones logarítmicas y de raíz cuadrada, esto con el fin de que la distribución de los datos sea lo más simétrica posible, ya que los operadores promedio que se utilizan en la modelación geoestadística son muy sensibles a asimetrías.

3.8.2 Análisis Variográfico

El análisis variográfico, nos permite caracterizar la estructura espacial de una propiedad o fenómeno. Consiste en estimar y modelar una función que refleje la correlación espacial de la función aleatoria, al adoptar la hipótesis más adecuada que defina su variabilidad (Díaz-Viera, 2002). El modelo obtenido del variograma se debe de ajustar mediante prueba y error, para después validar el mismo. El método de validación cruzada que se empleó es el “*leave one out*”, este método consiste en sacar un elemento de la muestra y estimar el valor en ese punto con Kriging, empleando el modelo de variograma obtenido, este procedimiento se debe de realizar con todos los elementos restantes.

Para que un variograma se considere adecuado, debe cumplir con ciertas consideraciones:

- La distribución de probabilidad sea normal o en su defecto, que los datos sean lo más simétricos posibles.
- No debe existir tendencia, al menos la media debe ser estacionaria.
- No debe verse afectado por valores atípicos.
- Deben tener una distribución espacial homogénea.

Por lo que para el análisis variográfico se utilizó la información de los datos duros sin valores atípicos debido a que cumplen con las consideraciones previamente mencionadas.

La metodología que se empleó para el análisis de cada sección de porosidad es la siguiente: primero se analiza la distribución espacial de los datos, y la distribución de los datos en cada coordenada con la finalidad de observar alguna tendencia. Después, se realiza el variograma adireccional con una tolerancia de 90° , junto con los variogramas direccionales de 0° (eje Y) y 90° (eje X), con una tolerancia de 22.5° . Finalmente, para cada variograma se realiza el mejor ajuste automático y el mejor ajuste manual con el fin de obtener la mejor estimación de cada uno.

Para realizar la selección del variograma que mejor representará las correlaciones espaciales de los datos, se realiza un proceso de validación cruzada. Este proceso se realiza para cada uno de los variogramas obtenidos, es decir sobre el variograma adireccional y los variogramas direccionales de 0° y 90° . Como resultado de la validación cruzada se obtiene un mapa de las diferencias entre el valor real y el estimado. Se espera que los resultados de estas diferencias sean lo más cercano posible a cero. También se presenta un scatterplot con los estadígrafos de

los valores reales y los estimados. El variograma seleccionado será aquel que presente las diferencias más cercanas a cero en el proceso de validación cruzada.

3.8.3 Estimación y simulación espacial en 2D

El proceso para la estimación y simulación de porosidades en 2D, se realiza con el software SGeMS (Stanford Geostatistical Modeling Software) Versión 3.0. La estimación se realiza mediante kriging ordinario, mientras que la simulación se realiza utilizando el método de Simulación Secuencial Gaussiana (SSG).

Kriging es un método de inferencia espacial, que nos permite estimar valores de una variable en lugares no muestreados, utilizando información proporcionada por las muestras obtenidas. Como se mencionó anteriormente, es conocido como el mejor estimador lineal insesgado de un punto y el mejor promedio lineal móvil ponderado de un bloque. Las estimaciones con kriging tienen como objetivo el proporcionar en cada localización un valor estimado de la función aleatoria $Z^*(x)$, que sea lo más próximo al valor real del fenómeno estudiado (Cuador et al. 2000). Estas no reproducen la dispersión de los datos reales, ya que no reproducen las características de variabilidad espacial de estos datos.

Díaz-Viera (2002) propone algunos aspectos prácticos que se deben considerar al utilizar cualquier tipo de kriging:

- Definir una malla de estimación. Aunque no hay restricciones puntuales para la malla de estimación, se suelen elegir mallas regulares, debido a que su geometría facilita la representación gráfica de los resultados. Se recomienda que el tamaño de celda de la malla sea igual a la distancia mínima de separación de los datos, puesto que esta será la resolución mínima de la información que se dispone.
- Definir una vecindad de búsqueda. La vecindad de búsqueda se define con respecto al punto a estimar y determina los puntos vecinos que potencialmente serán tomados en la estimación. Para esto tenemos dos casos, cuando el variograma es adireccional o isótropo y cuando es anisótropo. En el caso isótropo se debe tomar una circunferencia con centro en el punto a estimar y radio igual o menor al alcance del variograma adireccional. En el caso anisótropo se debe tomar una elipse con centro en el punto a estimar y semiejes iguales o menores al alcance mayor y menor del variograma anisótropo. En algunos casos, si no se tiene el variograma anisótropo y se justifica apropiadamente, se pueden

utilizar el alcance mayor y menor de los variogramas direccionales, los cuales son perpendiculares entre sí.

- Definir la cantidad de puntos de la estimación. Cuando ya se tiene definida la vecindad de búsqueda, se debe especificar cuantos puntos intervendrán en la estimación, lo cual determina el tamaño de la matriz del kriging. Para toda la vecindad se puede tomar mínimo entre 4 a 6 puntos y como máximo entre 10 a 25 puntos.

En contraste con las estimaciones con kriging, la SSG permite obtener nuevas realizaciones de la función aleatoria, reproduciendo las propiedades estadísticas de ésta (media, covarianza, histograma), además, no depende fuertemente del número de datos disponibles ni de su distribución espacial.

Este método de simulación considera los valores reales (valores disponibles del set de datos) así como las estimaciones de los valores previamente simulados en una vecindad dada. Además, genera diferentes caminos aleatorios por los cuales va tomando en cuenta los puntos estimados en un orden diferente, para así obtener diferentes realizaciones que son equiprobables entre sí. De esta forma, permite una mejor medición de la incertidumbre (Verly, 1993).

Existen dos tipos de SSG: las condicionales y las no condicionales. La primera reproduce la distribución local, debido a que depende de los datos conocidos, mientras que la última busca reproducir la distribución global de la variable regionalizada, sin condicionar a que se reproduzcan los valores de los datos en los sitios ya conocidos (Ortiz & Magri, 2009).

Generalmente los pasos para realizar una simulación secuencial gaussiana (véase Figura 3.6) son los siguientes (Díaz-Viera, 2002; Bai & Tahmasebi, 2022):

- Se requiere transformar los datos reales para que tengan una distribución de probabilidad del tipo gaussiano.
- Se calcula el modelo del semivariograma que mejor ajuste a los datos transformados.
- Se define el camino aleatorio (seed) que pase por todos los puntos. Posteriormente para simular cada punto se considera la información real, así como las estimaciones realizadas anteriormente, hasta que todos los puntos sean simulados. Para obtener la estimación y la varianza se utiliza Kriging.
- Una vez obtenida la simulación final, promedio de varias realizaciones estadísticamente independientes, se realiza la transformación inversa para dejar a los datos en su escala original.

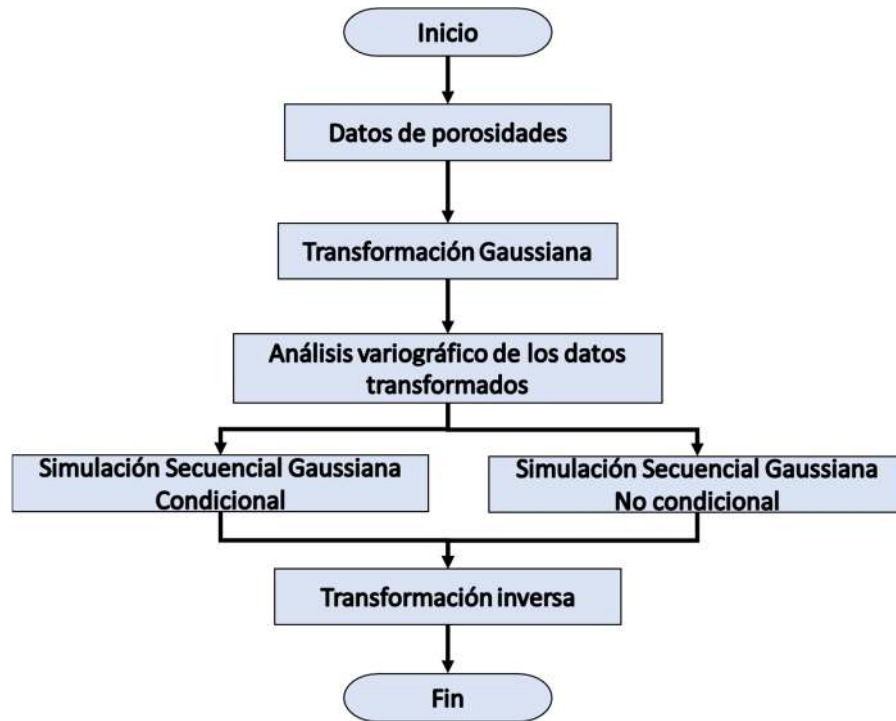


Figura 3.5 Diagrama de los pasos para realizar una simulación secuencial Gaussiana.

Para obtener las estimaciones y simulaciones en 2D en SGeMS, se realizaron los siguientes pasos:

- Construcción del grid (malla) con una extensión o dominio similar al de las tomografías.
- Estimación con Kriging Ordinario para cada tomografía.
- Simulación secuencial gaussiana condicional para cada tomografía.
- Comparación de los resultados de la estimación con los de la simulación

Los pasos para la construcción del grid en 2D y el análisis de la vecindad de búsqueda se explican a continuación.

Construcción del grid en 2D

El tamaño de grid para realizar el kriging ordinario y la simulación secuencial gaussiana en 2D, fue el mismo para todas las tomografías.

Se tomaron en cuenta las siguientes consideraciones:

- El tamaño del grid para el eje-x fue de 345 m, que corresponde a la longitud total de todas las tomografías, mientras que para el eje-y varía dependiendo de la tomografía. Esta fue de 40 a 65 m.
- El tamaño mínimo de celda debe ser igual a la distancia mínima de separación de los datos. La separación mínima de los datos es de 1 m por lo que se seleccionó este valor.

Vecindad de búsqueda

La vecindad de búsqueda permite determinar los puntos vecinos que serán tomados al realizar una estimación o simulación. En nuestro caso utilizamos una elipse con centro en el punto a estimar y semiejes iguales al alcance mayor y menor de los variogramas direccionales. Es decir, se utilizaron los alcances de los variogramas de 90° (mayor alcance en dirección x) y de 0° (menor alcance en la dirección de y), respectivamente.

La Figura 3.7 muestra la ventana correspondiente a la información de la vecindad de búsqueda en SGeMS. En esta imagen pueden observarse las pestañas de *Conditioning data*, *Ranges* y *Angles*, las cuales se explican a continuación.

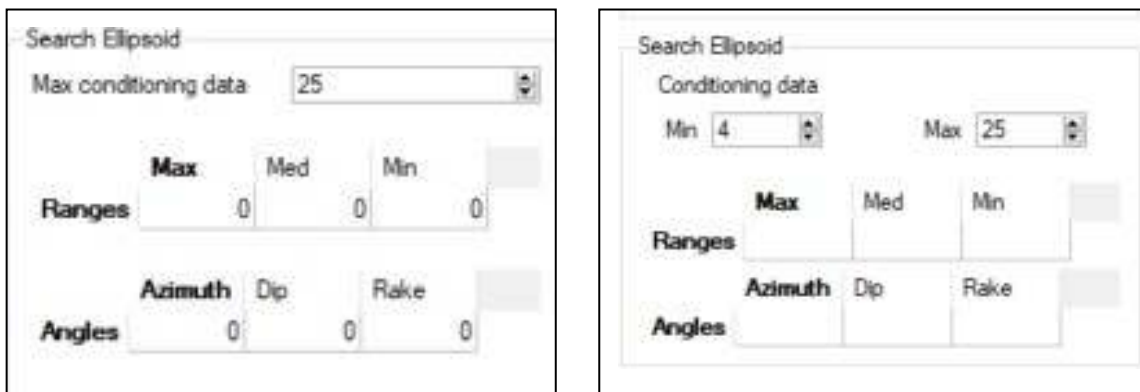


Figura 3.6 Ventanas del software SGeMS que permiten introducir las características de la vecindad de búsqueda, a la izquierda para la simulación y a la derecha para la estimación con kriging.

La opción *Max conditioning data* especifica la cantidad de puntos que se tomaron en cuenta para la simulación. En esta tesis se seleccionó el valor de 25 para todos los casos. Para la estimación con kriging ordinario se consideraron 4 puntos como mínimo y 25 como máximo.

En la pestaña *Ranges* se tienen que introducir los valores *Max*, *Med* y *Min*, los cuales corresponden a los valores de los semiejes del elipsoide de búsqueda. Para los dos primeros se

coloca el valor del alcance del semivariograma direccional de 90°, mientras que para el último se coloca el valor del alcance del semivariograma direccional de 0°.

En la pestaña de *Angles* se especifican los ángulos de dirección e inclinación de los datos. Para *Azimuth* se coloca la dirección preferencial del semivariograma, la cual corresponde a 90, mientras que para *Dip* y *Rake* se coloca el valor de 0.

3.8.4 Obtención de los modelos de permeabilidad y conductividad hidráulica.

A partir de los datos de porosidad se pueden obtener los datos de permeabilidad utilizando correlaciones de porosidad-permeabilidad en rocas carbonatadas. En especial, la ecuación de Kozeny-Carman proporciona una relación clásica entre la porosidad y la permeabilidad, y ha sido aplicada en un gran número de estudios que incluyen el flujo de aguas subterráneas, reservorios petroleros, acuíferos, medicina, ingeniería química y bioquímica (Xu & Yu, 2008). La ecuación de KC (Niwas & Celik, 2012) está dada por:

$$k_f = \frac{d^2}{180} \frac{\phi^3}{(1 - \phi)^2} \quad (9)$$

donde k_f y ϕ son la permeabilidad intrínseca y la porosidad del medio poroso, respectivamente. d es el tamaño de grano [m] y depende del tipo de roca. En esta tesis se utilizó un valor de d igual a 0.25 mm de acuerdo con lo reportado por Bautista-Zuñiga et al. (2004) quienes evaluaron el tamaño de grano de las rocas calizas de la PY.

A partir del valor de la permeabilidad del medio se pudo obtener el valor de la conductividad hidráulica del acuífero, ya que en la zona saturada existe una relación lineal entre ambas, la cual está dada por:

$$K = \frac{\delta w * g}{\mu} k_f \quad (10)$$

donde K es la conductividad hidráulica del acuífero [m/s], δw la densidad del agua [Kg/m³], g la aceleración de la gravedad (9.81 m/s²) y μ la viscosidad dinámica del agua [Kg/ms].

Debido a que el acuífero de la PY se compone de un lente de agua dulce flotando sobre agua salada se deben considerar las diferentes densidades y viscosidades del agua. El valor de la densidad del agua dulce es 1000 Kg/m³, mientras que la del agua salada es 1025 Kg/m³ (Zechinelli, 2008). Por otro lado, la viscosidad dinámica del agua dulce es 0.0014kg/ms (Niwas & Celik, 2012) y la del agua salada es 0.0015 kg/ms (Gómez-Pérez, 2012).

CAPÍTULO 4

RESULTADOS Y DISCUSIONES

4.1 Secciones de resistividad real en 2D

A continuación, se presentan las secciones de resistividad real obtenidas del proceso de inversión de los datos de resistividad aparente. Todas las imágenes se encuentran en la misma escala de resistividades (colores) a excepción de la Tomografía 8 (T8).

En la Figura 4.1 se presentan las secciones de resistividad real para el arreglo dipolo-dipolo, mientras que en la Figura 4.2 se presentan las secciones de resistividad real para el arreglo Wenner. Como puede observarse, todas las imágenes presentan errores de inversión RMS por debajo del 5%, así como valores de la norma L2 cercanos a 1. Las imágenes obtenidas son similares a las obtenidas por Zamora-Luria et al. (2020), quienes presentan una interpretación geofísica de cada perfil. Es importante mencionar que el proceso de reinversión de los datos de resistividad aparente fue necesario para que todas las secciones de resistividad real (resistividad invertida) estén dentro del mismo orden de precisión, lo cual es un requerimiento para poder mapear las secciones de resistividad, en secciones de porosidad 2D.

Como puede observarse en ambas figuras, las zonas color naranja y amarilla están asociadas a la zona vadosa del acuífero, la zona de color verde está asociada al lente de agua dulce, la zona de color azul oscuro al lente de agua salada y la zona de color cian a la zona de transición agua dulce/agua salada o haloclina.

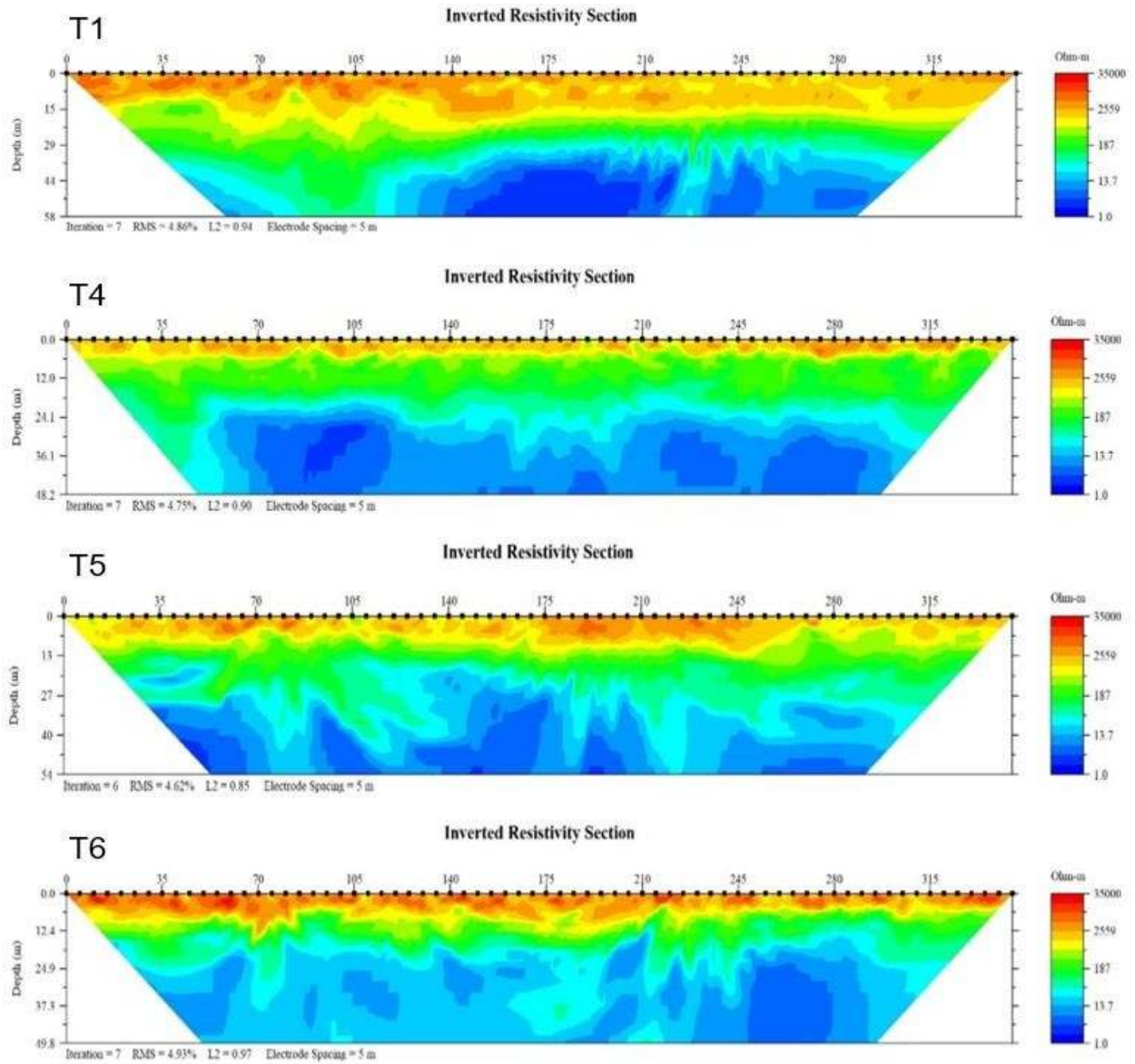


Figura 4.1 Secciones de resistividad real para el arreglo dipolo-dipolo. Los datos originales fueron obtenidos de Zamora-Luria et al. (2020). Los valores de resistividad eléctrica están en Ohm-m.

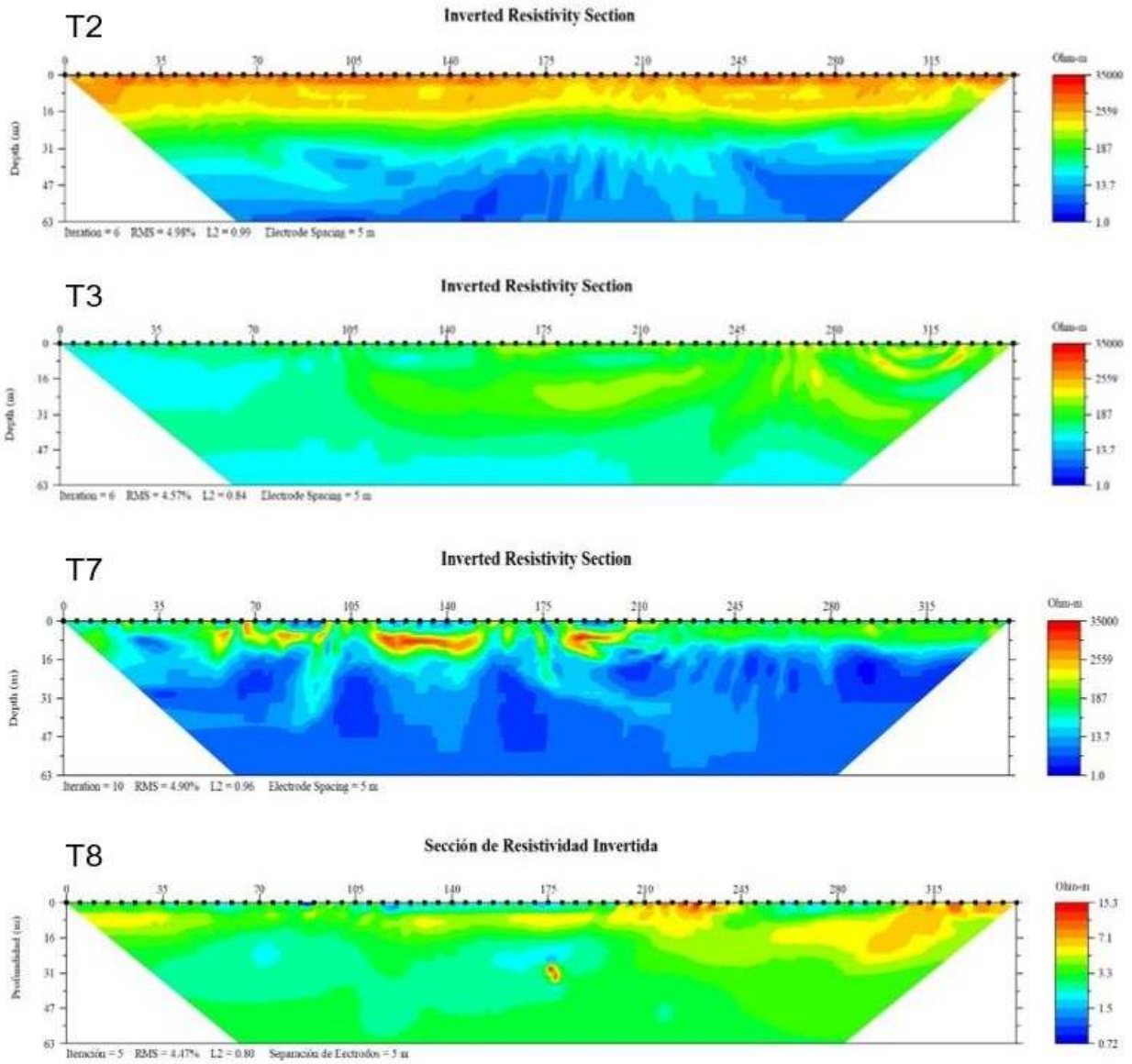


Figura 4.2 Secciones de resistividad real para el arreglo Wenner. Los datos originales fueron obtenidos de Zamora-Luria et al. (2020). Los valores de resistividad eléctrica están en Ohm-m.

4.2 Perfiles de conductividad eléctrica, profundidad al nivel freático e intrusión salina

En la Figura 4.3 se presentan los perfiles de conductividad eléctrica (CE) recopilados de la zona de estudio (Zamora-Luria et al., 2020). Como puede observarse, a 6 km de la costa el lente de agua dulce presenta un espesor aproximado de 17 m, mientras que a 10 km de la costa presenta un espesor de 25 m. El espesor de la zona de transición (haloclina) es el mismo (5 m aproximadamente). Debido a la variación progresiva del espesor del lente de agua dulce con la distancia a la costa, se pueden utilizar valores interpolados de CE entre las mediciones obtenidas, para interpretar las secciones ERT que no cuenten con un perfil CE cercano.

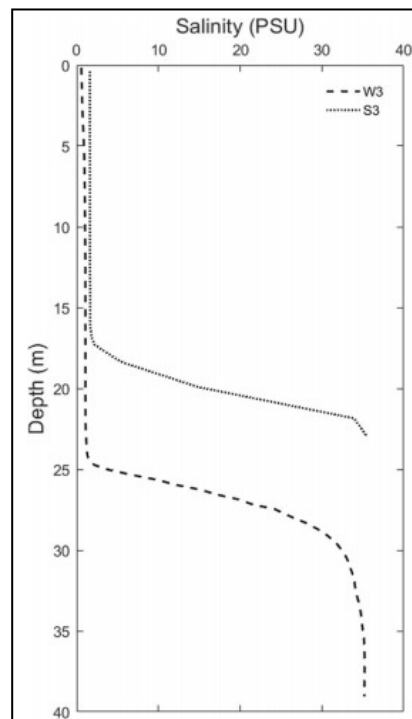


Figura 4.3 Perfiles de conductividad eléctrica (salinidad). Tomado de Zamora-Luria et al. (2020). La línea punteada es el perfil S3 tomado a 6 km de la costa, mientras que la línea discontinua es el perfil W3 tomado a 10 km de la costa.

Utilizando las secciones de resistividad eléctrica, los perfiles de conductividad eléctrica y el modelo de resistividades del acuífero presentado en la Tabla 3.3, se estimaron las profundidades a las que inician las zonas de saturación con agua dulce y agua salada del acuífero con respecto a la superficie de cada transecto. Estas profundidades constituyen valores de referencia importantes a la hora de calcular las porosidades y conductividades hidráulicas. En la Tabla 4.1 se presentan las profundidades de la zona de saturación del acuífero (nivel freático) y la zona de intrusión salina para cada tomografía.

Tabla 4.1 Profundidades a las zonas de transición para cada tomografía.

Tomografías	Profundidad a la zona saturada con agua dulce (m)	Profundidad a la zona saturada con agua de mar (m)
T1	15.41	32
T2	16.69	30
T3	T.S (agua dulce)	T.S (agua dulce)
T4	4.77	25
T5	7.81	28
T6	9.93	25
T7	T.S (agua dulce)	14
T8	T.S (agua de mar)	T.S (agua de mar)

*T. S = totalmente saturada

4.3 Parámetros de la ley de Archie en rocas carbonatas.

Con el fin de analizar la sensibilidad de la elección de un conjunto particular de valores (m , a) para calcular las secciones de porosidad, se realizó un análisis estadístico considerando diferentes combinaciones de valores para estos parámetros. Para m se utilizaron los siguientes valores: 2.13, 2.08, 2.00, 1.96, 1.89, 1.82 y 1.76, mientras que para a se utilizaron los siguientes: 1.00; 1.12; 1.19; 1.25; 1.30; 1.35 y 1.40. El mapeo de resistividades a porosidades se realizó utilizando la información de la tomografía T4 y el perfil de conductividad eléctrico W3.

En la Figura 4.4 se presentan los estadígrafos de las secciones de porosidad considerando un valor de $m = 2$ fijo y diferentes valores de a , mientras que en la Figura 4.5 se presentan los estadígrafos para un valor de $a = 1.19$ fijo y diferentes valores de m , mientras que en las Figura 4.6 y 4.7 se presentan las imágenes de porosidad resultantes para algunas de las combinaciones de estos parámetros.

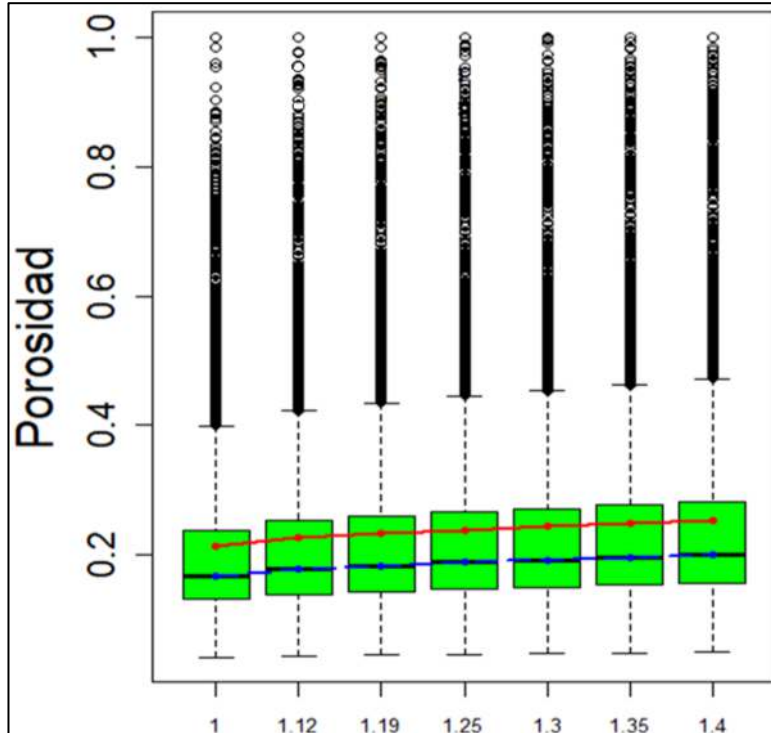


Figura 4.4 Estadígrafos de las imágenes de porosidad obtenidas de T4, considerando $m = 2$ y valores de a variables. La línea roja representa la media y la azul la mediana.

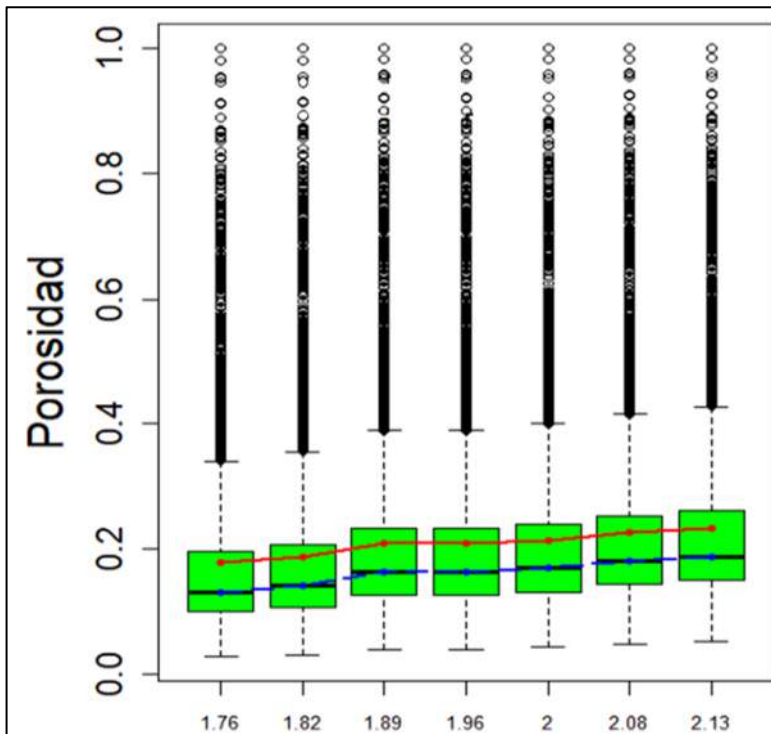


Figura 4.5 Estadígrafos de las imágenes de porosidad obtenidas de T4, considerando $a = 1.19$ y valores de m variables. La línea roja representa la media y la azul la mediana.

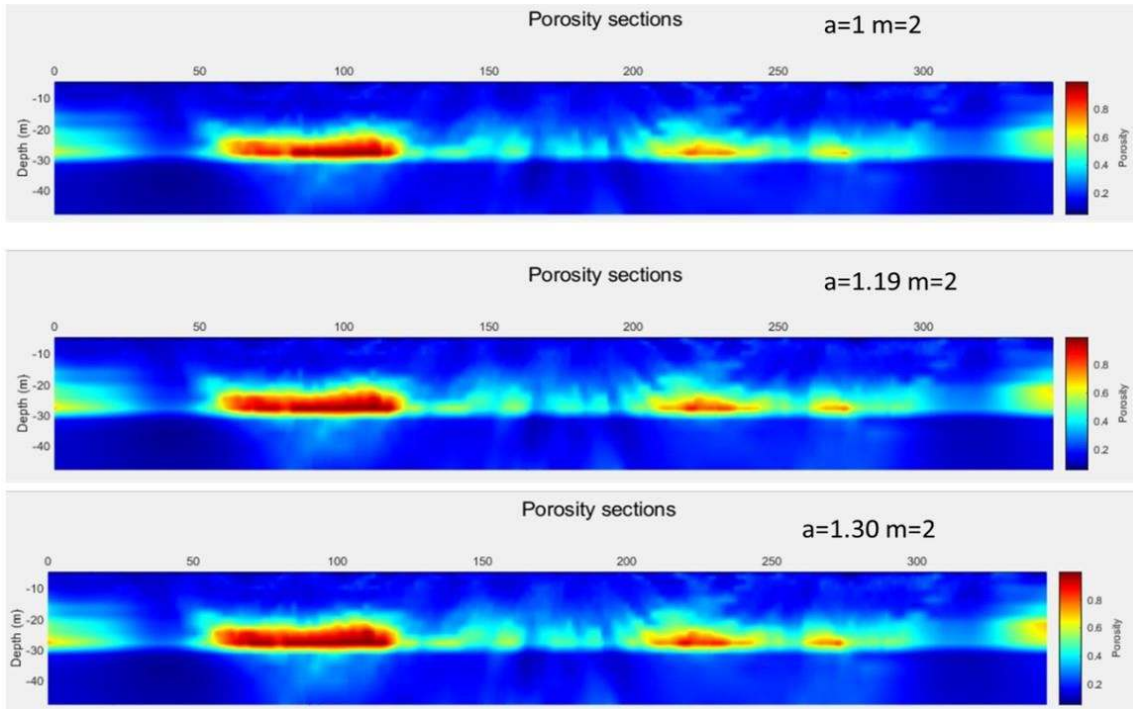


Figura 4.6 Secciones de porosidad resultantes de la aplicación de la ley de Archie a los datos de la tomografía T4, considerando $m=2$ y valores variables de a .

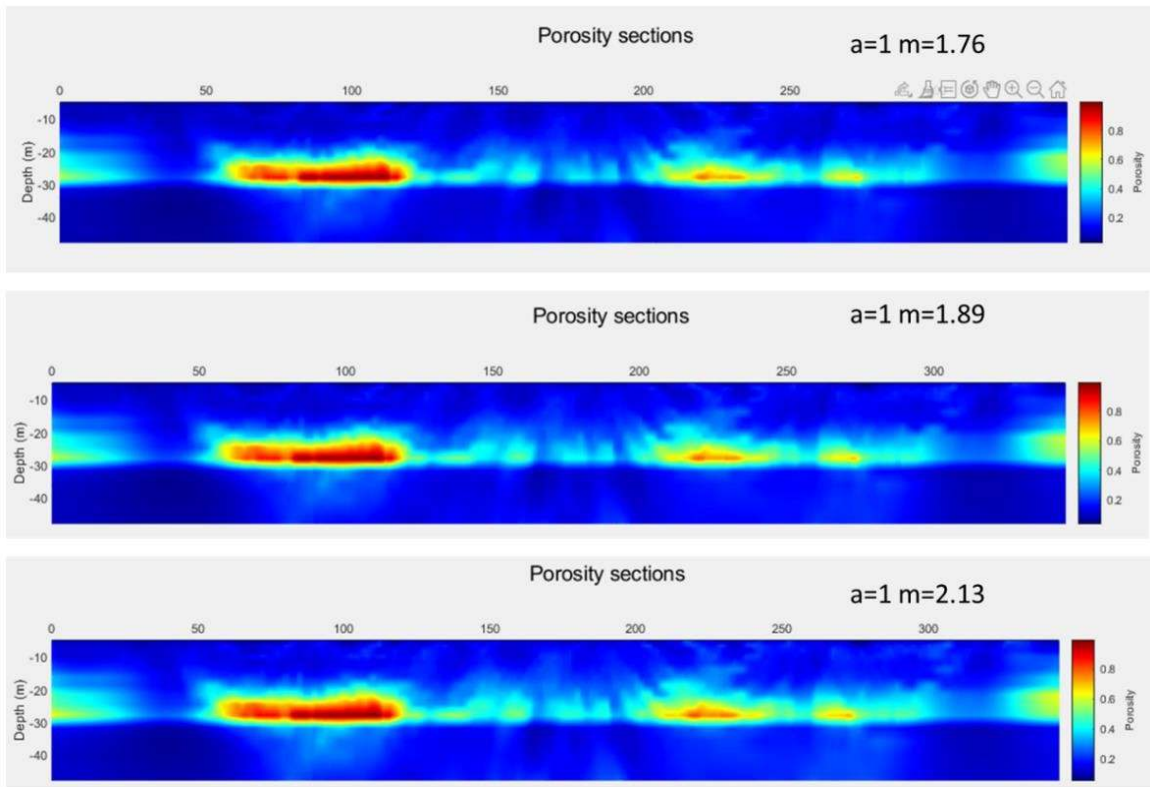


Figura 4.7 Secciones de porosidad resultantes de la aplicación de la ley de Archie a los datos de la tomografía T4, considerando $a=1$ y valores variables de m .

Se obtuvieron imágenes similares para el resto de las combinaciones m y a . Del análisis estadístico de las imágenes generadas se pudo observar que la porosidad aumenta conforme aumentan los valores de a y m . No obstante, el coeficiente de tortuosidad parece tener un mayor efecto en los valores de porosidad resultantes. Cuando el coeficiente de tortuosidad aumenta, los fluidos tienen que recorrer una mayor longitud dentro de la roca, lo que indica un aumento en la conectividad de los espacios vacíos por donde se desplaza el fluido, i.e. un aumento en la porosidad.

En el caso particular de Akumal, se tiene un acuífero de doble porosidad, donde el flujo es controlado por fracturas. En esta zona predominan las rocas calizas. Debido a esto, se optó por elegir un valor de $m = 2$ para el exponente de cementación, ya que este valor ha sido reportado para acuíferos con características similares (véase Tabla 3.1 Tabla 3.3).

Por otro lado, de acuerdo con el análisis estadístico previo y los valores reportados en la bibliografía (véase Tabla 3.2), se seleccionó un valor de $a = 1.19$ para el coeficiente de tortuosidad.

4.4 Secciones de porosidad en 2D

Ya seleccionados los valores de los parámetros $m = 2$ y $a = 1.19$, se procedió a calcular las secciones de porosidad efectiva para cada tomografía (T1-T8), sin considerar la zona no saturada del acuífero o zona vadosa. Las secciones de porosidad resultantes pueden observarse en las Figuras. 4.8 a 4.15.

En la Figura 4.8 se presenta la sección de porosidad resultante para la tomografía T1. Se puede observar una zona de porosidad elevada (~ 0.4) en la parte central inferior de la sección, coincidiendo con un posible conducto de disolución detectado por Zamora-Luria et al. (2020). Al mismo tiempo se detecta una sección horizontal que va desde los 150 m hasta los 270 m, a una profundidad de 30 m, con porosidades variables de 0.3 hasta ~ 0.45 .

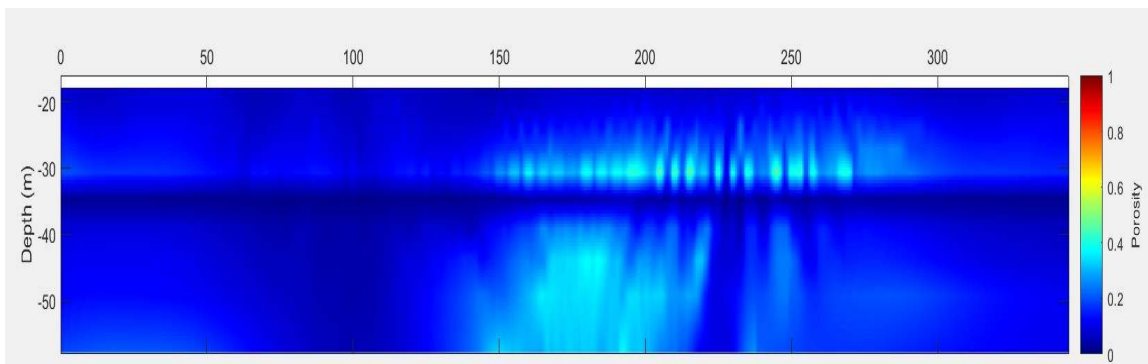


Figura 4.8 Sección de porosidad efectiva de la tomografía T1.

En la Figura 4.9 se presenta la sección para T2. En general, esta sección presenta una porosidad promedio de 0.2, exceptuando en una zona horizontal que va desde los 100 m hasta los 340 m, a una profundidad de 35 m, que presenta porosidades entre 0.3 y 0.5 aproximadamente.

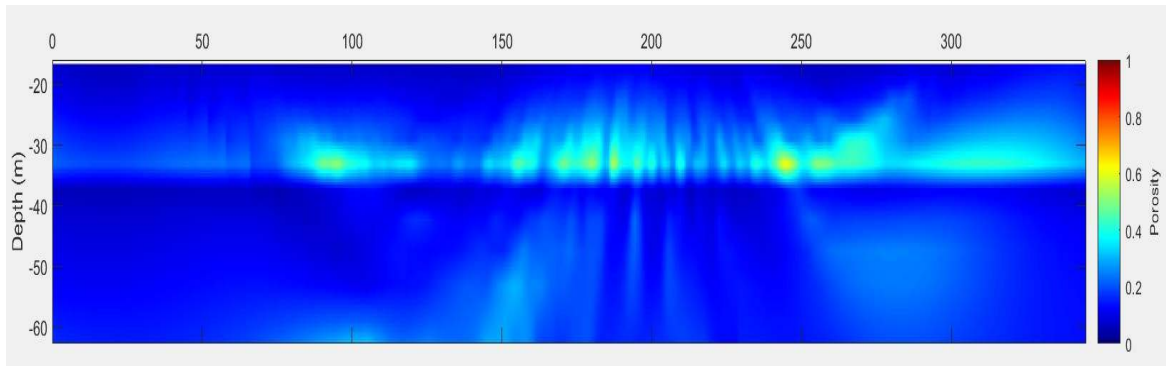


Figura 4.9 Sección de porosidad efectiva de la tomografía T2.

La sección correspondiente a T3 se presenta en la Figura 4.10. Se pueden observar dos comportamientos de porosidades, uno con valores promedio de 0.2 y otro de ~ 0.35 . A pesar de que esta sección se encuentra a 400 m de T4, presenta un comportamiento de porosidades diferentes a esta última.

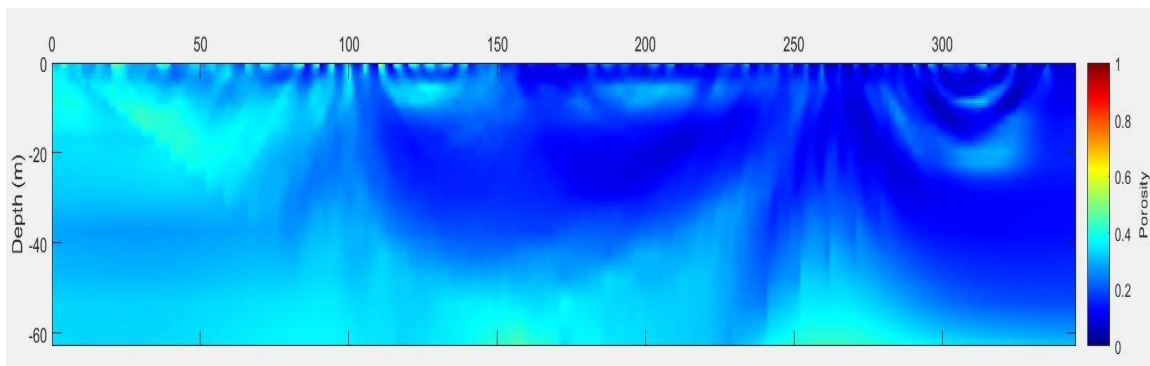


Figura 4.10 Sección de porosidad efectiva de la tomografía T3.

La sección correspondiente a la tomografía T4 se presenta en la Figura 4.11. En esta sección encontramos valores de porosidad cercanos a 1, los cuales se asocian a la presencia de conductos de disolución o cavidades inundadas. Puede observarse la transición entre la zona de alta porosidad y la matriz de roca caliza.

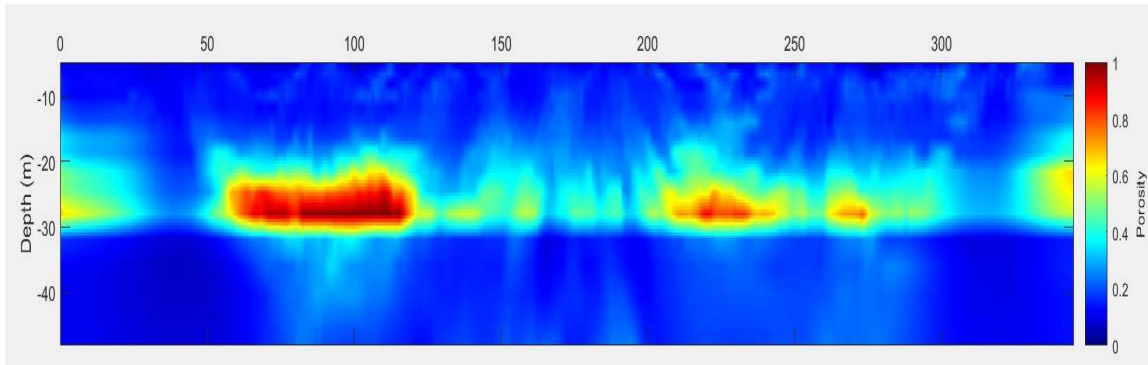


Figura 4.11 Sección de porosidad efectiva de la tomografía T4.

La sección de porosidad correspondiente a T5 se presenta en la Figura 4.12. Esta sección es relativamente similar a T4, dada la cercanía en la que fueron medidas. Se presentan valores de porosidad de 1 indicando la presencia de conductos de disolución y/o cavidades inundadas. Se identifica claramente una sección de alta porosidad a una profundidad de 30 m, que va de los 0 a los 50 m en dirección horizontal.

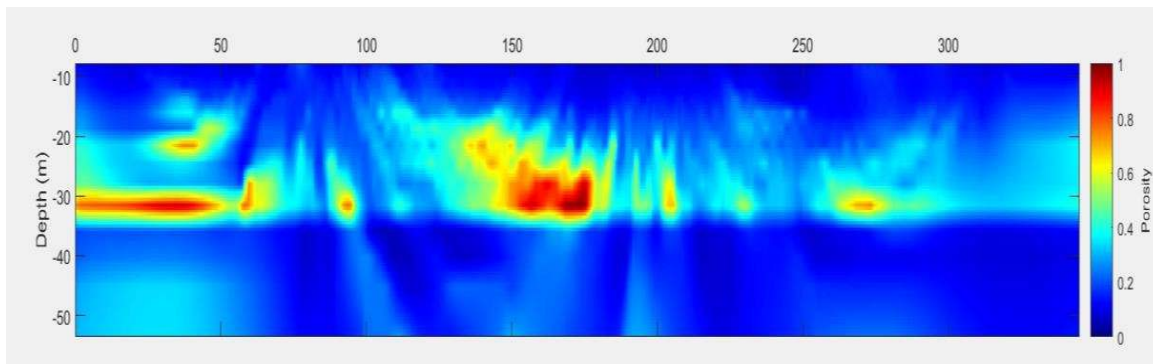


Figura 4.12 Sección de porosidad efectiva de la tomografía T5.

En la Figura 4.13 se presenta la sección de porosidades correspondiente a T6. En esta sección se presentan dos grandes conductos de disolución y/o cavernas inundadas (porosidades cercanas a 1). La primera sección de alta porosidad va de los 0 m hasta los 45 m, a una profundidad entre los 28 m y 45 m. La segunda sección va de los 250 m a los 290 m, a una profundidad entre los 22 m y 45 m. Además, se puede apreciar una zona de alta porosidad entre ambos conductos de disolución que corresponde a una zona altamente fracturada, con porosidades cercanas a 0.6.

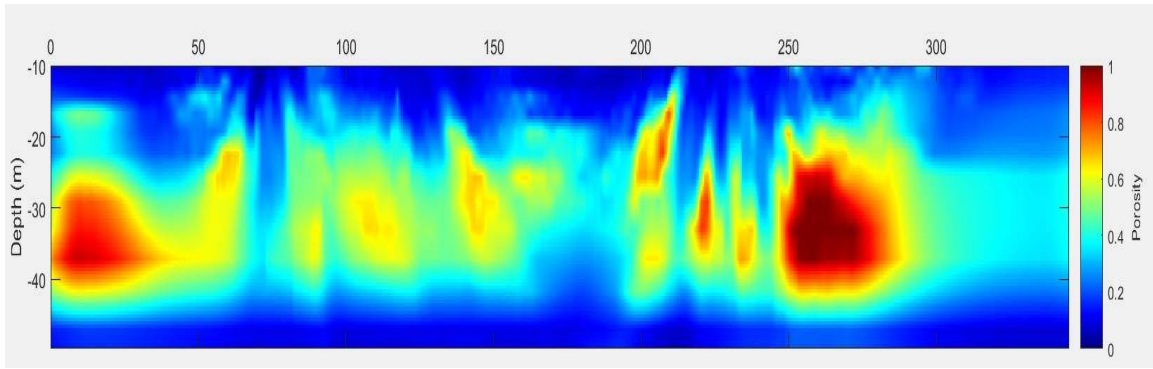


Figura 4.13 Sección de porosidad efectiva de la tomografía T6.

Otros casos de interés son los que corresponden a las secciones de porosidad efectiva para T7 y T8, que se muestran en las Figuras. 4.14 y 4.15. T7 se tomó a 400 metros de la costa, mientras que T8 se tomó en la línea de playa, a unos pocos metros del mar. Para T7, se tiene una porosidad promedio de 0.2, con zonas que presentan valores de porosidad promedio de 1. Estas zonas se identifican con la presencia de conductos de disolución a través de los cuales se descargan las aguas subterráneas, y que se encuentran distribuidos a una profundidad entre los 16 m y los 21 m. Finalmente, la sección de porosidad para T8 presenta porosidades que van de los 0.2 a 0.3. De acuerdo con Román-Sierra et al. (2013) el promedio de porosidad de una arena natural es de 40.6%. Las arenas que tienen porosidades entre 25.6% y 35.7% corresponden a arenas gruesas con tamaños de granos poco distribuidos, por lo que las arenas de la playa de Akumal entrarían en esta categoría.

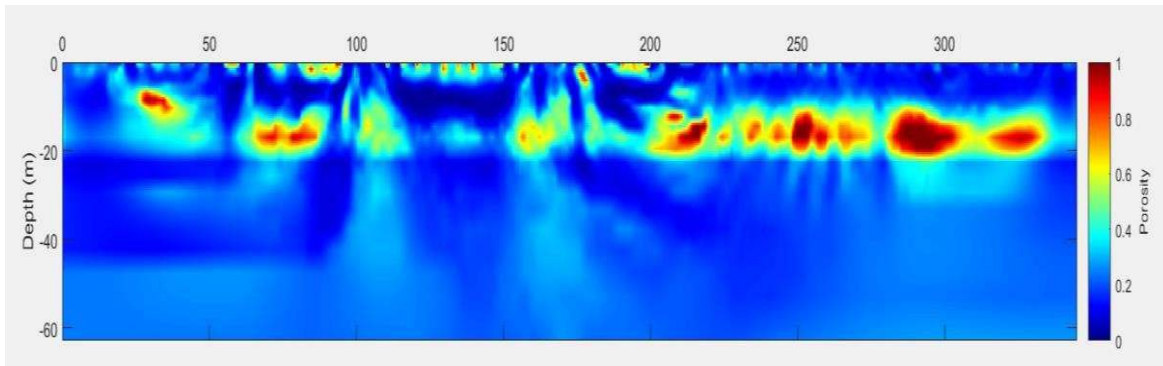


Figura 4.14 Sección de porosidad efectiva de la tomografía T7.

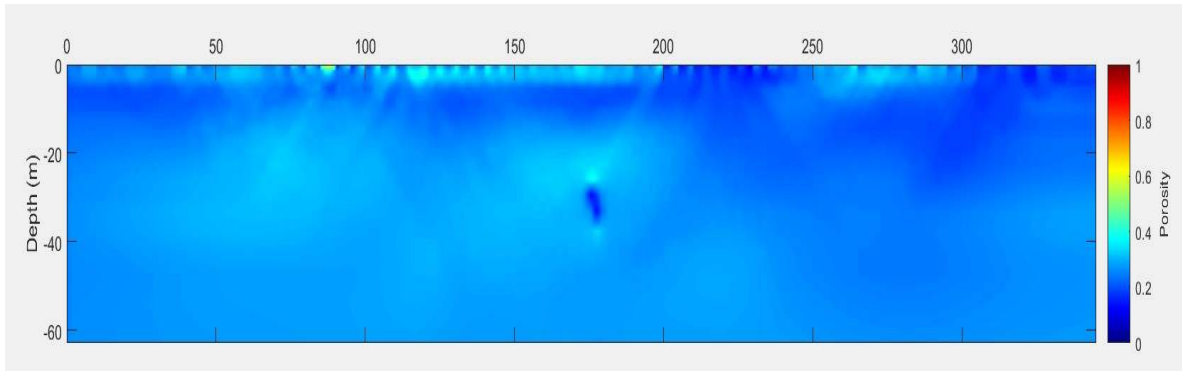


Figura 4.15. Sección de porosidad efectiva de la tomografía T8.

Una vez obtenidas todas las secciones de porosidad correspondientes a las tomografías T1-T8, se realizó el análisis estadístico de cada una. En la Figura 4.16 se presentan los resultados de la distribución de datos de porosidad de cada sección, ordenadas de acuerdo con la distancia a la línea de costa. Se puede observar que cerca de la costa se tiene una porosidad promedio de 0.25 (T8 y T7), la cual aumenta paulatinamente hasta los 6 km tierra adentro. Posteriormente existe una disminución en los valores de la porosidad promedio, aumentando de nuevo conforme la distancia a la costa se sigue incrementando.

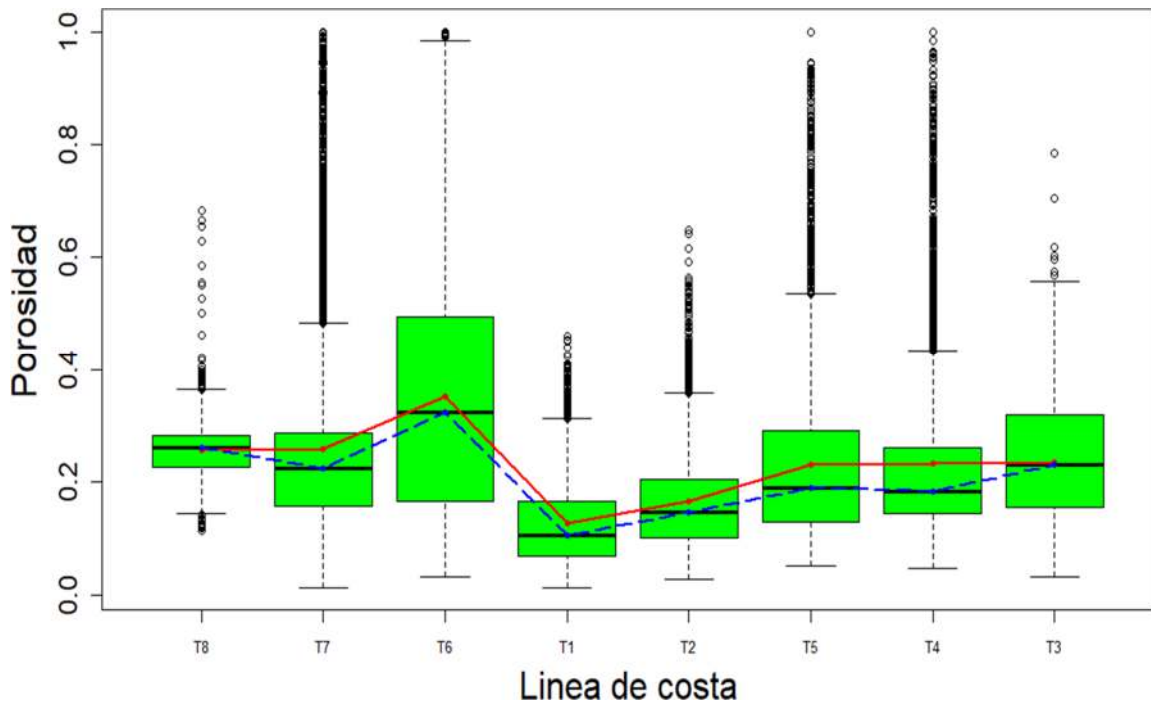


Figura 4.16. Diagrama de cajas y bigotes de los datos de porosidad de cada sección, ordenadas de acuerdo con su posición con respecto a la línea de costa (T8 la más cercana a la costa). La línea roja representa la media y la azul la mediana.

Es importante notar que las porosidades de las rocas del Plioceno (que corresponden a la T1, T2, T3, T4 y T5), presentan mayores valores atípicos, lo cual está relacionado con una mayor presencia de conductos de disolución y/o cavernas inundadas, indicando un mayor proceso de karstificación en este tipo de rocas.

4.5 Análisis exploratorio de datos

En esta etapa se obtuvieron los histogramas de distribución de porosidades y los estadígrafos para cada sección de porosidad considerada. Se analizó el comportamiento de los datos sin transformar, con y sin datos atípicos. También se realizaron transformaciones: de raíz cuadrada y logarítmica. Con la finalidad de disminuir en la medida de lo posible el grado de asimetría de las distribuciones de porosidades de cada sección, se removieron temporalmente los datos atípicos en cada transformación.

En la Figura 4.17 se presentan los histogramas resultantes para la sección de porosidades T1. En este caso, el histograma de los datos duros tiene un comportamiento parecido al log-normal, el valor de la media y la mediana se encuentran cercanos, además se tiene la presencia de valores atípicos. Se puede observar que la transformación logarítmica sin valores atípicos es la que disminuye en mayor medida la asimetría en este conjunto de datos, resultando en una simetría negativa de -0.1234. Los estadígrafos para cada histograma sin transformar y con transformaciones se presentan en la Figura 4.18.

Para el resto de las secciones (T2-T8) se realizó un análisis estadístico similar. En la Tabla 4.2 se presentan las transformaciones con las que se lograron las distribuciones más simétricas para cada sección de porosidad.

Tabla 4.2 Transformaciones y valores de simetría para cada sección de porosidades

Tomografía	Transformación	Simetría
T1	Logarítmica	-0.1234
T2	Logarítmica	-0.1196
T3	Sin transformar, sin datos atípicos	0.1136
T4	Logarítmica	0.2700
T5	Logarítmica	0.3969
T6	Raíz cuadrada	0.2300
T7	Logarítmica	0.0237
T8	Sin transformar, sin datos atípicos	-0.2851

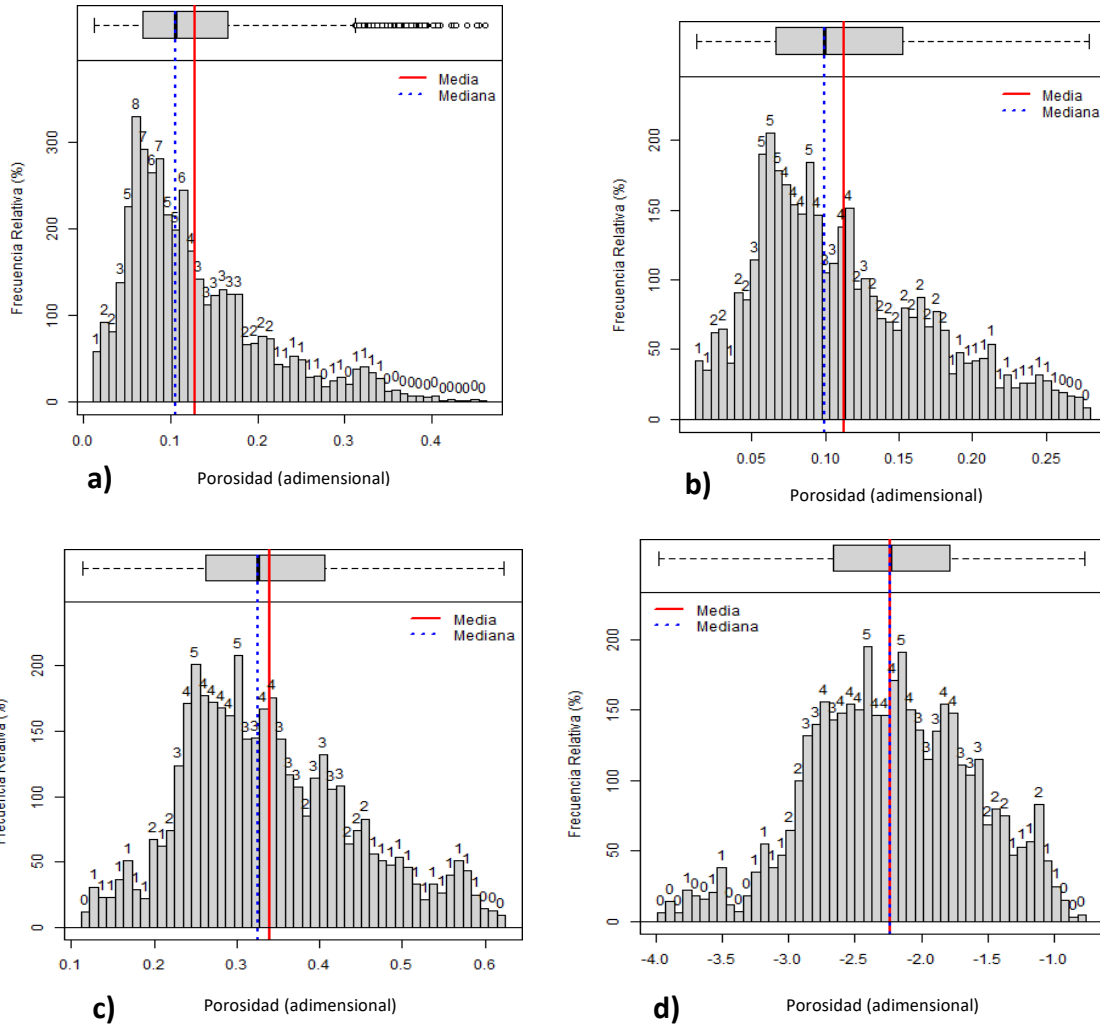


Figura 4.17 Histograma de la sección de porosidades de T1. a) datos duros b) datos duros sin valores atípicos c) transformación de raíz cuadrada sin valores atípicos d) transformación logarítmica sin valores atípicos.

Por otra parte, en la Tabla 4.3 se presentan las simetrías que se obtienen para los datos duros de porosidades al remover únicamente los datos atípicos.

Tabla 4.3 Simetrías para las distribuciones de porosidades sin transformar y sin datos atípicos

Tomografía	Transformación	Simetría
T1	Sin transformar, sin datos atípicos	0.7063
T2	Sin transformar, sin datos atípicos	0.4796
T3	Sin transformar, sin datos atípicos	0.1136
T4	Sin transformar, sin datos atípicos	0.4345

T5	Sin transformar, sin datos atípicos	0.7019
T6	Sin transformar, sin datos atípicos	0.6509
T7	Sin transformar, sin datos atípicos	0.0778
T8	Sin transformar, sin datos atípicos	-0.2851

a)

Parámetro	Valor
Muestras	4164
Mínimo	0.0131
Primer cuartil	0.0686
Mediana	0.1061
Media	0.1274
Tercer cuartil	0.166
Máximo	0.4608
Rango	0.4477
Rango intercuartil	0.0974
Varianza	0.0064
Desviación estándar	0.0799
Coefficiente de variación	0.6271
Simetría	1.2063
Curtosis	4.1445

b)

Parámetro	Valor
Muestras	3880
Mínimo	0.0131
Primer cuartil	0.0666
Mediana	0.0998
Media	0.1125
Tercer cuartil	0.1521
Máximo	0.2789
Rango	0.2658
Rango intercuartil	0.0855
Varianza	0.0035
Desviación estándar	0.0593
Coefficiente de variación	0.5269
Simetría	0.7063
Curtosis	2.7971

c)

Parámetro	Valor
Muestras	4143
Mínimo	0.1144
Primer cuartil	0.2617
Mediana	0.3251
Media	0.3391
Tercer cuartil	0.4063
Máximo	0.6224
Rango	0.5080
Rango intercuartil	0.1416
Varianza	0.0109
Desviación estándar	0.1046
Coefficiente de variación	0.3086
Simetría	0.4749
Curtosis	2.7821

d)

Parámetro	Valor
Muestras	4113
Mínimo	-3.9718
Primer cuartil	-2.6654
Mediana	-2.2303
Media	-23.04
Tercer cuartil	-1.702
Máximo	-0.7748
Rango	3.1969
Rango intercuartil	0.8751
Varianza	0.3747
Desviación estándar	0.6121
Coefficiente de variación	-0.2744
Simetría	-0.1234
Curtosis	2.7260

Figura 4.18. Estadígrafos de los datos de porosidad de T1. a) Datos duros b) datos duros sin valores atípicos c) transformación de raíz cuadrada sin valores atípicos d) transformación logarítmica sin valores atípicos.

4.6 Análisis Variográfico

A continuación, se muestran los resultados del análisis variográfico para la sección de porosidades de T1. Para el resto de las secciones se realizó un análisis similar.

En la Figura 4.19 se presenta la distribución espacial de porosidades de T1. Cada punto representa un dato y cada color representa el rango de porosidades en el que se encuentra. En la esquina inferior derecha puede observarse el histograma de los rangos de porosidades. Las secciones sin puntos se deben a los datos atípicos removidos, los cuales se encontraban a una profundidad entre 44 m y 56 m, y a una distancia horizontal de 180 m del inicio de la sección. Adicionalmente, se realizó el análisis de la media y la mediana en cada dirección o coordenada, con la finalidad de identificar la existencia de posibles tendencias en nuestro conjunto de datos.

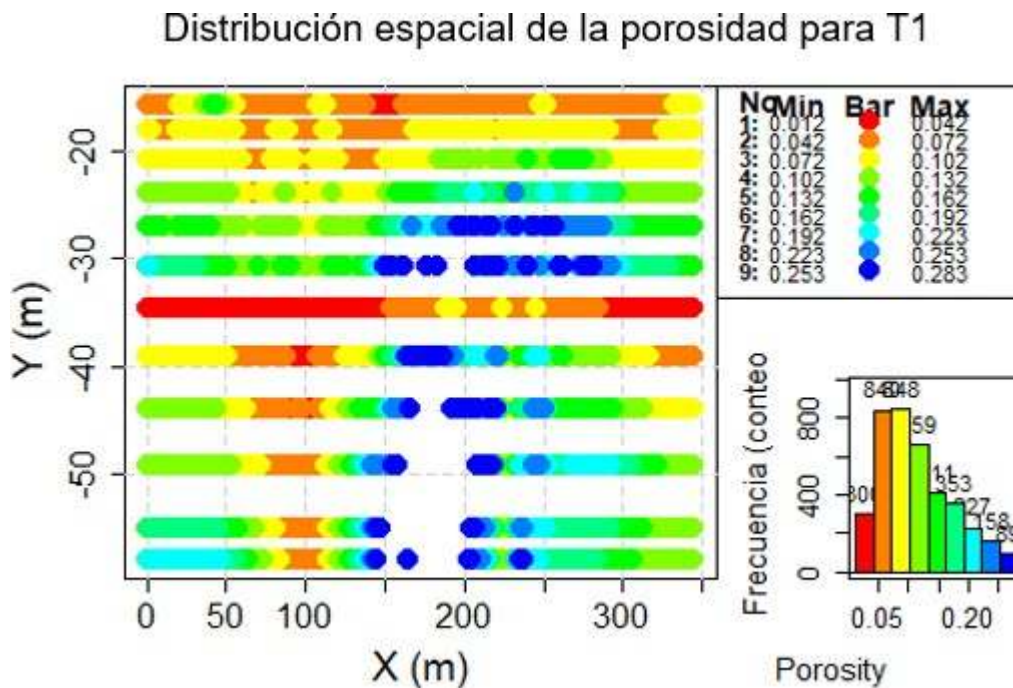


Figura 4.19 Distribución espacial de los datos de porosidad de la T1.

Análisis de la media y mediana de la porosidad en cada coordenada

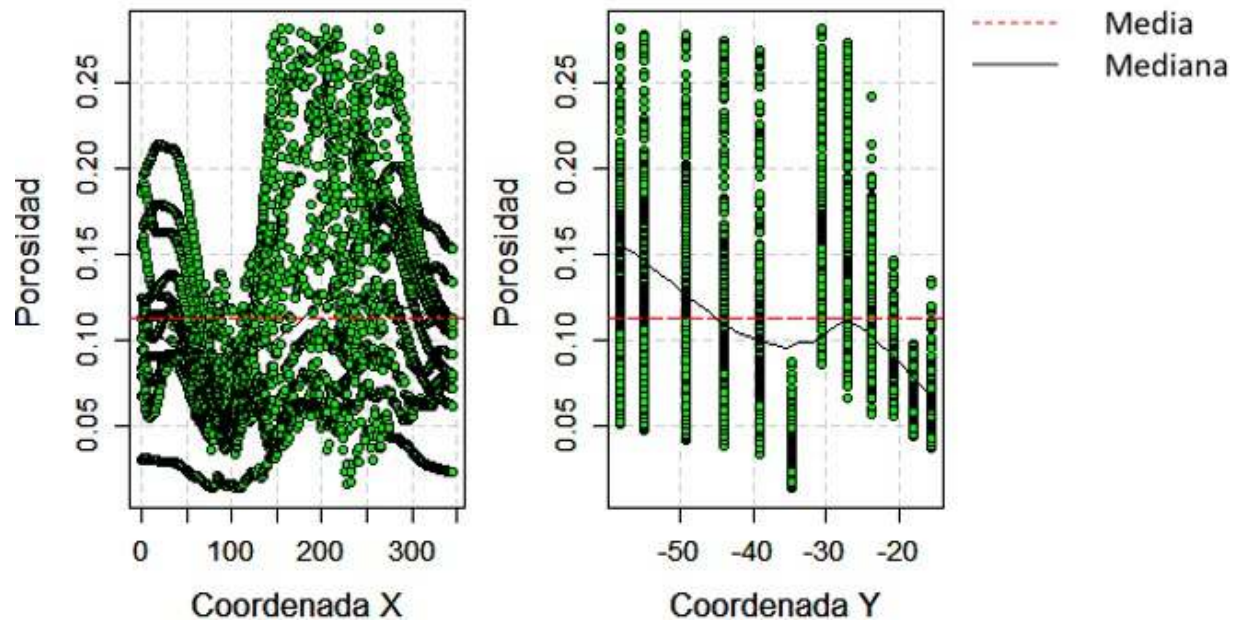


Figura 4.20 Distribución de la porosidad en las coordenadas X, Y para T1.

Del análisis de la Figura 4.20, podemos darnos cuenta de que en la dirección Y la mediana no es estacionaria, ya que aumenta conforme aumenta la profundidad, lo cual puede indicar una tendencia en esta dirección, i.e. un variograma con posible crecimiento exponencial.

Para el cálculo de los variogramas adireccionales y los variogramas en las direcciones preferenciales de 0° (eje Y) y 90° (eje X) se realizaron múltiples pruebas variando los diferentes parámetros (número y tamaño de lags) hasta tener el mejor resultado. Finalmente, se tomaron en cuenta las siguientes consideraciones:

- Variograma adireccional. Lags: 10; distancia mínima: 1 m; distancia máxima: 345 m; tamaño de lag: 17.25 m; tolerancia: 90° .
- Variograma dirección X. Lags: 174; distancia mínima: 1 m; distancia máxima: 345 m; tamaño de lag: 1 m; tolerancia: 22.5° .
- Variograma dirección Y. Lags: 10; distancia mínima: 1 m; distancia máxima: 345 m; tamaño de lag: 2 m, tolerancia: 22.5° .

Con las consideraciones anteriores se obtuvieron variogramas con un número elevado de pares por intervalo, con lo cual se cumplen criterios estadísticos para conseguir una buena estimación de estos.

En la Figura 4.21 se presenta el variograma adireccional, indicando el número de pares por intervalo. Este variograma no presenta un crecimiento exponencial, lo cual es de esperarse al no encontrarse tendencia en los datos en esta dirección (véase Figura 4.20). Las características de este variograma se indican en la Tabla 4.4.

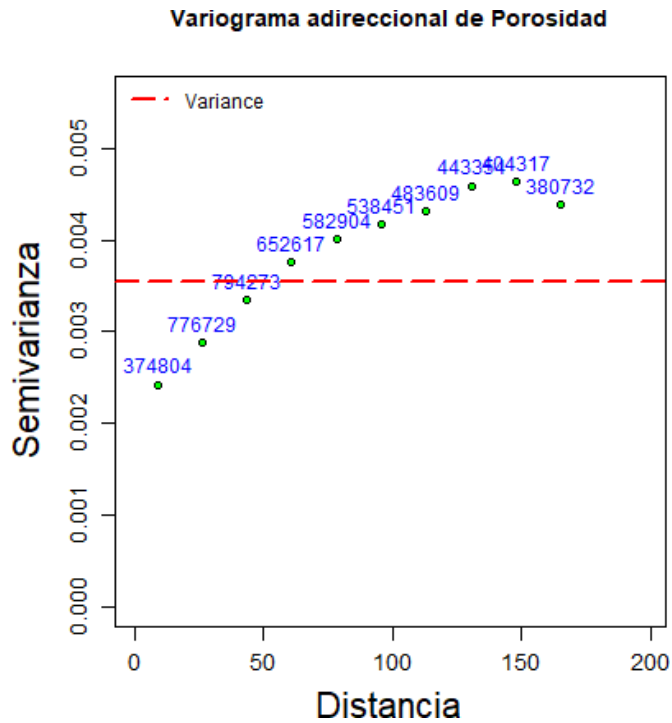


Figura 4.21 Variograma adireccional de los datos de porosidad de T1.

Tabla 4.4 Características del variograma adireccional de T1.

Intervalo	Npares	Lags	Semivarianzas
1	374804	8.69	0.002422353
2	776729	26.07	0.002874087
3	794273	43.15	0.003344127
4	652617	60.83	0.003754768
5	582904	78.21	0.004003957
6	538451	95.59	0.004175846
7	483609	112.97	0.004317272
8	443354	130.35	0.004589702
9	404317	147.73	0.004639461
10	380732	165.11	0.004379246

Se consideraron tres modelos diferentes para ajustar los variogramas: el modelo esférico, el gaussiano y el exponencial. En la Figura 4.22 se presenta una comparación entre el mejor ajuste automático y el mejor ajuste manual del variograma adireccional. El modelo que mejor se ajustó fue el esférico, en forma manual. En la Tabla 4.5 se presentan los parámetros de ambos ajustes.

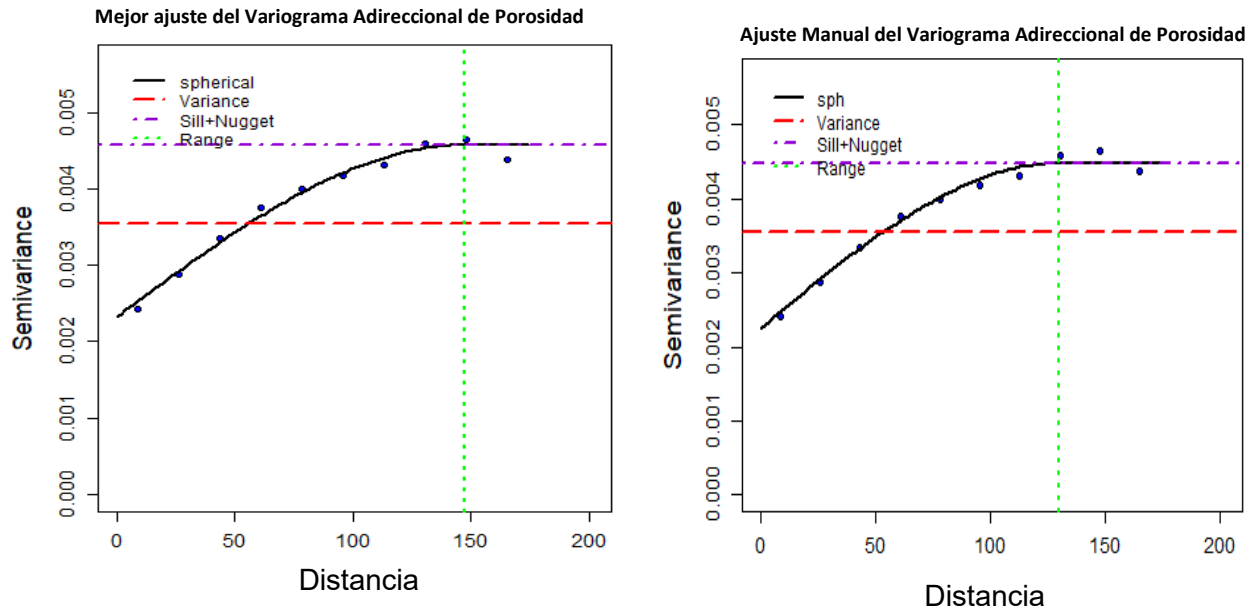


Figura 4.22 Comparación del mejor ajuste automático y manual para el variograma adimensional de T1.

Tabla 4.5 Parámetros del ajuste automático y manual para el variograma adimensional.

	Ajuste automático	Ajuste manual
Lags	10	10
Tamaño de lag	17.38	17.38
Modelo	Esférico	Esférico
Nugget	0.002324	0.0022
Meseta + nugget	0.004571	0.0045
Alcance	147	130

Con respecto a los variogramas direccionales, el modelo que mejor se aproximó en ambas direcciones fue el exponencial. En ambos casos se logró el mejor ajuste de forma manual. En la Figura 4.23 puede observarse los ajustes en ambas direcciones, así como los parámetros de ajuste de cada uno. Podemos observar que los variogramas en estas direcciones son significativamente diferentes, por lo que se puede asumir que existe anisotropía en el medio, por lo que podría construirse un modelo anisótropo utilizando las direcciones de mayor y menor alcance. El variograma mejor estimado fue el calculado en la dirección X (90°).

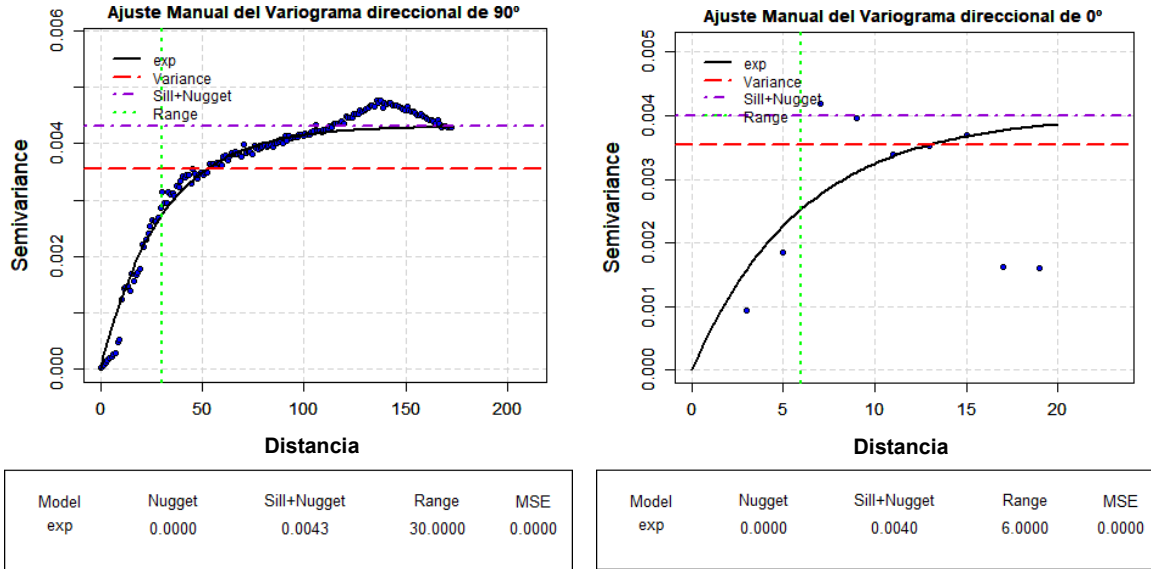


Figura 4.23 Ajuste manual de los variogramas direccionales de la sección T1.

En la Figura 4.24 se presenta la validación cruzada realizada con el modelo del variograma adireccional ajustado manualmente, mientras que en la Figura 4.25 se presenta la validación con el variograma en la dirección X ajustado manualmente.

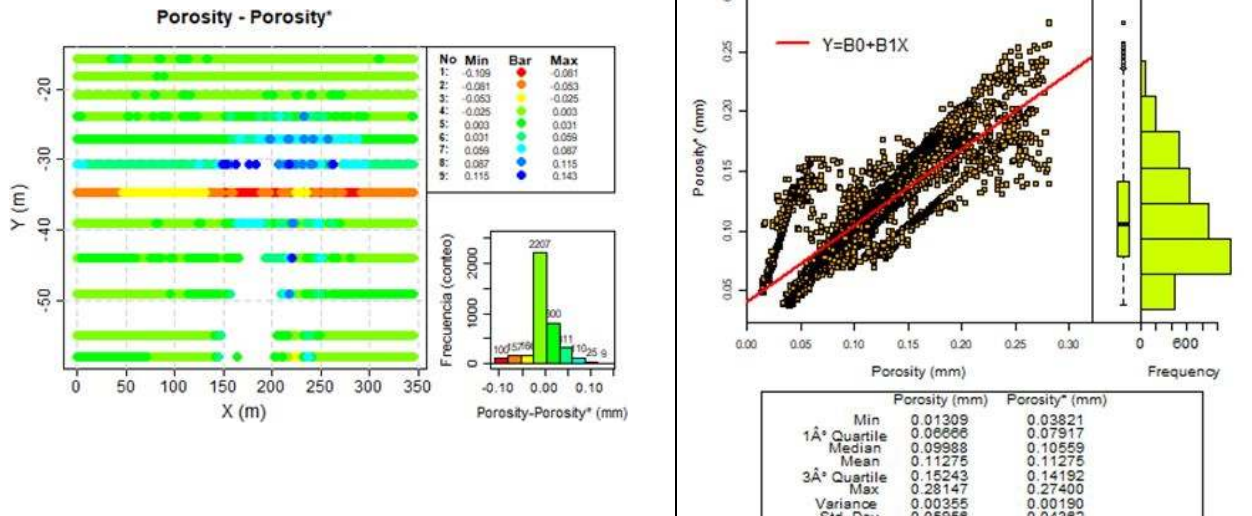


Figura 4.24 Resultados de la validación cruzada utilizando el variograma adireccional.

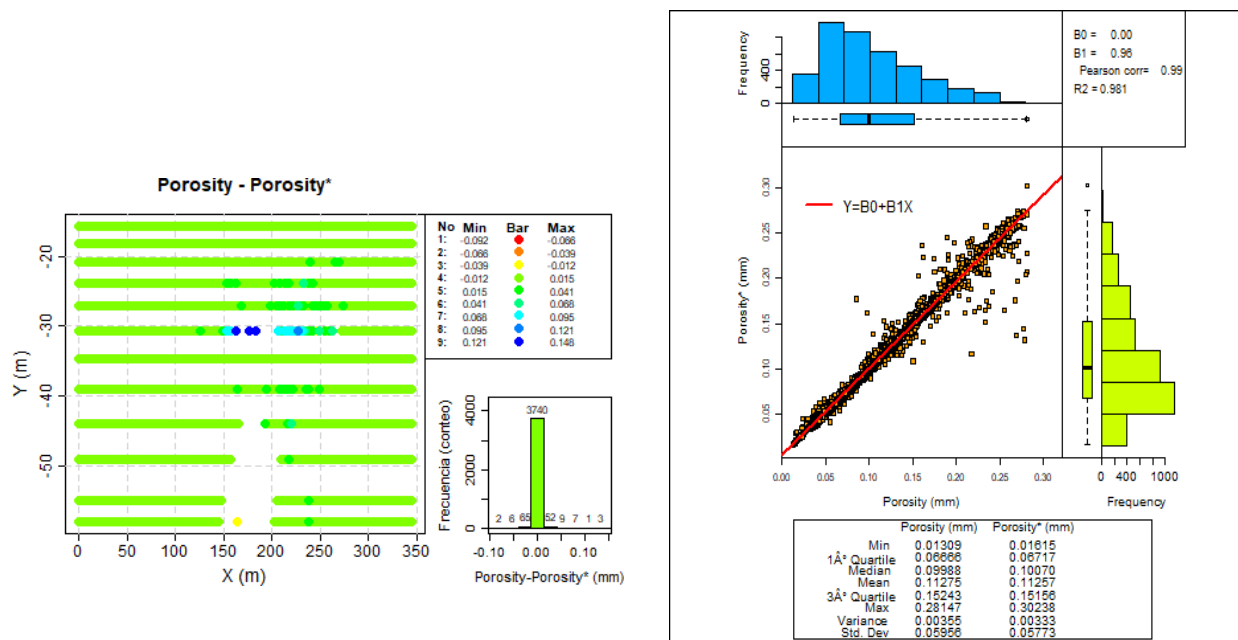


Figura 4.25 Resultados de la validación cruzada utilizando el variograma en la dirección de X.

Al comparar los resultados obtenidos en la validación cruzada podemos observar que se obtienen mejores resultados con el variograma en la dirección de 90°, ya que el resultado de la diferencia de los valores de porosidad reales y los estimados es muy cercano a cero; esto puede observarse en la gráfica de dispersión que nos indica que hay muy pocos valores diferentes. Por esta razón, para el caso T1, se seleccionó este variograma para realizar las estimaciones con kriging.

Para las secciones de porosidad restantes se realizó un procedimiento completo similar al descrito para T1. El análisis realizado a cada sección arrojó que los variogramas más representativos fueron en la dirección de X. No obstante, los modelos que mejor se ajustaron fueron diferentes en algunos casos. En la Tabla 4.6 se presentan los modelos finales seleccionados con sus respectivos parámetros de ajuste para cada sección de porosidad.

Tabla 4.6 Variogramas finales para cada sección de porosidad.

Variograma	Modelo	Alcance	Nugget	Meseta
T1	Exponencial	30	0	0.0043
T2	Esférico	42	0	0.0046
T3	Exponencial	80	0	0.0106
T4	Esférico	51	0	0.0029
T5	Esférico	53	0	0.0084
T6	Esférico	55	0	0.041
T7	Esférico	30	0	0.0108
T8	Exponencial	50	0	0.0019

4.7 Estimación y simulación de la porosidad en 2D

Se utilizó SGeMS (Stanford Geostatistical Modeling Software) para realizar las estimaciones por kriging y las SSG condicionales en 2D. Los pasos para el proceso de estimación y simulación pueden consultarse con mayor detalle en el Apéndice A.

Para la estimación se utilizó kriging ordinario, con los modelos de variogramas de la Tabla 4.6.

La simulación secuencial gaussiana, así como el resto de las simulaciones del tipo gaussiano, debe de presentar una función de distribución de probabilidad gaussiana. En caso de que los datos originales no cumplan con este requerimiento, se debe realizar la transformación de los datos. La transformación se puede realizar directamente en SGeMS y se realiza sobre los datos de cada sección de porosidad incluyendo los datos atípicos. Con los datos transformados, se procede a realizar un análisis variográfico similar al descrito anteriormente, con el fin de obtener un variograma que mejor represente los datos obtenidos de esta transformación. Los variogramas utilizados para la simulación secuencial gaussiana se muestran en la Tabla 4.7. Ya realizada la simulación, se tiene que hacer una transformación inversa con el fin de que los resultados estén en la misma escala de los datos originales. Véase los pasos de simulación en el Apéndice A.

Tabla 4.7 Variogramas finales obtenidos a partir de los datos con transformación Gaussiana.

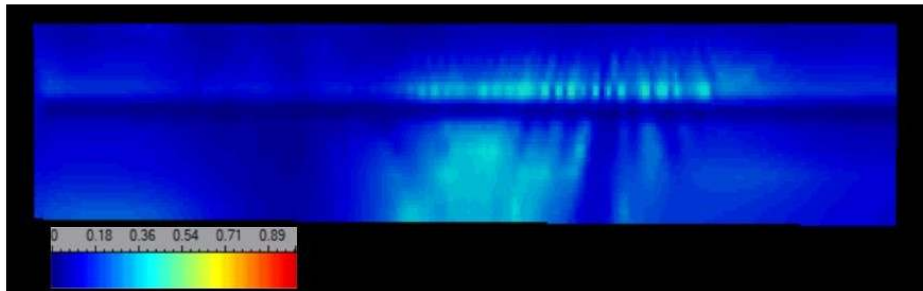
Variograma	Modelo	Alcance	Nugget	Meseta
T1	Exponencial	30	0	1.25
T2	Esférico	40	0	1.04
T3	Exponencial	80	0	1.06
T4	Esférico	60	0	1.006
T5	Esférico	60	0	1.05
T6	Esférico	65	0	1.08
T7	Esférico	22	0	1.08
T8	Exponencial	55	0	1.39

Se realizó la estimación por kriging ordinario, así como 50 simulaciones secuenciales gaussianas condicionales para los datos de las secciones de porosidad T1-T8. Se analizaron las distribuciones de probabilidad del histograma de estimación y del histograma promedio de las simulaciones, y se realizó una comparación con la distribución de porosidades obtenidas a partir de las tomografías. La comparación se realizó por medio de un gráfico Q-Q plot.

En la Figura 4.26 se observan los resultados del kriging ordinario y del promedio de 50 SSG condicionales para el conjunto de datos de porosidad de T1. Podemos darnos cuenta de que visualmente lucen muy similares. No obstante, mediante un análisis detallado de los histogramas

de datos de cada imagen, se pueden observar las diferencias con respecto a la sección de porosidades T1. En la Figura 4.27 se presentan el histograma de la sección original de porosidades T1, el histograma de la estimación y el histograma del promedio de las SSG.

Kriging Ordinario para T1



Media de 50 SSG para T1

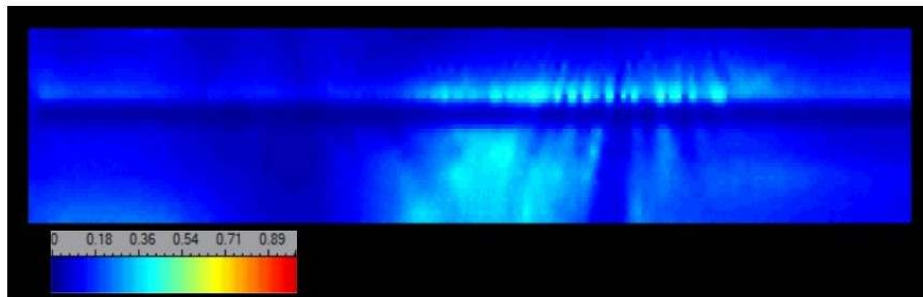


Figura 4.26. Resultados del kriging ordinario y del promedio de 50 SSG para la sección T1.

Los resultados de Q-Q plot, para los histogramas de estimación y de promedio, con el histograma de datos de T1, se presentan en la Figura 4.28.

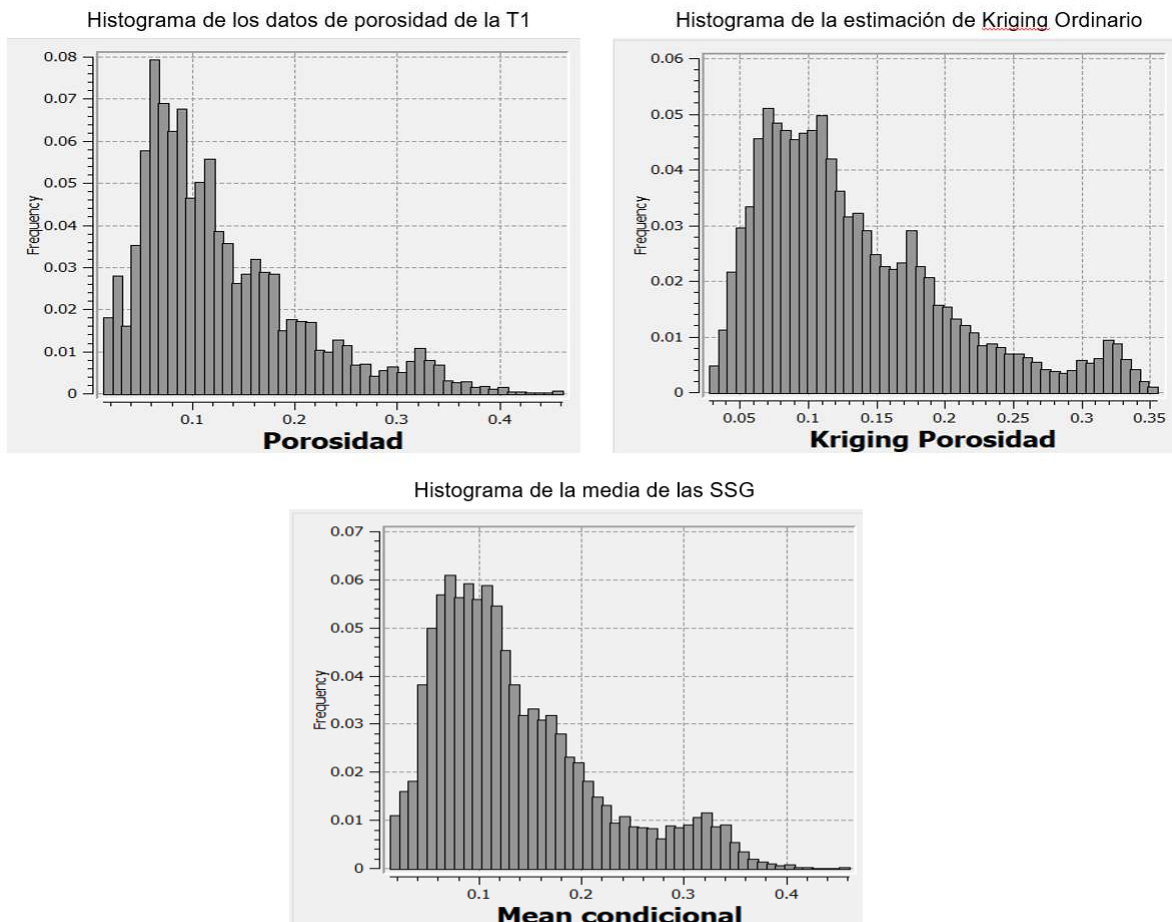


Figura 4.27 Histogramas de los datos de la sección de porosidad T1, de la estimación por krigingordinario y de la media de 50 realizaciones de simulación secuencial Gaussiana.

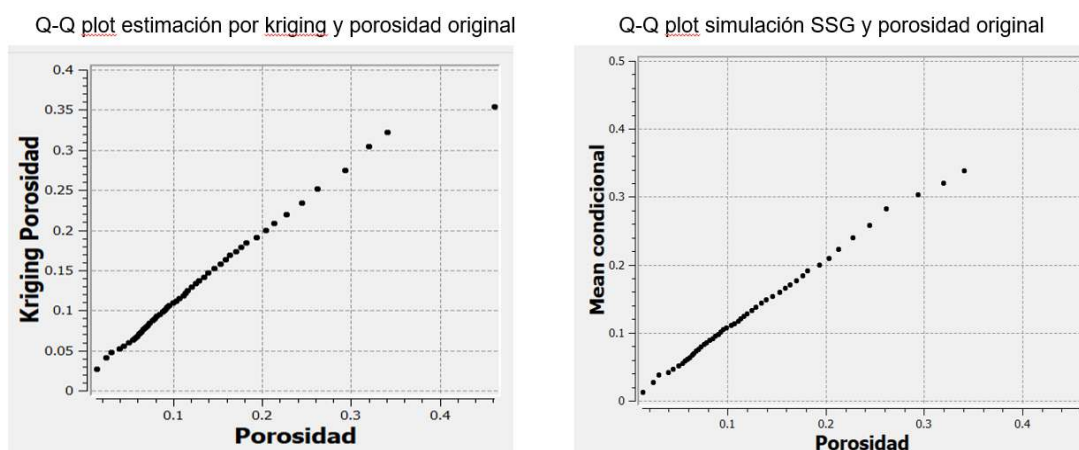


Figura 4.28 Q-Q plot de los histogramas de estimación y simulación con respecto al histograma de la distribución de porosidades de la sección T1.

Una de las ventajas de la SSG, es que nos permite visualizar la varianza del promedio de simulaciones condicionales, así como su histograma respectivo. Esto puede observarse en las Figuras. 4.29 y 4.30.

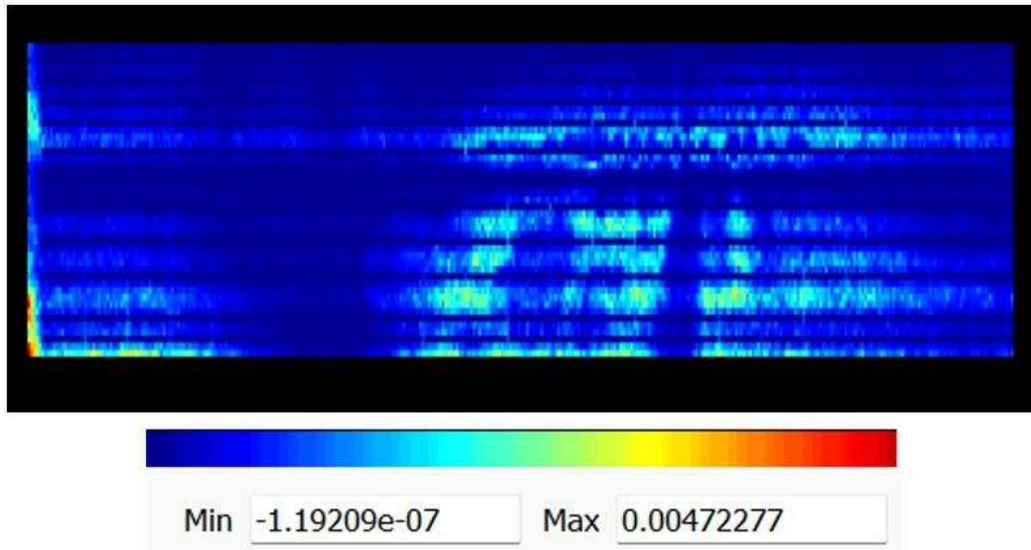
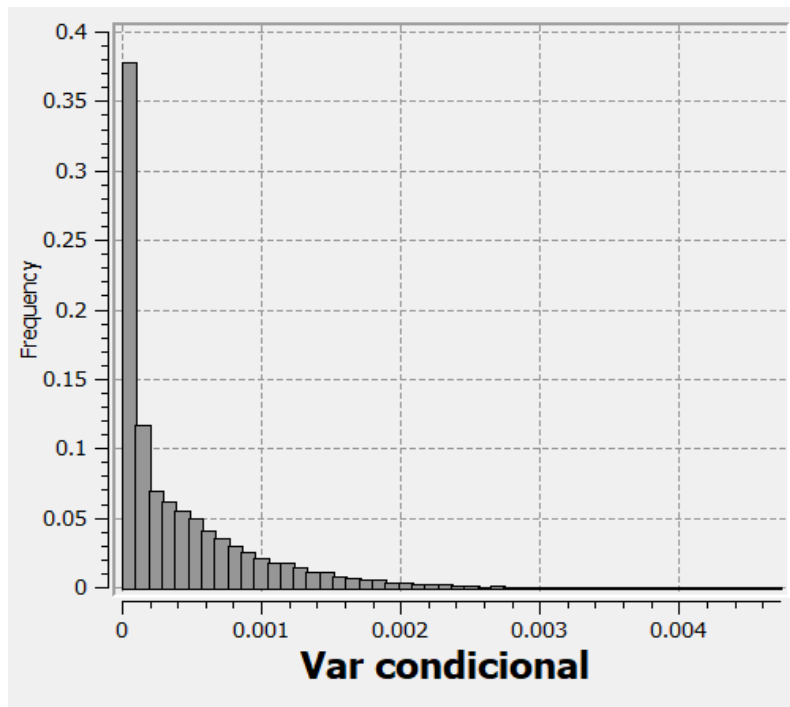


Figura 4.29. Varianza del promedio de 50 SSG condicionales.

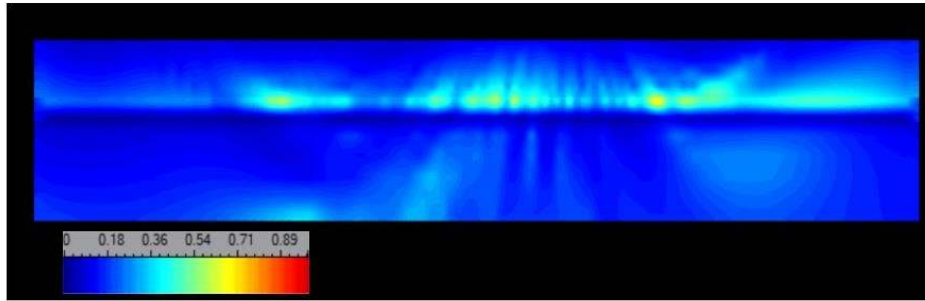


Cantidad de datos	15750
Media	4.0278×10^{-4}
Varianza	2.5238×10^{-7}
Máximo	4.7227×10^{-3}
Cuartil superior	6.0740×10^{-4}
Mediana	1.9393×10^{-4}
Cuartil inferior	1.6097×10^{-5}
Mínimo	-1.1920×10^{-7}

Figura 4.30 Histograma de la varianza condicional del promedio de 50 SSG.

Se realizó un análisis completo, como el explicado anteriormente, para los datos de las secciones de porosidad restantes de la T2-T8. A continuación se presentan únicamente las imágenes finales de la estimación y del promedio de 50 SSG para cada sección.

Kriging Ordinario para T2



Media de 50 SSG para T2

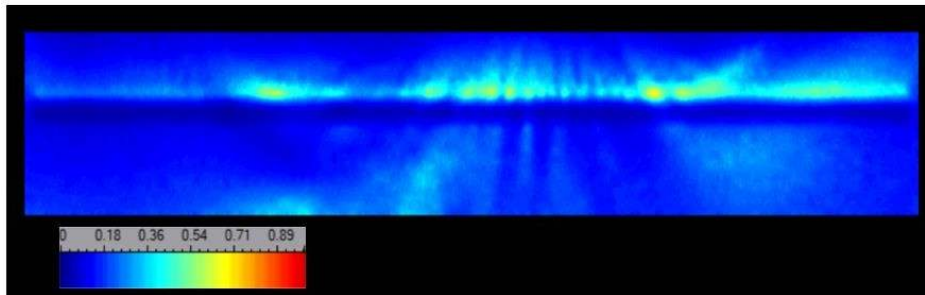
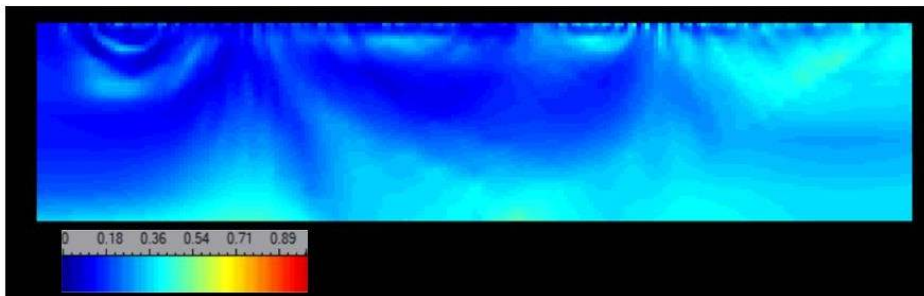


Figura 4.31 Resultados del kriging ordinario y del promedio de 50 SSG para la sección T2.

Kriging Ordinario para T3



Media de 50 SSG para T3

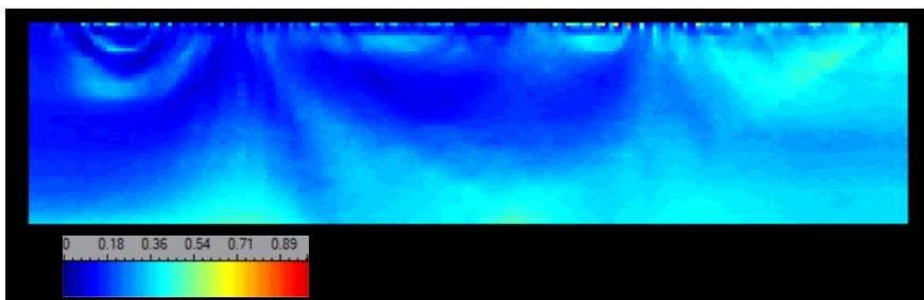
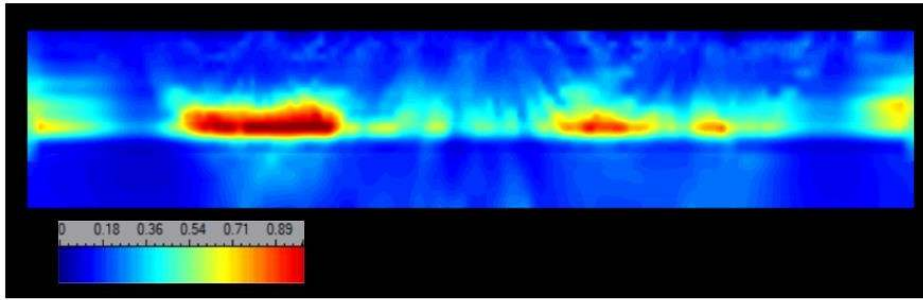


Figura 4.32 Resultados del kriging ordinario y del promedio de 50 SSG para la sección T3.

Kriging Ordinario para T4



Media de 50 SSG para T4

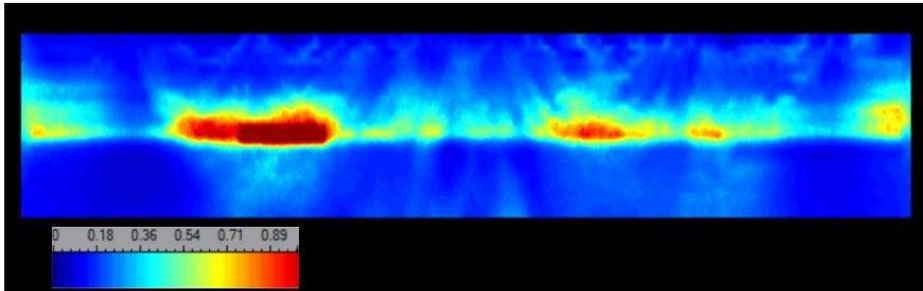
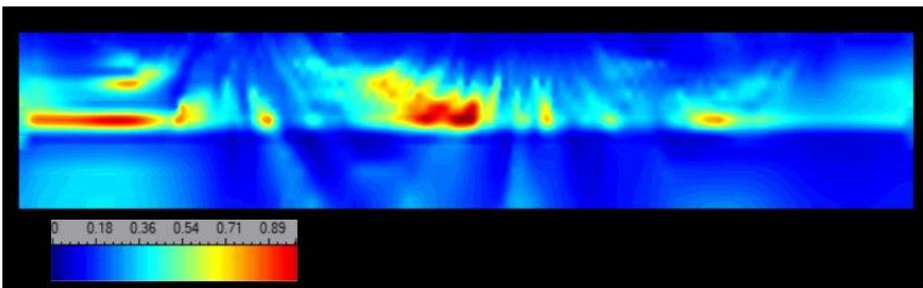


Figura 4.33 Resultados del kriging ordinario y del promedio de 50 SSG para la sección T4.

Kriging Ordinario para T5



Media de 50 SSG para T5

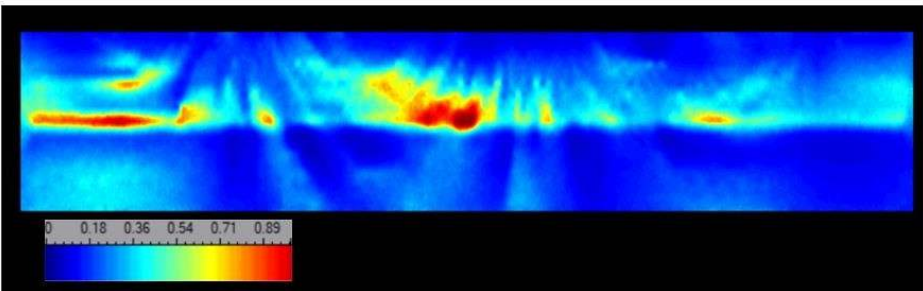
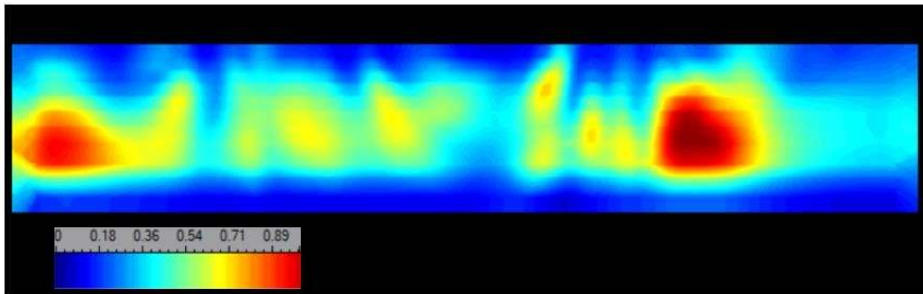


Figura 4.34 Resultados del kriging ordinario y del promedio de 50 SSG para la sección T5.

Kriging Ordinario para T6



Media de 50 SSG para T6

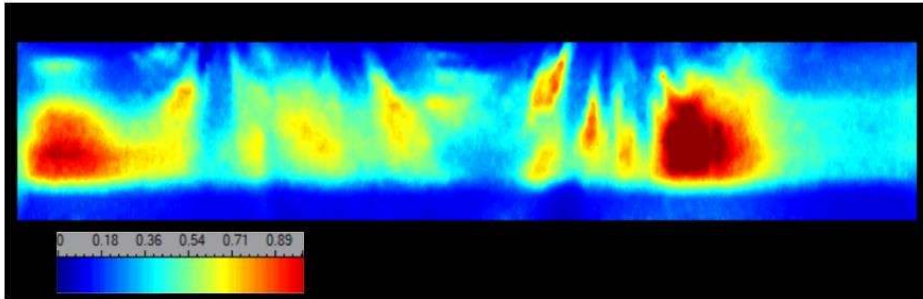
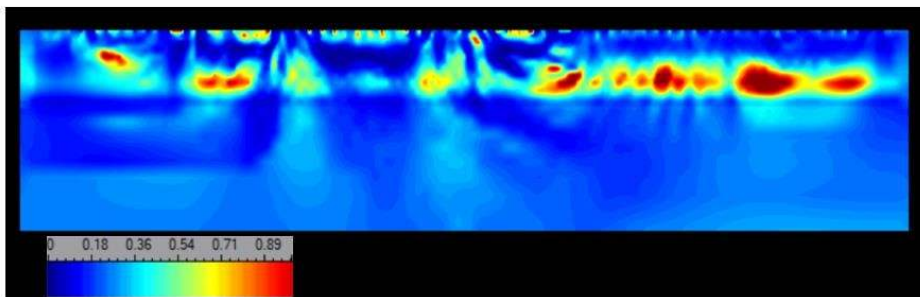


Figura 4.35 Resultados del kriging ordinario y del promedio de 50 SSG para la sección T6.

Kriging Ordinario para T7



Media de 50 SSG para T7

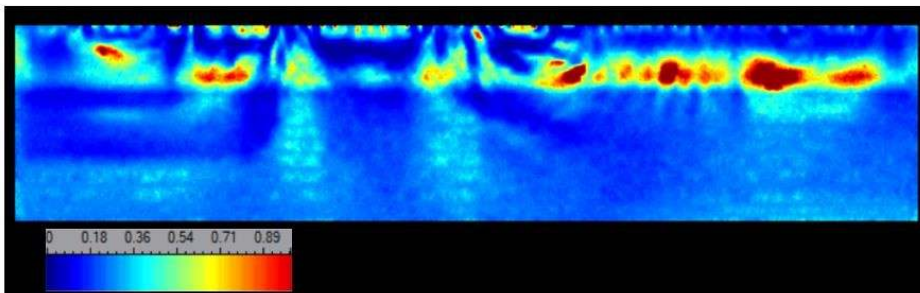
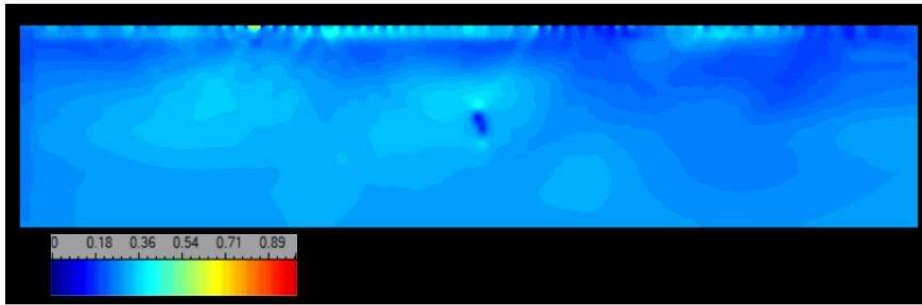


Figura 4.36 Resultados del kriging ordinario y del promedio de 50 SSG para la sección T7.

Kriging Ordinario para T8



Media de 50 SSG para T8

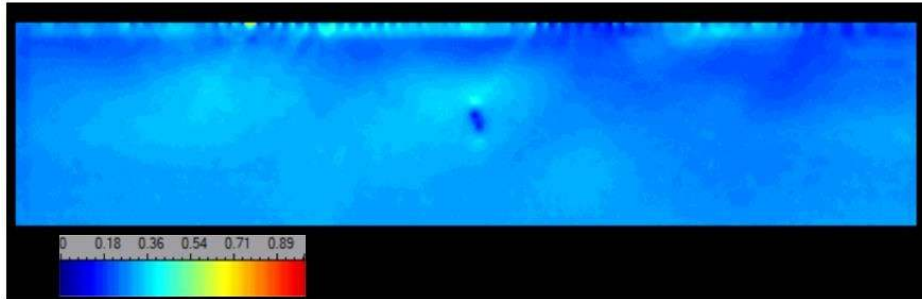


Figura 4.37 Resultados del kriging ordinario y del promedio de 50 SSG para la sección T8.

4.8 Obtención de la conductividad hidráulica por medio de la aplicación de la ecuación de Kozeny-Carman

Una vez obtenidas las secciones de porosidad en 2D, se procedió a calcular la conductividad hidráulica por medio de la ecuación de Kozeny-Carman. Los valores utilizados de los parámetros son los mencionados en la sección 3.8.4.

En la **¡Error! No se encuentra el origen de la referencia.**4.8 se presentan algunos resultados cuantitativos para K , calculados por medio de la ecuación de KC, para algunos valores de porosidad, con saturación de agua dulce y agua salada.

Tabla 4.8 Valor de K en función de la porosidad para las zonas de saturación del acuífero

Valor de porosidad	K [m/s]; T.S. agua dulce	K [m/s]; T.S. agua salada
0.0001	1.5575×10^{-13}	1.5964×10^{-13}
0.0002	1.2462×10^{-12}	1.2774×10^{-12}
0.001	1.5603×10^{-10}	1.5993×10^{-10}
0.01	1.5888×10^{-7}	1.6285×10^{-7}
0.1	0.00019224	0.00019705
0.2	0.00194643	0.00199509
0.3	0.00858017	0.00879468
0.5	0.07785714	0.07980357

0.8	1.99314286	2.04297143
0.9	11.3515714	11.6356607
0.99	1498.89416	1510.66651

En las Figura 4.38 y 4.39 se presentan las secciones de conductividad hidráulica para cada uno de los transectos considerados. Los resultados se presentan en escala logarítmica y agrupados según características similares.

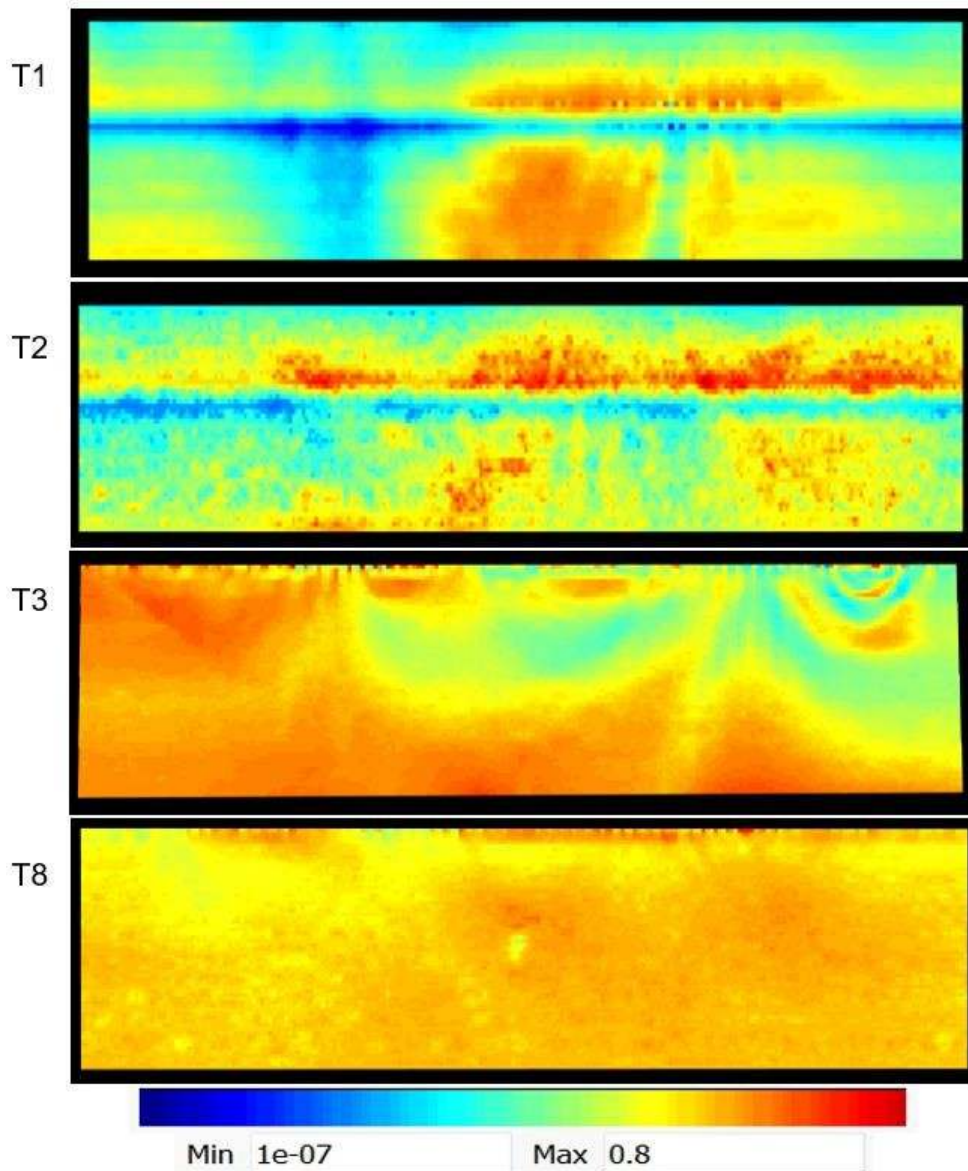


Figura 4.38 Secciones de conductividad hidráulica para T1, T2, T3 y T8.

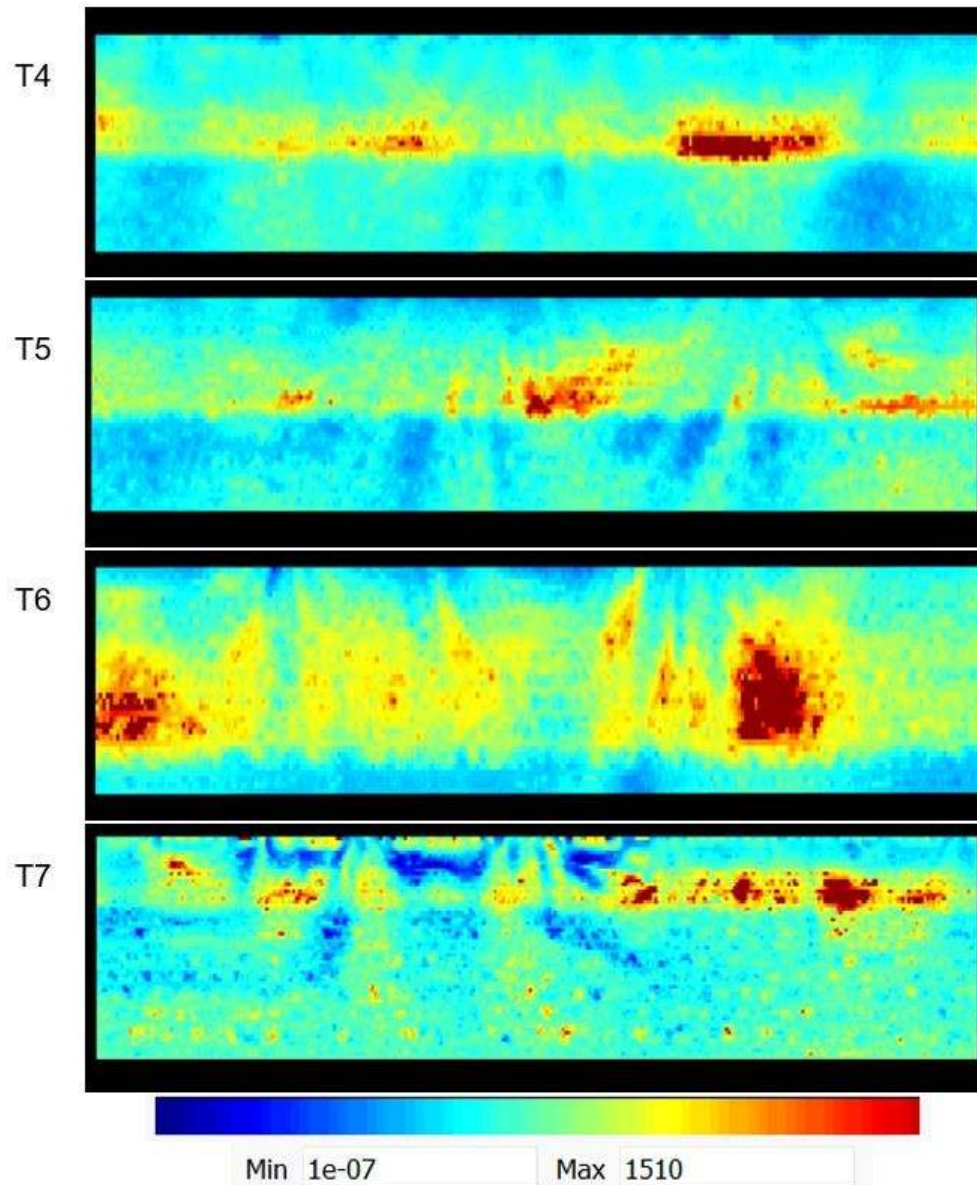


Figura 4.39 Secciones de conductividad hidráulica para T4, T5, T6 y T7.

Se decidió emplear escala logarítmica porqué que esta permite identificar de mejor manera las diferencias entre las magnitudes de los datos, debido a que las secciones de conductividad hidráulica cubren un rango elevado, a diferencia de las imágenes obtenidas de porosidad.

Aun así, se observa que se mantiene el mismo comportamiento lineal entre la porosidad-conductividad. Donde datos elevados de porosidad resultan en valores altos de conductividad y viceversa.

4.9 Discusión y conclusiones

El acuífero de la zona de Akumal se caracteriza por ser un acuífero de doble porosidad, dominado por zonas de alto fracturamiento y fracturas locales, en donde predominan las rocas calizas. Zamora-Luria et al. (2020) indican la presencia de diversos conductos de disolución en la zona, por lo que en determinadas zonas se presenta un acuífero de triple porosidad. Se espera que en las zonas donde se presenten una mayor densidad de conductos o bien un fracturamiento mayor, la conductividad hidráulica sea mayor. En los resultados correspondientes a la sección de porosidad efectiva de la T4, se puede observar que se encuentran valores cercanos a la unidad, los cuales se pueden asociar a la posible presencia de conductos de disolución y/o cavernas inundadas. En las Figuras. 4.12, 4.13 y 4.14, correspondientes a T5, T6 Y T7, encontramos comportamientos similares para la porosidad. De estas imágenes podemos darnos cuenta de que la profundidad a la que se encuentran estos valores elevados de porosidad varía con respecto a la distancia de la línea de costa: en zonas más cercanas a la línea costera (T7), los valores unitarios de porosidad se encuentran más cercanos a la superficie, mientras que entre más alejados se encuentren los transectos de la zonacostera, como en T4 y T5, se encuentran a una profundidad mayor.

La Figura 4.16, indica el comportamiento de la distribución de la porosidad para cada sección obtenida. Se puede observar que cerca de la costa, donde se encuentran las tomografías T8 y T7, se tiene una porosidad promedio de 0.25 (o 25%), la cual es similar a lo reportado por otros autores en zonas costeras de la península de Yucatán (Batllori-Sampedro et al., 2005; Richards & Richards, 2007). Por otro lado, en la zona de Chemuyil (T1 y T2) que se encuentra aproximadamente a 6 Km de la línea de costa, se presentan los valores más bajos de porosidad de la zona de estudio con una media que va de 0.15 a 0.18. Finalmente, a 10 km de la línea de costa (T3, T4 y T5) la media de los valores de porosidad se encuentra cercanos a 0.22, con presencia de posibles conductos de disolución y/o cavernas inundadas a mayor profundidad que en la costa.

En los acuíferos carbonatados, el comportamiento de la permeabilidad y, por lo tanto, de la conductividad hidráulica, es muy particular. En estos acuíferos se tiene una permeabilidad muy variable, debido a que la misma se desarrolla por medio de la circulación del agua subterránea, y la disolución de las rocas (Legrand & Stringfield, 1971). Además, otro fenómeno que afecta este desarrollo es la interacción con agua salada debido al efecto de intrusión salina, esto ocurre porque la disolución de algunas rocas (anhidrita, carbonato, yeso y celestita) no dependen del pH y es más probable que se disuelvan por efecto de la intrusión salina (Perry et al. 2019).

Por otra parte, los procesos de karstificación pueden verse influenciados por la materia orgánica disponible en los suelos, los cuales pueden variar de una región a otra. Lo cual puede tener un efecto más remarcado en el lente de agua dulce del acuífero, debido a que en la zona de transición ocurre una filtración física de la materia orgánica, lo que genera un potencial efecto diagenético para la generación de porosidad secundaria en el medio (Whitaker & Smart, 1997).

Comúnmente, la circulación del agua es mayor en la parte superior de la zona saturada del acuífero, por lo que es normal que en estas zonas la permeabilidad sea mayor y que disminuya con la profundidad. Las zonas con mayor permeabilidad o porosidad a profundidades mayores han sido relacionadas a diferentes tiempos geológicos en los que hubo una variación en el nivel del mar, ya que se sabe que la interacción con el agua de mar puede afectar los ambientes de sedimentación de las rocas carbonatadas (Van Hengstum et al. 2011; Blanchon & Shaw 1995).

En las secciones de conductividad hidráulica podemos observar el comportamiento descrito anteriormente, en donde los valores más elevados de la misma se encuentran en la parte superior de la zona saturada. Esto se observa especialmente en las Figuras. 4.38 y 4.39, para las secciones T2, T4, T5 Y T7. Es en estas zonas, a diferentes profundidades con respecto a superficie, donde se considera la presencia de posibles conductos de disolución, especialmente por la alta conductividad hidráulica que se presenta en comparación con otras zonas del área de Akumal.

Las rocas correspondientes al Plioceno, T1, T2, T4 y T5 (Figura 4.26, 4.31, 4.33 y 4.34), presentan valores elevados de porosidad, los cuales se puede relacionar al mayor grado de karstificación que tienen las rocas, así como la posible presencia de posibles conductos de disolución y/o cavernas inundadas (para el caso de la Figura 4.33 y 4.34). La T3 (Figura 4.32) también corresponde al Plioceno, sin embargo, no presenta valores atípicos a diferencia de las demás, Zamora-Luria et al. (2020) sugieren que la fractura que se encuentra cercana a esa zona afecta el comportamiento hidrogeológico del acuífero, por lo que la T3 presenta diferencias sustanciales con el resto de las tomografías tomadas en el Plioceno.

Podemos observar que los resultados de conductividad hidráulica de la T4, T5, T6 y T7 (Figura 4.39) presentan valores elevados, que podemos asociar con la presencia de conductos de disolución o cavernas inundadas en la zona. Apoyándonos en la Figura 3.3, donde podemos ver la disposición de las tomografías en el área de estudio, podemos suponer que estos conductos o cavernas se extienden desde la parte norte de la zona de estudio, cerca de Uxuxubi, a aproximadamente 10 km costa dentro, hasta la zona central de nuestra zona de estudio, donde

se ubica la T6 a 6 km de la costa y terminan hasta algún punto de la costa de Akumal, cercana a la ubicación de la T7.

Debido a que en la localización de la T1 y la T2 no se obtuvieron valores elevados de conductividad hidráulica, podemos inferir que en la zona cercana a Chemuyil, aproximadamente a 6 km de la costa y al sur de la zona de estudio, no se encuentra ningún posible conducto de disolución ni caverna inundada.

Del análisis exploratorio de los datos de cada sección se llegó a la conclusión que los datos sin transformar y sin datos atípicos, cumplen con los criterios necesarios de simetría para continuar con el análisis variográfico, por lo que se decidió utilizar este conjunto de datos para el cálculo de los variogramas. A pesar de que la transformación logarítmica fue la que obtuvo mejores valores de simetría en la mayoría de las secciones (Tabla 4.2), se sabe que la transformación de los datos produce un sesgo importante en los datos (Rodríguez y Ruiz, 2008), por lo que se decidió trabajar con los datos originales, pero con la menor asimetría posible.

Es importante mencionar que del análisis variográfico se concluyó que la dirección preferencial de los datos en todas las tomografías fue de 90° (dirección X). Esto puede asociarse a los procesos de sedimentación que dieron origen a la plataforma carbonatada de la península, la cual tiene una topografía muy suave con poca inclinación, por lo que los procesos de karstificación que ocurren en determinados tiempos geológicos están asociados a estratos horizontales con niveles similares y de gran extensión.

Para la estimación por kriging ordinario se aproximó un modelo anisótropo tomando el alcance mayor y menor de los diagramas direccionales, esto debido a la diferencia de comportamientos de los variogramas en la dirección de 90° (eje horizontal) y en la de 0° (eje vertical), como puede observarse en la Figura 4.23. A priori se conoce que los acuíferos kársticos son altamente heterogéneos y anisótropos en sus propiedades petrofísicas, especialmente por las diferencias geológicas que se presentan en la columna estratigráfica de la zona (López-Ramos, 1974), lo cual afecta el grado de karstificación de las rocas que constituyen el acuífero subterráneo.

Las estimaciones por kriging ordinario no reproducen la dispersión de los datos, debido a que no reproducen las propiedades estadísticas de la función aleatoria, en cambio tienen como objetivo proporcionar un valor estimado que sea lo más cercano al valor real (Cuador et al. 2000), por lo que en los resultados de las estimaciones se puede apreciar un suavizado en las imágenes.

En cambio, en la simulación se obtienen nuevas realizaciones de la función aleatoria, además de reproducir las propiedades estadísticas de las mismas (media, mediana, etc.), esto permite que

se obtengan diversas realizaciones equiprobables que cumplan con la condición de que los valores simulados coincidan con los valores reales, estas iteraciones no cuentan con el efecto de suavizado característico de las estimaciones, sin embargo es posible obtener la media de las mismas para obtener un resultado similar al obtenido con kriging.

Comparando los resultados obtenidos de la estimación con kriging ordinario y los obtenidos del promedio de 50 SSG de la T1 (Figura 4.26), nos damos cuenta de que las imágenes resultantes, así como sus histogramas son similares (Figura 4.17), es decir, la media de las simulaciones presenta el mismo efecto de suavizado que las estimaciones con kriging. Sin embargo, hay que considerar las diferentes iteraciones resultantes de la simulación, debido a que estas presentan información importante que se pierde al tomar en cuenta el promedio global.

También se realizaron diferentes escenarios de simulación en 3D (véase el apéndice B). No obstante, estos últimos requieren información adicional que los valide, con la cual no se cuenta al momento.

CONCLUSIONES

Como se discutió a lo largo de esta tesis, la conductividad hidráulica es un parámetro fundamental para la descripción hidrogeológica y la modelación de acuíferos. Por esta razón, la metodología desarrollada en esta tesis es fundamental para la generación de información en acuíferos someros en zonas kársticas, dada la practicidad de los métodos de prospección geoeléctrica, en especial el método de Tomografías de Resistividad Eléctrica o ERT, por lo que el desarrollo de modelos de porosidades y conductividades en 2D es factible, siempre y cuando se siga con cuidado la metodología correcta. Sin embargo, si se busca realizar una modelación en 3D representativa de la zona utilizando como base información proveniente de las tomografías de resistividad eléctrica, se debe tener especial cuidado en la planeación del muestreo de las tomografías.

Utilizando técnicas geoestadísticas fue posible la generación de modelos en 2D de la porosidad y conductividad hidráulica, a partir de la información proveniente del ERT, la cual nos permite caracterizar la zona de Akumal.

Los modelos obtenidos presentan valores de porosidad y conductividad hidráulica elevados en la parte superior de la zona saturada, asociados a posibles conductos de disolución o un alto fracturamiento de las rocas, conformen se acercan a la línea de costa, disminuyendo en profundidad a distancias más alejadas de la costa.

En la zona de Uxuxubi, perteneciente al Plioceno y ubicado a 10 km de la costa, se tienen valores de porosidad matricial más elevados que en la zona de Chemuyil (ubicado a 6 km de la costa y perteneciente al Plioceno), no obstante, estos valores no superan a los calculados en la zona costera de Akumal. Sin embargo, se detectan posibles conductos de disolución desde Uxuxubi que pudieran continuar hasta la costa de Akumal, de ser así estos conductos de disolución denotarían el flujo del agua subterránea a escala local de la zona de Akumal.

Se recomienda que, para futuros trabajos a realizar en la misma zona de estudio, se obtenga más información del subsuelo en el área comprendida desde Uxuxubi hasta la costa de Akumal, debido a que en esa zona es probable que se encuentren conductos de disolución importantes, los cuales determinen la dirección de flujo del acuífero de la zona de Akumal. Así mismo, se recomienda que, de ser posible, se obtengan núcleos de las rocas de la zona de estudio, con el fin de determinar los valores exactos del coeficiente de tortuosidad y el exponente de cementación de la ley de Archie y con ellos calibrar los modelos de porosidad y conductividad obtenidos en este trabajo de tesis.

Finalmente, para lograr generar modelos en 3D, aplicando la metodología discutida en este trabajo, y que sean representativos del medio, se debe tener especial consideración durante la planeación de la toma de muestreo de las tomografías, las cuales deben de realizarse en una zona que permita realizar diversas tomografías perpendiculares y paralelas entre sí (preferiblemente) para obtener un arreglo cubico con la información de la resistividad, para facilitar la caracterización espacial de los datos durante la etapa de la modelación geoestadística.

BIBLIOGRAFÍA

- Achour, M., Idriss, H. M., Benhedid, H., Hadj, B. A. (2021). Using GIS and Geostatistical Techniques for Mapping Piezometry and Groundwater Quality of the Albian Aquifer of the M'zab Region, Algerian Sahara. *Inter. J. Geos.* 12, 253-279 pp.
- Adisoemarta, P. S., Anderson, G. A., Frailey, S. M., Asquith, G. B. (2000). Historical use of m anda in well log interpretation: is conventional wisdom backwards? *SPE Permian Basin Oil and Gas Recovery Conference*. 1-5 pp. <https://doi.org/10.2118/59699-MS>
- Advanced Geosciences. (2009). Instruction manual for EarthImager 2D version 2.4.0. Austin, Texas. 60-62 pp.
- Advanced Geosciencies. (2005). Instruction manual for The Super Sting™ with Swift™ automatic resistivity and IP system. Austin, Texas.
- Aguilar, D. Y., Bautista, F., Mendoza, M. E., Delgado, C. (2013). Vulnerabilidad y riesgo de contaminación de acuíferos kársticos. 15-17 pp.
- Andrade-Gómez, L., Rebolledo-Vieyra, M., Andrade, J. L., López, P. Z. Estrada-Contreras, J. (2019). Karstic aquifer structure from geoelectrical modeling in the Ring of Sinkholes, Mexico. *Hydro. J.* 27, 2365-2376 pp. <https://doi.org/10.1007/s10040-019-02016-w>
- Archie, G. E. (1942). The electrical resistivity log as an aid in determining some reservoir characteristics. *Transactions of the AIME*, 145. 54-61 pp.
- Arreola, B. F. (2018). Caracterización de acuíferos mediante métodos geofísicos: Aplicación de la técnica de tomografía eléctrica de resistividades 2D en el acuífero noreste de Quintana Roo. Tesis de licenciatura. Instituto Tecnológico de Tacámbaro. 8-10 pp.
- Auge, M. (2008). Métodos Geoeléctricos para la prospección de agua subterránea. Buenos Aires, Argentina. 1-9 pp.
- Azar, J. H., Javaherian, A., Pishvaie, M. R. Nabi-Bidhendi, M. (2007). An approach to defining tortuosity and cementation factor in carbonate reservoir rocks. *J. Petro. Sci. Engin.* 60. 125-131 pp.

Ballay, G. (2012). The “m” Exponent in Carbonate Petrophysics. En: <http://www.geoneurale.com/>
[online] Acceso 27 Diciembre 2020.

Batllore-Sampedro, E., González-Piedra, J. I., Díaz-Sosa, J. Febles-Patrón, J. L. (2005). Caracterización hidrológica de la región costera noroccidental del estado de Yucatán, México. *Investigaciones geográficas*, Boletín del Instituto de Geografía, UNAM. ISSN 0188.74-92 pp.

Bai, T. Tahmasebi, P. (2022). Sequential Gaussian simulation for geosystems modeling: A machine learning approach. *Geos. Front.* 13, 1-14 pp.

Bauer-Gottwein, P., Gondwe, B. R. N., Charvet, G., Marín, L. E., Rebolledo-Vieyra, M., Merediz-Alonso, G. (2011). Review: The Yucatán Peninsula karst aquifer, Mexico. *Hydro. J.* 19(3), 507–524. <https://doi.org/10.1007/s10040-010-0699-5>

Bautista-Zuñiga, F., Estrada-Medina, H. Jiménez-Osornio, J. J. M. González-Iturbe, J. A. (2004). Relación entre el relieve y unidades de suelo en zonas cársticas de Yucatán. *Terra. Latin.* 22 (3) 243-254.

Bohnsack, D., Potten, M., Pfrang, D., Wolpert, P., Zosseder, K. (2020). Porosity-permeability relationship derived from Upper Jurassic carbonate rock cores to assess the regional hydraulic matrix properties of the Malm reservoir in the South German Molasse Basin. *Geo. Ener.* (8) 12. 30-38 pp. <https://doi.org/10.1186/s40517-020-00166-9>.

Butterlin, J. Bonet, F. (1960). Información básica para la interpretación geohidrológica de la Península de Yucatán. Secretaría de Recursos Hidráulicos. México, D.F.

Cáceres, T. L. (2018). Mapeo por análisis híbrido de aprendizaje automático-geoestadístico de las propiedades hidrogeoquímicas del sistema acuífero del valle medio del Magdalena (SAVMM), Colombia. Proyecto de grado. Universidad de los Andes. 16-21 pp.

Chelotti, L. Acosta, N. Foster, M. (2010). Métodos geoelectrónicos de corriente continua. Chubut, Argentina. 30 pp.

Collon, P., Bernasconi, D., Vuilleumier, C. Renard, P. (2017). Statistical metrics for the

characterization of karst network geometry and topology. *Geomor.* 283, 122-142.

Coke, J., Perry, E. C., Long, A. (1991). Charcoal from a probable fire pit on the Yucatan Peninsula, Mexico: Another point on the glacio-eustatic sea level curve. *Nat.* 353, 25-26 pp.

Cuador, G., Quintero, S. A., Estévez, C. E. (2000). La simulación condicional en geoestadística. *Min. Geo.* 17 (1). 47-50 pp.

Custodio, E. Cabrera, M. (2013). Métodos de estudio hidrogeológicos e hidrogeoquímicos. En *Hidrología y recursos hídricos en las islas y terrenos volcánicos*. Madrid: Colegio de Ingenieros de Montes. 94-99 pp

Custodio, E. Llamas, M. R. (1983) *Hidrología subterránea*. Edit. Omega. Barcelona, 2359 pp.
Díaz-Francés, E. (1993). *Introducción a Conceptos Básicos de Geoestadística*. Memorias Seminario Estadística y Medio Ambiente. Centro de Investigación en Matemáticas, CIMAT. Guanajuato, México.

Díaz-Viera, M. A. (2002). *Geoestadística Aplicada*. México: UNAM. 9-24 pp.

Díaz-Viera. (2020). Análisis Estructural. De: The Earth-Science Modeling Group. En: <http://www.esmg-mx.org/activities/courses/geoestadistica> [online] Acceso 03 Enero 2021

Dirección de Desarrollo Urbano Municipal. (2007). Programa de Desarrollo Urbano del Centro de Población AKUMAL 2007-2032. Municipio de Solidaridad, Estado de Quintana Roo. 14-15 pp.

Duch-Gary, J. (1991). *Fisiografía del Estado de Yucatán*. Primera edición, Universidad Autónoma de Chapingo, México. 229 pp.

Fetter, C. W. (1994) *Applied hydrogeology*. Edit. Prentice Hall Inc. Englewood Cliffs, N.J. 604-615 pp.

Focke, J. W., Munn, D. (1987). Cementation exponents (m) in Middle Eastern carbonate

reservoirs. *Soc. Petro. Engin. Form. Eva.* 2 (02) 155 –158 pp. doi:10.2118/13735-pa

Franklin, J. F., Cromack, K. Jr., Denison, W.; McKee, A., Maser, C., Sedell, J., Swanson, F., Juday, G. (1981). Ecological characteristics of old-growth Douglas-firforests. *Gen. Tech. Rep.* Portland, U.S. 40-42 pp. <https://doi.org/10.2737/PNW-GTR-118>

Franklin, J. M., Sangster, D. M., Lydon, J. W. (1981). Volcanic-associated massive sulfide deposits. *Econ. Geo.* 75. 485-627 pp.

García, G. E. Graniel, C. E. (2010). Contexto físico. En Biodiversidad y desarrollo humano en Yucatán. Mérida, Yucatán: CICY, PPD-FMAM, CONABIO, SEDUMA.4-6 pp.

Gastelú, B. M. F. (2018). Determinación de la conductividad hidráulica del acuífero costero en el norte de Quintana Roo. Tesis de Maestría. Centro de Investigación Científica de Yucatán.

Giraldo, H. R. (2002). Introducción a la geoestadística: Teoría y Aplicación. Bogotá, Colombia. Ed. Universidad Nacional de Colombia.

Glover, P. (2009). What is the cementation exponent? A new interpretation. *Lead. Ed.* 28 (1). 247-265 pp.

Gómez-Nicolás, M. et al. (2017). Connectivity in a Karst System Using Electrical Resistivity Tomography and Network Theory. *Growat.* 56 (5). 732-741 pp.

Gómez-Pérez, C. P. (2012). Aspectos físicos de los peloides para aplicación en termoterapia. Tesis de doctorado. Universidad de Vigo. 84-89 pp.

Griffiths D.H. Barker, R.D. (1993). Two-dimensional resistivity imaging and modeling in areas of complex geology. *J. Appl. Geophys.*, 29, 21-26 pp. [http://dx.doi.org/10.1016/0926-9851\(93\)90005-JJourne](http://dx.doi.org/10.1016/0926-9851(93)90005-JJourne)

Gulden, B. Coke, J. (2011). World longest underwater caves. En: NSSGEO2 Committee on long and Deep caves. <http://www.caverbob.com/uwcaves.htm>. Acceso 27 Junio 2020.

- Hamada, G. M., Almajed, A. A., Okasha, T. M. (2013). Uncertainty Analysis of Archie's Parameters Determination Techniques in Carbonate Reservoirs. *J. Petrol. Prod. Technol.* (3) 1-10 pp.
- Hernández-Maldonado, V., Díaz-Viera, M., Erdely A. (2012). A joint stochastic simulation method using the Bernstein copula as a flexible tool for modeling nonlinear dependence structures between petrophysical properties. *J. Petrol. Sci. Eng.* 90-91, 112-113 pp.
- Heydari, H., Moghadasi, Jamshid. Motafakkerfard, R. (2013). A new Approach to Measuring Cementation Factor by Using an Intelligent System. *Iran. J. O. G. Sci. Tech.* (2) 4. 39-53 pp.
- Hernández-Maldonado, V., Díaz-Viera, M., Erdely A. (2014). A multivariate Bernstein copula model for permeability stochastic simulation. *Geofís. Inter.* 53 (2). 163-181 pp.
- Hill, H. J., Milburn, J. D. (1956). Effect of Clay and Water Salinity on Electrochemical Behavior of Reservoir Rocks. *Transactions of the AIME*, 207 (1) 65–72 pp. doi:10.2118/532-g
- Huong, L. V., Díaz-Viera, M. A., Vázquez-Ramírez, D., Valle-García, R., Erdely, A. Grana, D. (2020). Bernstein copula-based spatial cosimulation for petrophysical property prediction conditioned to elastic attributes. *J. Petrol. Sci. Eng.* 193, 2-3 pp. <https://doi.org/10.1016/j.petrol.2020.107382>
- Hurtado, N., Aldana, M., Torres, J. (2009). Comparison between neuro-fuzzy and fractal models for permeability prediction. *Comp. Geosci.* 13 (2). 181-186 pp.
- Iglesias, A. (2002). Hidrogeología. Capítulo 5 de Ingeniería Geológica. Edit. Prentice may, Madrid. 263-265 pp.
- Isphording, W. C. (1975). The physical geology of Yucatan. *Transactions. GCAGS.* 25. 231-262 pp.
- IPCC. (2014). Cambio climático 2014: Informe de síntesis. Contribución de los Grupos de

trabajo I, II y III al Quinto informe de Evaluación del Grupo intergubernamental de Expertos sobre el Cambio climático. IPCC, Ginebra, Suiza. 2-4 pp.

Jerry, L. F. (2007). Carbonate reservoir characterization: an integrated approach. Austin, Texas, USA: Springer. 1-26 pp.

Journel, A.G. Huijbregts, J. (1978). Mining Geostatistics, Academic Press, New York.

Kazakis, N., Vargemezis, G. Voudouris, K. S. (2016). Estimation of hydraulic parameters in a complex porous aquifer system using geoelectrical methods. *Sci. tot. environ.* 550. 742-750 pp.

Kazatchenko, E. Mousatov, A. (2002). Primary and Secondary Porosity Estimation of Carbonate Formations Using Total Porosity and the Formation Factor, *Soc. Petrol. Eng. J.*, 77787, 5 pp.

Konezy, J. (1953). Hydraulics. Springer, Vienna. 390 pp.

Kwader, T. (1985). Estimating Aquifer Permeability from Formation Resistivity Factors. *Ground Water*, 23 (6), 762–766 pp.

Legrand, H. E. Stringfield, V. T. (1971). Development and Distribution of Permeability in Carbonate Aquifers. *Wat. Resour. Res.* 7 (5). 1284-1287 pp.

Liao, S., Dourmashkin, P. Belcher, J. W. (2004). Current and resistance, *Elec. magne.* Massachusetts. 2-18 pp.

Ling, H.E., Zhao, L., Jianxin, L. I., Ma, J., Lui, R., Wang, S., Zhao, W. (2014). Complex relationship between porosity and permeability of carbonate reservoirs and its controlling factors: A case study of platform facies in Pre-Caspian Basin. *Petrol. Explor. Devel.* 41 (2). 225-234 pp.

López-Ramos, E. (1974). Estudio Geológico de la Península de Yucatán. *Boletín de la Asociación Mexicana de Geólogos Petroleros.* XXV, 25-76 pp.

- Matheron, G. (1970). La théorie des variables régionalisées, et ses applications. Quinta edición.
- Monterrubio-Velasco, M., Boyer, D. (2007). Simulación del crecimiento fractal de las cuevas subacuáticas de Quintana Roo con el modelo de agregación limitada por difusión. *Computación y Sistemas* Vol 21, pp. 45-55.
- Niwas, S. Celik, M. (2012). Equation estimation of porosity and hydraulic conductivity of Ruhrtal aquifer in Germany using near surface geophysics.
- Niwas, S. Singhal, D. C. (1985). Aquifer transmissivity of porous media from resistivity data. *J. hydro.* 82. 143-153 pp.
- Orellana, E. (1982). Prospección geoelectrica en corriente continua. Segunda ed. Paraninfo Ltd, Madrid. 578 pp.
- Ortiz, C. J., Magri, V. E. (2009). Comparación de modelos para la simulación condicional de leyes de bloques. Tesis de licenciatura. Universidad de Chile. 18-22 pp.
- Pape, H., Schopper, J. R. (1987). Fractal description of the Falkenberg granite microfissure system as derived from petrophysical and microscopical investigations. *Geol. J.*, 39. 149-166 pp.
- Pape, H., Clauser, C. Iffland, J. (1999). Permeability prediction based on fractal pore-space geometry. *Geoph.* 64. 1447-1460 pp. <https://doi.org/10.1190/1.1444649>
- Pardo-Igúzquiza, E., Dowd, P. A., Xu, C., Durán-Valsero, J. J. (2012). Stochastic simulation of karst conduit networks. *Advan. Wat. Resour.* 35, 141-150.
- Perry, E. C., Velazquez-Oliman, G. Marin, L. (2002). The hydrogeochemistry of the karst aquifer system of the northern Yucatan Peninsula, México. *Inter. Geol. Rev.* 44. 191- 221 pp.
- Perry, E. C., Velazquez-Oliman, G., Leal-Bautista, R. M. Dunning, N. P. (2019). The Icaiche Formation: Major contributor to the stratigraphy, hydrogeochemistry and geomorphology of the northern Yucatán Peninsula, Mexico. *Boletín de la Sociedad Geológica Mexicana.* 71

(3).741-760 pp.

Petitgas, P. (1996) Geostatistics and Their Applications to Fisheries Survey Data. *Computers and Fisheries Research* En: Megrey B, Moksness E. (eds) Computers in Fisheries Research. Chapman and Hall, London. 113–142 pp.

Qin, Z., Pan, H., Ma, H., Konaté, A. A., Hou, M. Lou, S. (2016). Fast Prediction method of Archie's cementation exponent. *J. Nat. Ga. Sci. Eng.* 34. 291- 297 pp.

Ramson, J.C. (1986). A Summary of the Effects of Various Pore Geometries and Their Wettabilities on Measured and In-Situ values of Cementation and Saturation Exponents. Society of Petrophysicist and Well-Log Analysts. 27th Annual Logging Symposium June 9-13. 3 pp.

Redhaounia, B., Ountsche, L. B., Gabtni, H., Sami, K Bédir, M. (2016). Electrical resistivity tomography (ERT) applied to karst carbonate aquifers: case study from Amdoun, northwestern Tunisia. *Pur. Appl. Geoph.* 173. 1289-1303 pp.

Richards, D. Richards, S. (2007). Overview of the geology and hydrology of coastal Quintana Roo, Mexico. *AMCS Activ. Newsl.* 30. 104-109 pp.

Rodríguez, A. Ruíz, D. (2008). Atenuación de la asimetría y de la curtosis de las puntuaciones observadas mediante transformaciones de variables: Incidencia sobre la estructura factorial. *Psic.* 29 (2). 205-227 pp.

Román-Sierra, J., Muñoz-Perez, J. J. Navarro-Pons, M. (2013). Beach nourishment effects on sand porosity variability. *Coas. Eng.* 83 221-232 pp.

Sahquillo, H. A. (2009). La importancia de las aguas subterráneas. *Re. Acad. Cien. Exac. Fis. Nat.* 103 (1). 97-114 pp.

Schön, H. (2015). Physical properties of rocks: fundamentals and principles of petrophysics. Waltham, MA, USA: Elsevier. 10-35 pp.

- Steinich, B., Marín, L. E. (1997). Determination of flow characteristics in the aquifer in northwest Yucatan, Mexico: *J. Hydro.*, 191, 315-320 pp.
- Stoessell, R. K., Ward, W. C., Ford, B. H., Schuffert, J. D. (1989). Water chemistry and CaCO₃ dissolution in the saline part of the open-flow mixing zone, coastal Yucatan Peninsula, Mexico. *Geol. Soc. Ame. Bull.* 101. 159-169 pp.
- Suárez-Morales, E. Rivera-Arriaga, E. (1998). Hidrología y Fauna Acuática de los Cenotes de la Península de Yucatán. *Rev. Soc. Mex. Hist. Nat.* 48, 37-47 pp.
- Szalai, S., Kovács, A., Kuslits, L., Facskó, G., Gribovszki, K., Kalmár, J. and Szarka, L. (2018) Characterization of Fractures and Fracture Zones in a Carbonate Aquifer Using Electrical Resistivity Tomography and Pricking Probe Methods. *J. Geosc. Envi. Prot.* 6 1-21 pp. <https://doi.org/10.4236/gep.2018.64001>
- Verly, G. (1993). Sequential Gaussian simulation: a Monte Carlo method for generating models of porosity and permeability. *Gen. Accum. Prod. Eur. Hydroc. III.* Springer. 345-356 pp. https://doi.org/10.1007/978-3-642-77859-9_28
- Vuilleumier, C., Borghi, A., Renard, P., Ottowitz, D., Schiller, A., Supper, R., Cornaton, F. (2012). A method for the stochastic modeling of karstic systems accounting for geophysical data: an example of application in the region of Tulum, Yucatan Peninsula (Mexico). *Hydrog. J.* 21, 529-544.
- Wackernagel, H. (1995). *Multivariate Geostatistics. An Introduction with Applications.* Springer-Verlag, Berlin.
- Weidie, A. E. (1985). Part I: Geology of Yucatan Platform, *Geology and hydrogeology of the Yucatan and Quaternary geology of northeastern Yucatan Peninsula.* 1-19 pp.
- Whitaker, F. F. Smart, P. L. (1997). Groundwater circulation and geochemistry of a karstified bank-marginal fracture system, South Andros Island, Bahamas. *J. Hydro.* 197. 293-315 pp.
- Xu, P., Yu, B. (2008). Developing a new form of permeability and Kozeny–Carman constant for homogeneous porous media by means of fractal geometry. *Adv. Wat. Res.* 31(1), 74–81

pp.

Zamora-Luria, J. C. (2019). Determinación de las características geo-estructurales que definen una subcuenca hidrogeológica en la zona de Akumal. Tesis de Maestría. Centro de Investigación Científica de Yucatán. 5-29 pp.

Zamora-Luria, J. C., Perera-Burgos, J. A., González-Calderón, A., Marin, S. L. E. Leal-Bautista, R. M. (2020). Control of fracture networks on a coastal karstic aquifer: a case study from northeastern Yucatán Peninsula (Mexico). *Hydrog. J.* 1-13 pp. <https://doi.org/10.1007/s10040-020-02237-4>.

Zechinelli, L. G. (2008). Solución analítica para la determinación de la interfase agua salada-dulce en acuíferos costeros. Tesis de licenciatura. Benemérita Universidad Autónoma de Puebla. 20-27 pp.

Zhou, W., Beck, B. F. Stephenson J. B. (2000). Reliability of dipole-dipole electrical resistivity tomography for defining depth to bedrock in covered karst terranes. *Environmental Geology*, 39 (7). 761 pp.

APÉNDICES

Apéndice A

ESTIMACIÓN Y SIMULACIÓN ESPACIAL

A continuación, se explica paso a paso el proceso para realizar la estimación espacial utilizando kriging ordinario y simulación secuencial Gaussiana. El procedimiento descrito se aplicó por igual a todas las secciones de porosidad. A manera de ejemplo se presenta la descripción del proceso para el caso T1.

En esta etapa se utilizó el software SGeMS (Stanford Geostatistical Modeling Software), versión 3.0, tanto para la estimación como para la SSG (Figura A1).

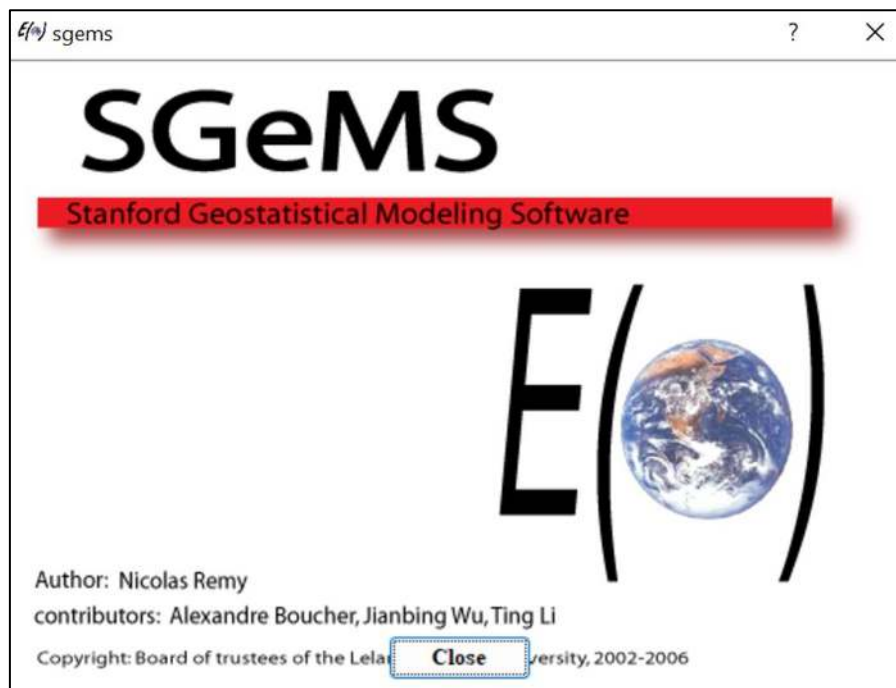


Figura A.1 Versión del software SGeMS.

Cargar los datos en el software SGeMS

Para cargar los datos se selecciona la pestaña *Objects* y después *Load object*, o en su defecto presionamos Ctrl + L y seleccionamos los datos a cargar (Figura A2).

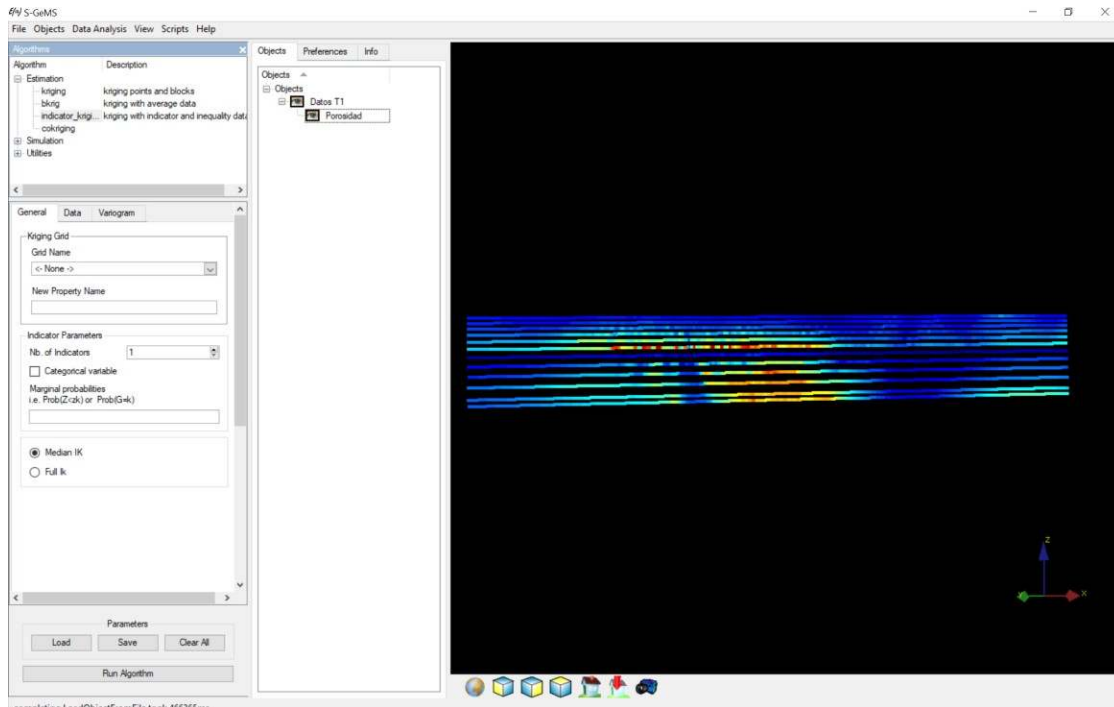


Figura A.2 Visualización de la información de T1 cargada en SGeMS.

Antes de poder realizar la estimación o la simulación en 2D, se tiene que construir una malla regular para cada set de datos. El procedimiento para la construcción de la malla es como se explicó anteriormente:

1. El tamaño del grid para el eje X fue de 345 m, que corresponde a la longitud total de todas las tomografías, mientras que para el eje Y varía dependiendo de la tomografía, de 40 a 65 m.
2. El tamaño de la celda ser igual a la distancia mínima de separación de los datos. La separación mínima de los datos fue de 1 m.

Para crear el Grid se selecciona la pestaña *Objects* y después *New Cartesian Grid*, o en su defecto presionamos Ctrl + N y llenamos los datos para generar nuestro grid como en la Figura A3. Finalmente, hacemos clic en *Create Grid* y se nos generará la malla con los parámetros especificados.

Figura A.3 Información del Grid para la sección T1.

Estimación de la información utilizando kriging Ordinario

SGeMS trae incorporado diversos algoritmos para realizar estimaciones y simulaciones, en nuestro caso realizaremos una estimación utilizando kriging ordinario, el cual es un kriging lineal con valor esperado constante pero desconocido. Se requiere conocer la función del semivariograma de nuestros datos. Los variogramas utilizados para cada sección fueron los presentados en la Tabla 4.6

Para realizar el kriging ordinario seleccionamos en la ventana de algoritmos la sección de estimación, posteriormente seleccionamos la opción de kriging, lo cual nos abrirá una ventana donde tenemos que colocar nuestros datos, primero en la pestaña de *General and Data* y posteriormente en la de *Variogram*, tal y como se muestra en la Figura A4.

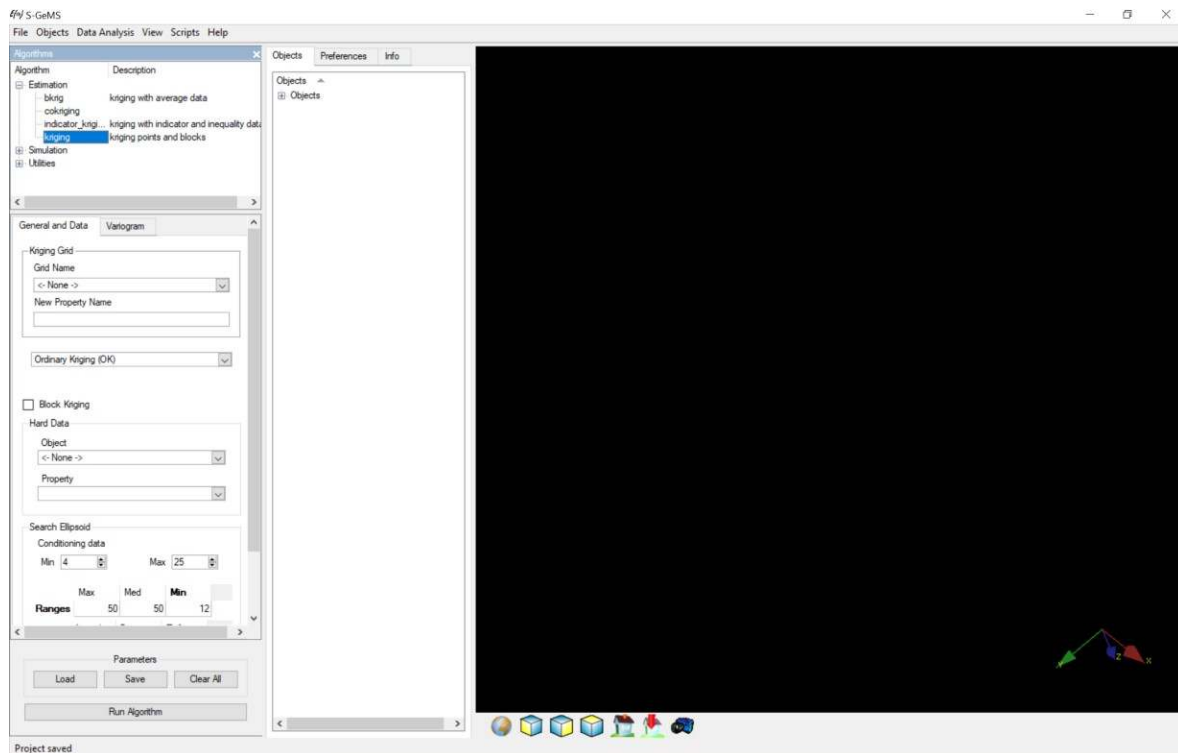


Figura A.4 Ventana para la selección de datos de kriging.

En la primera ventana tenemos que seleccionar la malla en la que queremos que se realice el kriging, así como nuestros datos duros. Uno de los parámetros más importantes es la vecindad de búsqueda, donde seguiremos las siguientes consideraciones:

- El radio de búsqueda debe ser igual al rango del variograma. Además, como aproximación al caso anisótropo, consideraremos el rango mayor y el menor de los variogramas direccionales, con el fin de formar el elipsoide de búsqueda.
- Para la cantidad de puntos a tomar en cuenta para la estimación, seleccionamos como mínimo 4 puntos y como máximo 25.

En la siguiente pestaña tenemos que colocar los datos del semivariograma de la sección respectiva especificados en la Tabla 4.6. Una vez introducida toda nuestra información procedemos a correr el algoritmo. Es importante mencionar que para la estimación por kriging se consideran todos los puntos de porosidad de la sección, incluyendo los datos atípicos.

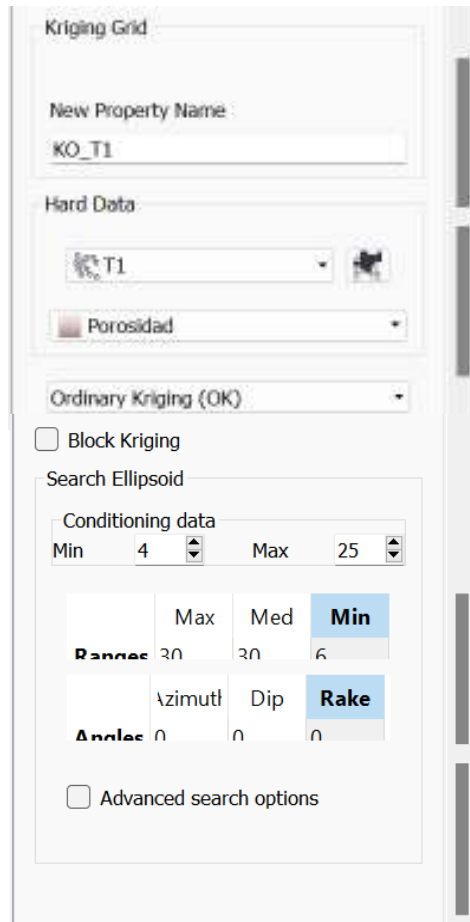


Figura A.5 Ventana donde se tiene que colocar la información para realizar el kriging ordinario.

En la Figura A6 se observa una estimación de salida para el caso T1.

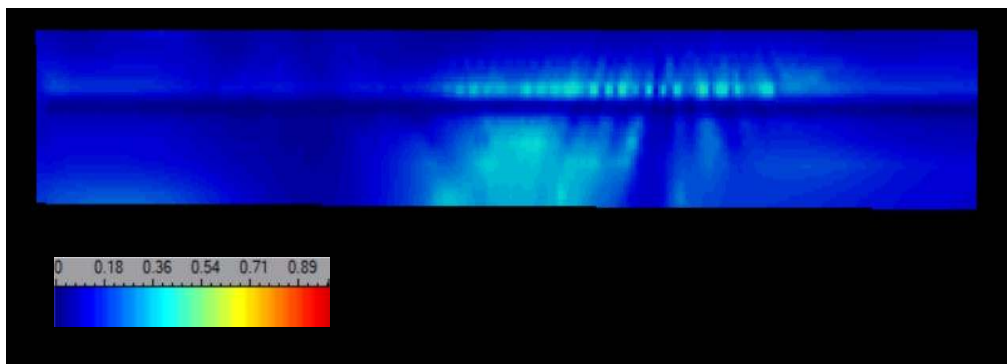


Figura A.6 Resultado del kriging ordinario de la sección de porosidades T1.

Simulación de la información utilizando Secuencial Gaussiano.

Para realizar una SSG, los datos deben de presentar una distribución gaussiana. Por lo tanto, se debe de realizar una transformación de este tipo. Una vez realizada la SSG, los datos tienen que regresarse a su escala original, por lo que se requiere una transformación inversa para obtener las simulaciones con los datos originales. Este proceso se puede realizar en SGeMS en la utilidad *trans Histogram Transformation*. Véase la Figura A7.

Algorithm	Description
bcover	block covariance calculation
imageProcess	Training image manipulation
Moving_wind...	Moving Average
NuTauModel	Probability integration
PostKriging	Kriging postprocessing
Postsim	Simulation postprocessing
tiGenerator	Training image generator
trans	CDF transformation - continuous var
transcat	PDF transformation - categorical var

Figura A.7 Algoritmo a utilizar para realizar la transformación de los datos.

Posteriormente, en la pestaña *Data* (Figura A8) se selecciona el histograma al que deseamos aplicarla transformación. La pestaña de *Source* es donde indicamos el tipo de histograma que tenemos, en nuestro caso es no paramétrico e indicamos el valor máximo y el mínimo. Finalmente, en *Target* indicamos cual es el tipo de transformación que deseamos realizar. Elegimos Gaussiana con una media de 0 y una varianza de 1. El histograma transformado se observa en la Figura A9.

The image shows three panels of the SGeMS software interface. The left panel is the 'Data' tab, showing 'Object Name: T1 Porosidad' and 'Properties: Porosidad'. The middle panel is the 'Source' tab, showing 'Reference distribution from: From Object' and 'Object: T1 Porosidad'. The right panel is the 'Target' tab, showing 'Gaussian' as the target distribution with 'Mean: 0' and 'Variance: 1'.

Figura A.8 Información para realizar la transformación gaussiana a los datos de la T1.

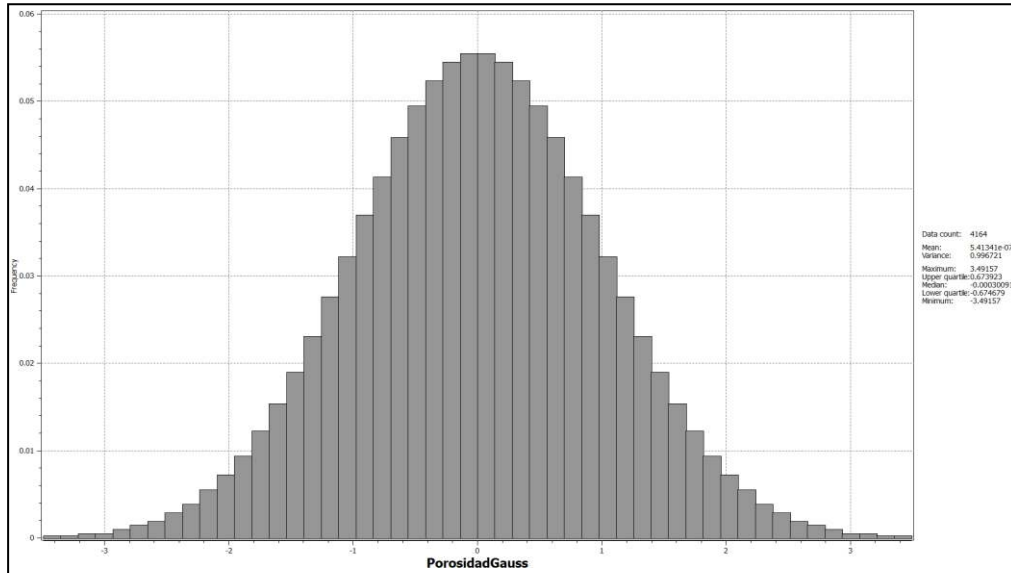


Figura A.9 Histograma de los datos de porosidad de T1 obtenidos mediante la transformación gaussiana.

Para realizar la simulación secuencial gaussiana seleccionamos la ventana de algoritmos en la sección de simulación, posteriormente seleccionamos la opción de *sgsim Sequential Gaussian Simulation* (Figura A10).

- LU_si... Cholesky decomposition
 - bloc... Sequential Gaussian Block Sim...
 - cosg... sequential gaussian co-simulati...
 - cosis... Sequential indicator co-simulat...
 - dssim Direct sequential simulation
 - filter... Filter-based categorical simulat...
 - filter... Filter-based continuous simula...
 - sgsim Sequential Gaussian Simulation**
 - sisim Sequential indicator simulation
 - snesi... SNESIM with search tree partit...
 - snesi... Single normal equation simula...
 - > ERE 246
 - > Trainin...

Figura A.10 Selección del algoritmo de simulación secuencial gaussiana.

Esto nos abrirá una ventana donde tenemos que colocar nuestros datos (Figura A11). En la pestañade *General* seleccionamos la malla o grid donde se realizará la simulación. También se indican

el número de iteraciones resultantes. En la pestaña *Data* se indican los datos a los que se aplicará la simulación, la elipse de búsqueda y los datos del histograma. Finalmente, en la pestaña *Variogram* indicamos los datos del variograma de nuestra información. En nuestro caso, para todas las secciones de porosidad, se seleccionó 50 como el número de iteraciones para la simulación.

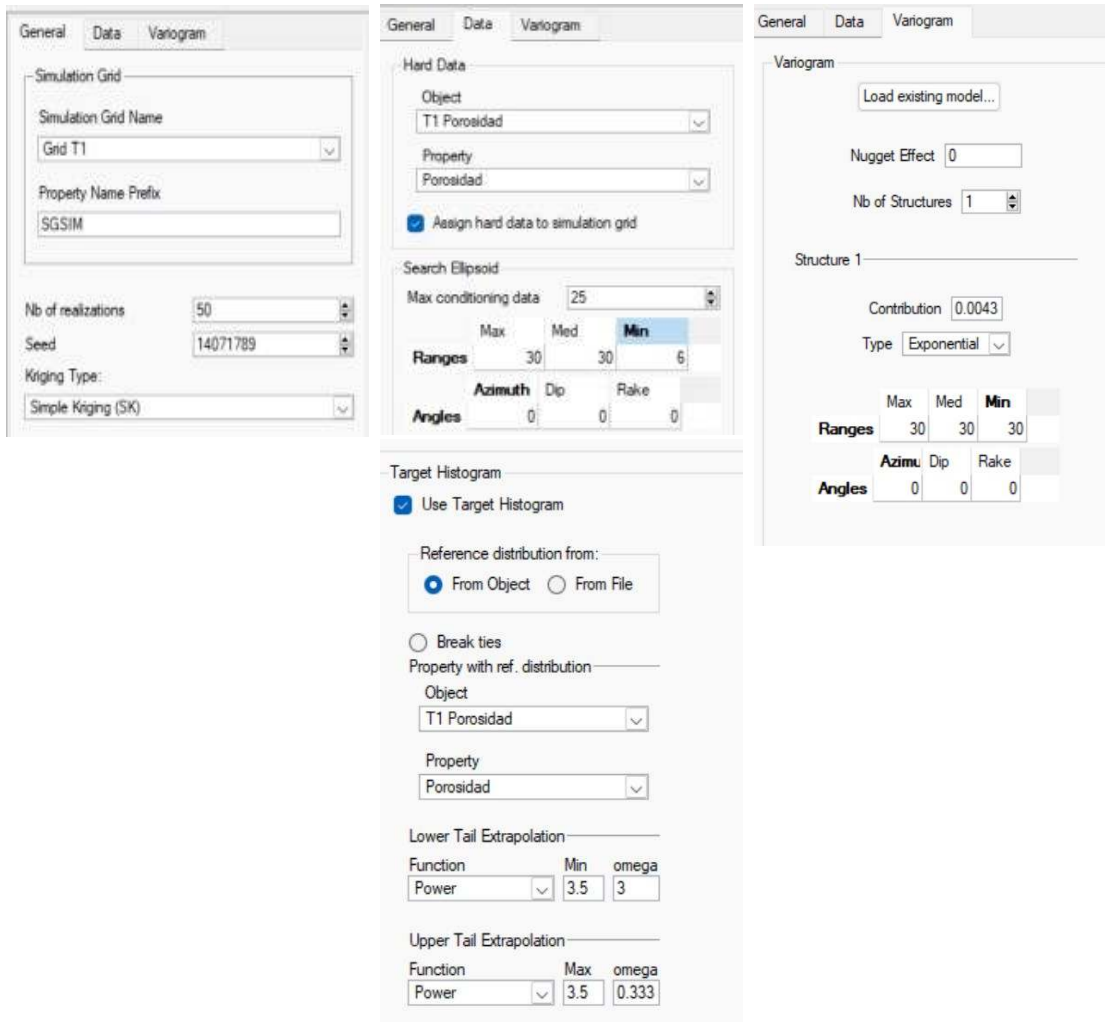


Figura A.11 Información necesaria para realizar la simulación de T1.

En las Figura A12-A14 se presentan algunas iteraciones del proceso de simulación secuencial Gaussiana y el promedio sobre 50 iteraciones individuales.

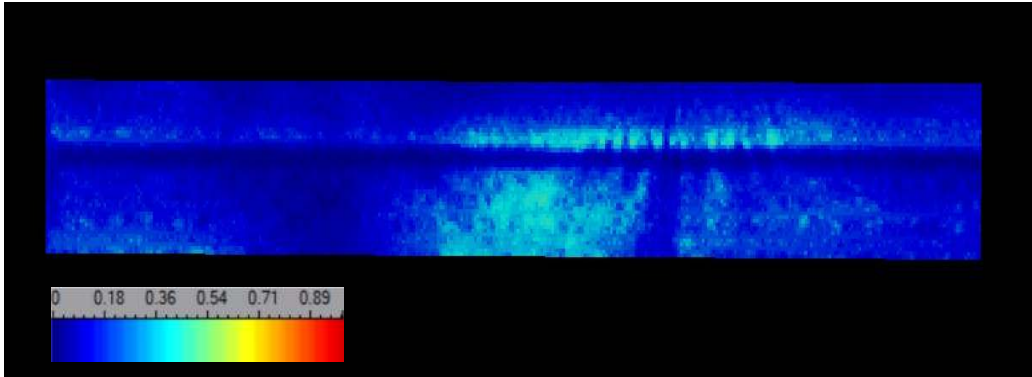


Figura A.12 Imagen resultante 2D de la iteración 1 de la SSG para T1.

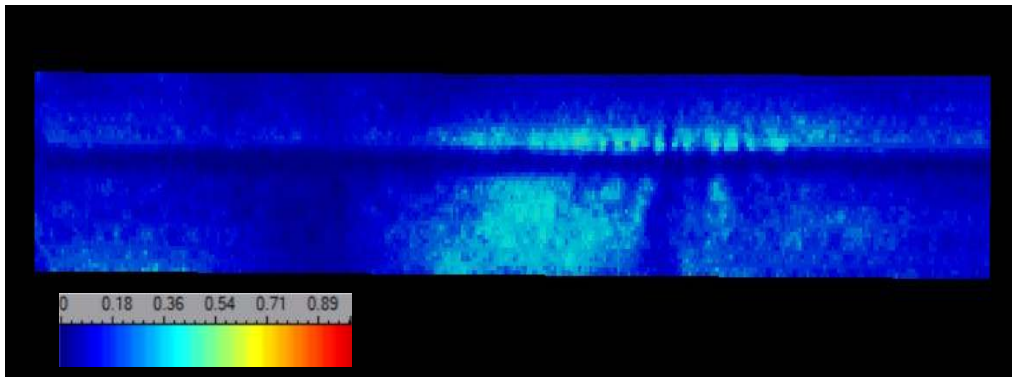


Figura A.13 Imagen resultante 2D de la iteración 40 de la SSG para T1.

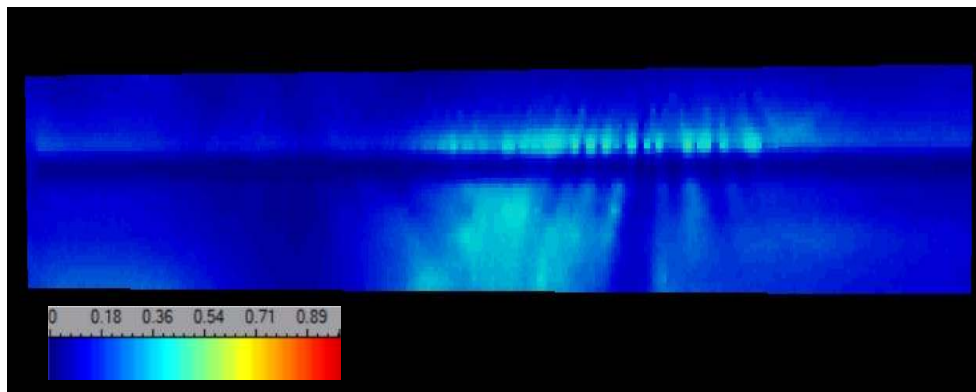


Figura A.14 Imagen resultante del promedio de cincuenta simulaciones condicionales en 2D.

Apéndice B

ESCENARIOS DE SIMULACIÓN ESPACIAL EN 3D

En esta sección se consideran las simulaciones para el caso en 3D. Es importante mencionar que estas simulaciones se presentan como escenarios posibles, que tienen que ser validados con información más precisa de la geología en la zona de estudio, en especial, con información de la columna estratigráfica obtenida por medio de registros geofísicos de pozos (RGP). También se requiere un conocimiento más preciso de los procesos de sedimentación del subsuelo. Debido a que no contamos con esta información, estos escenarios se consideran bajo la premisa de que pueden aportar información cualitativa sobre los procesos de karstificación en diferentes sitios de la zona de estudio.

Antes de poder realizar la simulación secuencial gaussiana en 3D, se tiene que construir una malla regular para cada set de datos. Se tomaron en cuenta las siguientes consideraciones:

- El tamaño de la celda debe ser del aproximadamente igual a la distancia mínima de separación de los datos. En nuestro caso esto corresponde a 1m.
- Los datos de las tomografías se encuentran en el centro del mallado.

En la Figura A15, A16 y A17 pueden observarse algunos ejemplos de mallas para las secciones T1, T4 y T6.

La malla para la información de T1 es de 650x500x50 en dirección x, y, z, respectivamente con un tamaño de celda de 1x1x1 metros.

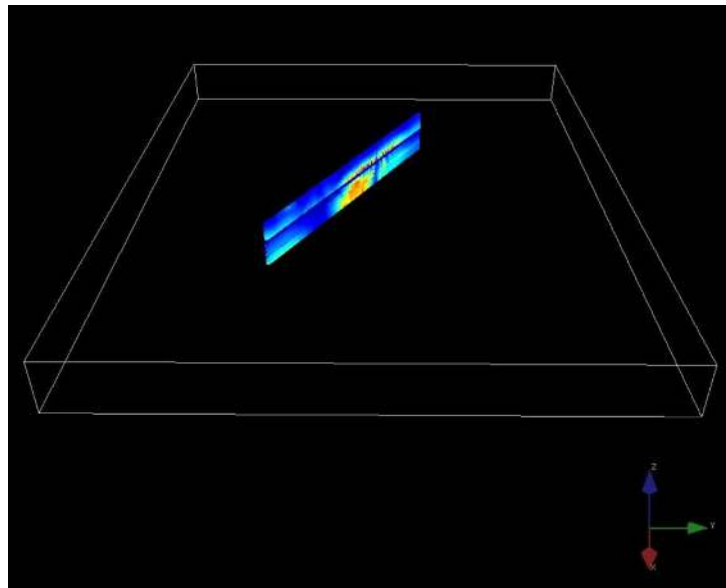


Figura A.15 Visualización de la sección T1 con su malla regular.

La malla para la información de T4 es de 600x600x50 en dirección x, y, z, respectivamente con un tamaño de celda de 1x1x1 metros.

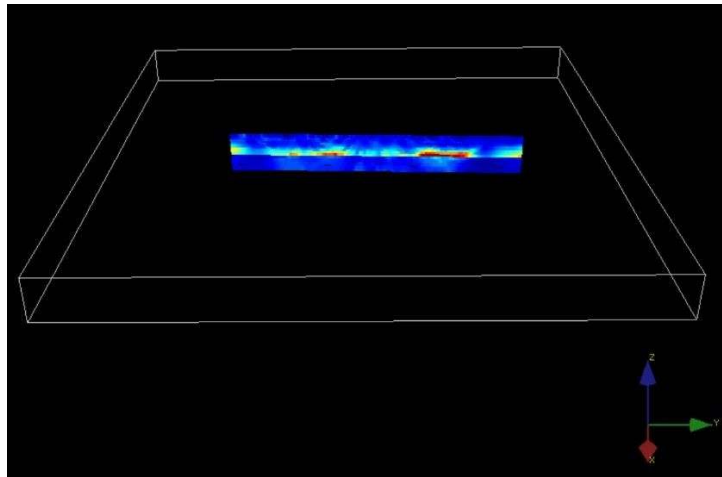


Figura A.16 Visualización de la sección T4 con su malla regular.

La malla para la información de T6 es de 550x550x50 en dirección x, y, z, respectivamente con un tamaño de celda de 1x1x1 metros.

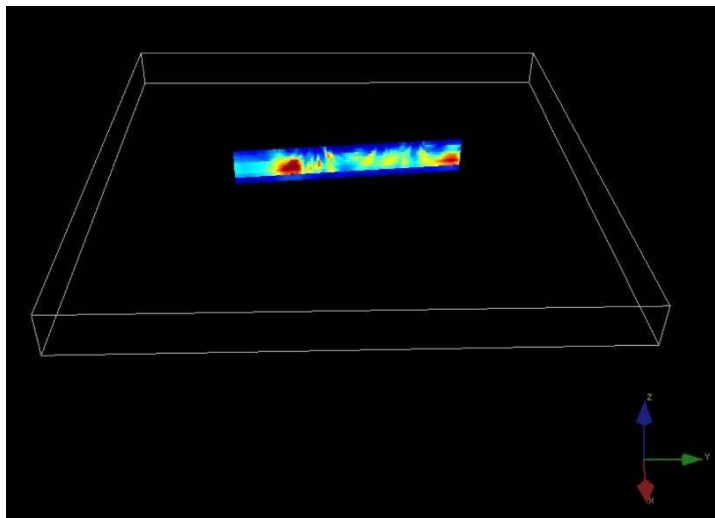
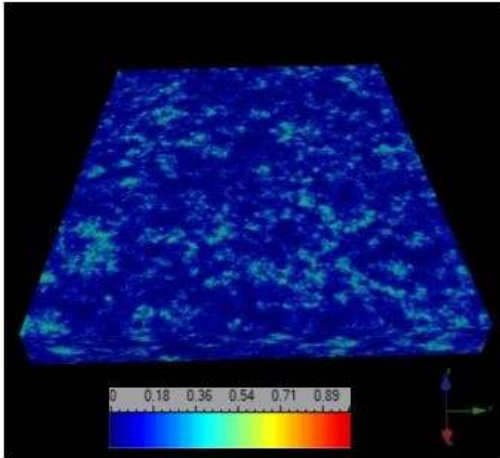


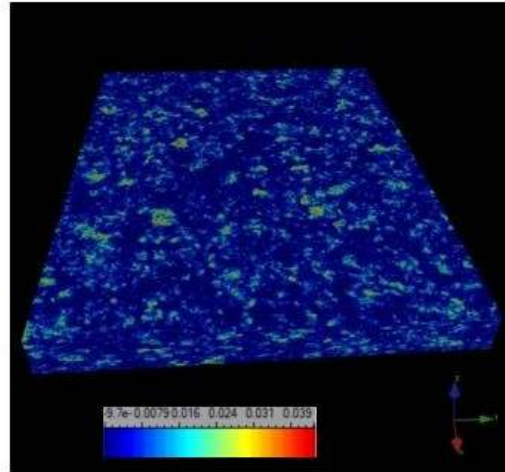
Figura A.17 Visualización de la sección T6 con su malla regular.

A continuación, para cada una de las secciones de porosidad anteriores se presentan los resultados de una simulación condicional con su varianza y el promedio de 10 simulaciones secuenciales Gaussianas.

Simulación T1 en 3D



Varianza de la simulación de T1



Promedio de 10 SSG en 3D

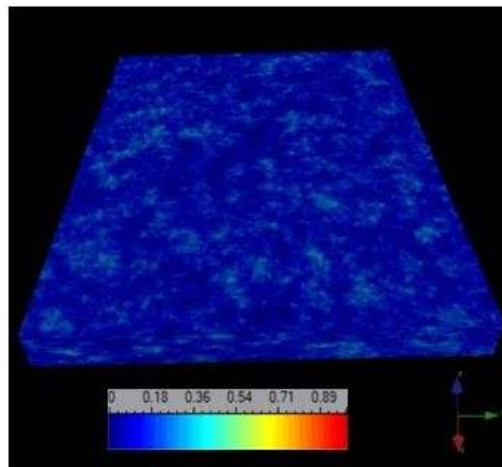


Figura A.18 Resultado de la SSG de T1, su varianza y la media de 10 SSG.

En la Figura A19 se observa el histograma de los datos de porosidades de la sección T1 y el histograma obtenido de la SSG en 3D. Puede observarse como la SSG reproduce las propiedades estadísticas de los datos originales.

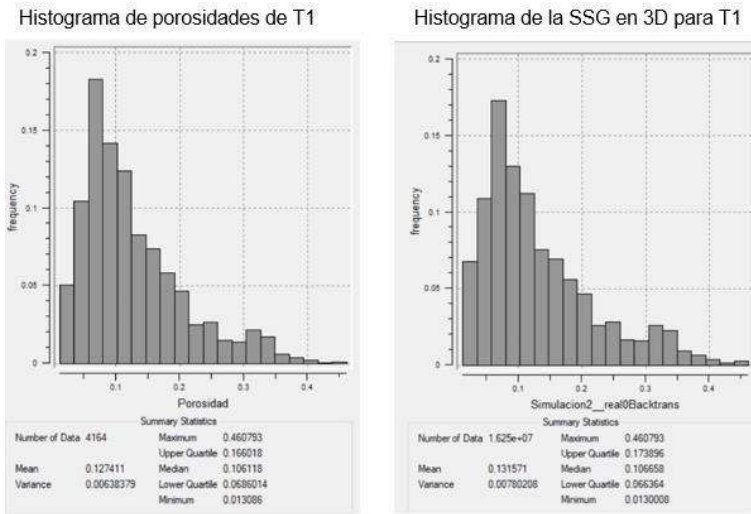


Figura A.19 Comparación de histograma entre los datos de porosidad de la T1 y los obtenidos en la simulación secuencial gaussiana.

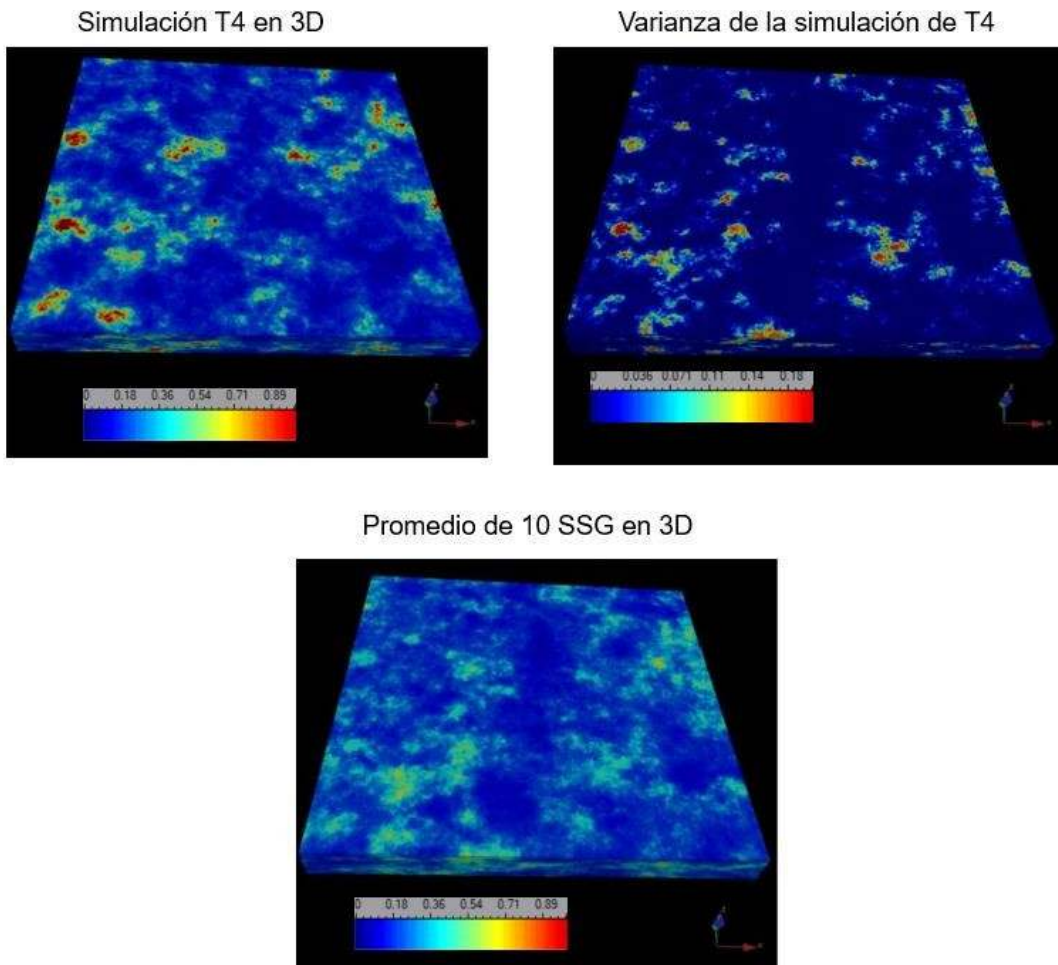


Figura A.20 Resultado de la SSG de T4, su varianza y la media de 10 SSG.

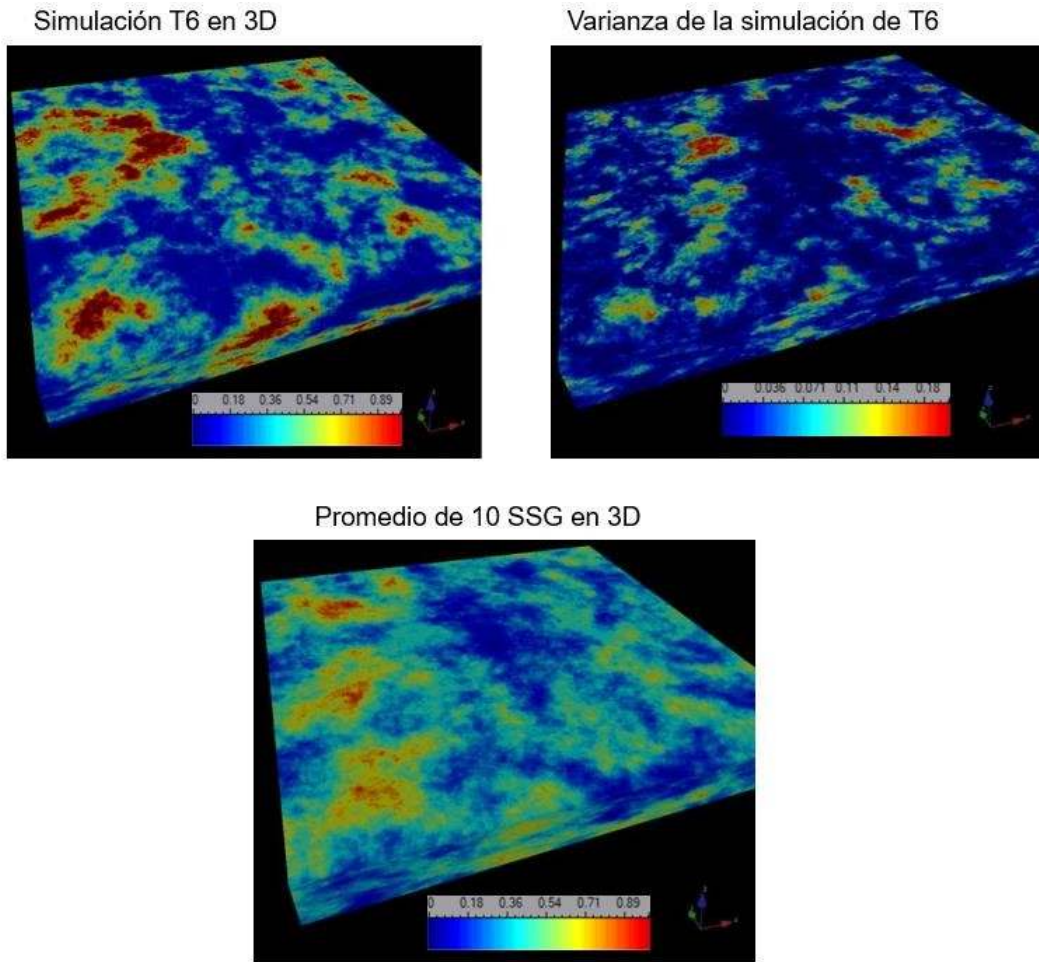


Figura A.21 Resultado de la SSG de T6, su varianza y la media de 10 SSG.

Como podemos observar en las imágenes anteriores, las simulaciones en 3D reproducen cualitativamente el comportamiento en zonas kársticas tal y como ha sido reportado por Monterrubio Velasco et al. (2007), Pardo-Igúzquiza et al. (2012), Vuilleumier et al. (2012) y Collon et al. (2017).