



Centro de Investigación Científica de Yucatán, A.C.

Posgrado en Materiales Poliméricos

**CARACTERIZACIÓN Y ANÁLISIS DE LAS
PROPIEDADES MECÁNICAS A TENSIÓN DE
MATERIALES COMPUESTOS LAMINADOS
POLIPROPILENO/TWARON**

Tesis que presenta

JOSÉ LUIS MENA TUN

En opción al título de

**DOCTOR EN CIENCIAS EN MATERIALES
POLIMÉRICOS**

Mérida, Yucatán, México

Junio de 2011

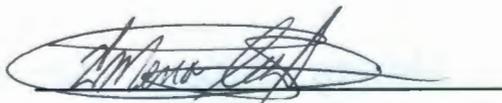


Mérida, Yucatán, México; a 2 de Junio de 2011

DECLARACIÓN DE PROPIEDAD

Declaro que la información contenida en la sección de Materiales y Métodos Experimentales, los Resultados y Discusión de este documento proviene de las actividades de experimentación realizadas durante el período que se me asignó para desarrollar mi trabajo de tesis, en las Unidades y Laboratorios del Centro de Investigación Científica de Yucatán, A.C., y que a razón de lo anterior y en contraprestación de los servicios educativos o de apoyo que me fueron brindados, dicha información, en términos de la Ley Federal del Derecho de Autor y la Ley de la Propiedad Industrial, le pertenece patrimonialmente a dicho Centro de Investigación. Por otra parte, en virtud de lo ya manifestado, reconozco que de igual manera los productos intelectuales o desarrollos tecnológicos que deriven o pudieran derivar de lo correspondiente a dicha información, le pertenecen patrimonialmente al Centro de Investigación Científica, A.C., y en el mismo tenor, reconozco que si derivaren de este trabajo productos intelectuales o desarrollos tecnológicos, en lo especial, estos se registrarán en todo caso por lo dispuesto por la Ley Federal del Derecho de Autor y la Ley de la Propiedad Industrial, en el tenor de lo expuesto en la presente Declaración.

Firma:



Nombre: MMP. José Luis Mena Tun

AGRADECIMIENTOS

Agradezco al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT) la beca de doctorado con número de registro 167024 y el apoyo financiero al proyecto 47335-Y del cual forma parte el presente trabajo de tesis.

Al Centro de Investigación Científica de Yucatán (CICY) por la oportunidad de alcanzar un grado académico más en mi formación profesional a través de su programa de posgrado en ciencias en materiales poliméricos de la Unidad de Materiales.

A mi director de tesis, el Dr. Pedro Iván González Chi por el apoyo y la orientación brindados durante la parte experimental de este trabajo y por sus valiosos comentarios en la elaboración del presente manuscrito.

Al Dr. Alberto Díaz Díaz por el apoyo en el Centro de Investigación en Materiales Avanzados (CIMAV) y por su asesoría brindada en la realización de una parte fundamental del presente trabajo de tesis.

A mi codirector de tesis, el Dr. Vladimir Zozulya. A mis revisores de tesis: Dr. Francis Avilés Cetina, Dr. Gonzalo Carrillo Baeza, Dr. Manuel Aguilar Vega, Dr. Narciso Acuña González y Dr. Sergio Flores Gallardo.

Al Ing. César Martín Barrera por su apoyo técnico en los procedimientos de laboratorio y por su asesoría profesional en el manejo de los equipos utilizados en la manufactura y ensayo de los materiales compuestos laminados.

ÍNDICE

	<i>Pág.</i>
LISTA DE SÍMBOLOS.....	v
LISTA DE TABLAS.....	viii
LISTA DE FIGURAS.....	ix
RESUMEN.....	1
ABSTRACT.....	3
INTRODUCCIÓN.....	5
HIPÓTESIS.....	7
OBJETIVOS.....	8

CAPÍTULO 1. ASPECTOS TEÓRICOS

1.1 Antecedentes sobre el modelado y análisis del comportamiento mecánico en materiales compuestos.....	9
1.2 Análisis micromecánico de las propiedades de un material compuesto unidireccional.....	14
1.2.1 Módulo elástico longitudinal y razón de Poisson.....	16
1.2.2 Módulo elástico transversal.....	17

	<i>Pág.</i>
1.2.3 Módulo cortante	18
1.2.4 Resistencia.....	19
1.3 Análisis macromecánico de las propiedades elásticas del material compuesto unidireccional.....	21
1.3.1 Relación esfuerzo-deformación.....	21
1.3.2 Esfuerzo en un plano.....	23
1.3.3 Relaciones esfuerzo-deformación para una orientación arbitraria... 25	25
1.4 Análisis macromecánico de materiales compuestos laminados.....	28
1.4.1 Constantes elásticas efectivas.....	38
1.4.2 Resistencia.....	39
1.4.3 Criterio de falla de esfuerzo máximo.....	40
1.5 Mecánica de daño.....	41
1.5.1 Daño en materiales compuestos laminados.....	44
1.6 Deformación plástica.....	45
1.6.1 Deformación plástica acumulada.....	46
1.6.2 Endurecimiento por deformación plástica.....	47
1.6.3 Componente hidrostático y desviador del tensor de esfuerzos.....	48
1.6.4 Criterio de plasticidad.....	48
1.6.5 Ley de flujo plástico.....	49
1.6.6 Criterio de plasticidad y ley de flujo plástico para un material compuesto unidireccional.....	50
1.6.7 Deformación plástica en laminados simétricos.....	50
1.7 Modelo macromecánico de Ladeveze de plasticidad y daño en materiales compuestos laminados.....	51
1.7.1 Modificación al modelo de Ladeveze de plasticidad y daño.....	55

	Pág.
CAPÍTULO 2. METODOLOGÍA	
2.1 Materiales.....	57
2.2 Laminados estudiados.....	58
2.3 Impregnación de las fibras.....	61
2.4 Métodos de moldeo.....	62
2.4.1 Moldes.....	62
2.4.2 Moldeo de placas de PP.....	64
2.4.3 Moldeo de pre-laminados.....	64
2.4.4 Moldeo de los laminados.....	65
2.5 Corte de las probetas.....	66
2.6 Caracterización mecánica.....	69
2.6.1 Caracterización a tensión para el estudio de elasticidad.....	69
2.6.2 Caracterización a cortante losipescu.....	70
2.6.3 Caracterización cíclica a tensión para el estudio de plasticidad.....	70
2.7 Metodología usada para el modelado de las propiedades elásticas y respuesta esfuerzo-deformación de los laminados PP/Twarón.....	73
 CAPÍTULO 3. RESULTADOS Y DISCUSIÓN	
3.1 Propiedades de la matriz de PP.....	75
3.2 Análisis micromecánico de las propiedades longitudinales del material compuesto PP/Twarón.....	77
3.2.1 Módulo elástico longitudinal E_1^{mc}	77
3.2.2 Razón de Poisson ν_{12}^{mc}	78

	<i>Pág.</i>
3.2.3 Resistencia a tensión longitudinal X_1^T	80
3.2.4 Curvas esfuerzo-deformación de los laminados a 0°.....	84
3.3 Análisis micromecánico de las propiedades transversales del material compuesto PP/Twaron.....	86
3.3.1 Módulo elástico transversal E_2^{mc}	86
3.3.2 Resistencia a tensión transversal X_2^T	87
3.3.3 Curvas esfuerzo-deformación de los laminados a 90°.....	90
3.4 Análisis micromecánico de las propiedades a cortante del material compuesto PP/Twaron.....	92
3.4.1 Módulo cortante G_{12}^{mc}	92
3.4.2 Curvas esfuerzo-deformación y resistencia a cortante.....	93
3.5 Modelado macromecánico del módulo elástico y resistencia de laminados PP/Twaron.....	96
3.6 Análisis macromecánico de plasticidad y daño en laminados PP/Twaron..	99
3.6.1 Curvas a tensión monotónica.....	99
3.6.2 Constantes elásticas para el modelado de plasticidad y daño.....	101
3.6.3 Plasticidad y daño en la dirección transversal del material compuesto	102
3.6.4 Plasticidad y daño en la dirección longitudinal del material compuesto.....	106
3.6.5 Modelado de las curvas esfuerzo-deformación de los laminados PP/Twaron.....	110
CONCLUSIONES.....	117
PERSPECTIVAS.....	119
BIBLIOGRAFÍA.....	120

LISTA DE SÍMBOLOS

- a, b Constantes materiales para el modelo de Ladeveze
- A Área
- A_d Área de discontinuidad
- $[A]$ Matriz de rigidez extensional del laminado
- \tilde{A} Área efectiva
- $[B]$ Matriz de acoplamiento extensión-flexión del laminado
- d Parámetro de daño a cortante del material compuesto unidireccional
- d' Parámetro de daño transversal del material compuesto unidireccional
- $[D]$ Matriz de rigidez a flexión del laminado
- E Módulo elástico
- E_d Módulo elástico instantáneo
- F Fuerza
- G Módulo cortante
- G_d Módulo cortante instantáneo
- h Espesor
- k Curvatura del plano medio del laminado
- $\{M\}$ Vector de momentos resultantes en el plano del laminado
- $\{N\}$ Vector de fuerzas resultantes en el plano del laminado

p	Deformación plástica acumulada
\dot{p}	Velocidad de deformación plástica acumulada
R_0	Esfuerzo de cedencia del material virgen
$R(p)$	Función de endurecimiento por deformación plástica
S	Resistencia a cortante del material compuesto unidireccional
t	Tiempo
tr	traza del tensor
V_f	Fracción volumen de fibra
V_m	Fracción volumen de matriz
X^C	Resistencia a compresión del material compuesto unidireccional
X^T	Resistencia a tensión del material compuesto unidireccional
Y_0, Y_c	Parámetros materiales para la ley de evolución de daño
Y_d	Velocidad de liberación de energía de daño a cortante
$Y_{d'}$	Velocidad de liberación de energía de daño transversal
\underline{Y}_d	Unión entre las velocidades de liberación de energía de daño transversal y cortante
ϵ_D	Energía de deformación
γ	Deformación angular
δ_{ij}	Delta de Kronecker
ϵ	Deformación
$\dot{\epsilon}$	Velocidad de deformación
$\tilde{\epsilon}$	Deformación efectiva
$\{\epsilon\}$	Vector de deformación en el plano del laminado
ν	Razón de Poisson
σ	Esfuerzo normal
σ^c	Esfuerzo de cedencia
σ^D	Componente desviador del tensor de esfuerzos
σ^{eq}	Esfuerzo equivalente

σ^H Componente hidrostático del tensor de esfuerzos

$\tilde{\sigma}$ Esfuerzo efectivo

$\langle \sigma \rangle_+$ Esfuerzo a tensión

$\langle \sigma \rangle_-$ Esfuerzo a compresión

τ Esfuerzo cortante

Subíndices

j Número de capa del laminado

k índice de sumatoria

x Dirección de aplicación de carga en el sistema global de coordenadas

1, 2, 3 Direcciones de ortotropía del material compuesto unidireccional

Superíndices

e Elástica

f Relativo a la fibra

i Número de ciclo

m Relativo a la matriz

mc Relativo al material compuesto

p Plástica

T Total

ult Último

LISTA DE TABLAS

	<i>Pág.</i>
CAPÍTULO 2	
Tabla 2.1 Propiedades mecánicas de la fibra de Twaron ⁵³	57
Tabla 2.2 Arquitectura y contenido de fibra de los laminados moldeados para el estudio de las propiedades elásticas y de plasticidad del material compuesto PP/Twaron.....	58
Tabla 2.3 Condiciones de operación de la Línea para la impregnación de las fibras.....	62
Tabla 2.4 Dimensiones de las probetas y velocidades de cabezal usadas para las pruebas de plasticidad.....	68
Tabla 2.5 Esfuerzo (MPa) aplicado a las probetas durante las pruebas cíclicas a tensión.....	72
CAPÍTULO 3	
Tabla 3.1 Propiedades mecánicas de la matriz de PP (INDELPRO).....	76
Tabla 3.2 Propiedades de laminados caracterizados en estudios anteriores ⁵¹⁻⁵⁴	97
Tabla 3.3 Constantes elásticas para el estudio de plasticidad y daño del material compuesto polipropileno/Twaron.....	102
Tabla 3.4 Datos para el modelado de plasticidad y daño obtenidos de una probeta [0] ₅	109
Tabla 3.5 Parámetros de plasticidad y daño identificados para el modelo modificado de Ladeveze de plasticidad y daño.....	112

LISTA DE FIGURAS

	<i>Pág.</i>
CAPÍTULO 1	
Figura 1.1 Material compuesto unidireccional mostrando los ejes principales del sistema local de coordenadas.....	14
Figura 1.2 Representación en bloques del material compuesto unidireccional. a) Sometido a una fuerza longitudinal; b) Sometido a una fuerza transversal.....	16
Figura 1.3 a) Material compuesto sometido a un esfuerzo cortante. b) Diagrama de cuerpo libre de los componentes del material compuesto.....	19
Figura 1.4 Rotación positiva de un sistema de coordenadas 1, 2 respecto a un sistema de coordenadas x, y	26
Figura 1.5 Esquema de apilamiento de un material compuesto laminado.....	29
Figura 1.6 Esquema de un material compuesto laminado y su identificación con su código estándar.....	30
Figura 1.7 a) Laminado plano sujeto a diferentes tipos de cargas, b) Vista del espesor a lo largo de la línea AA' antes y después de la deformación del laminado.....	32

	<i>Pág.</i>
Figura 1.8 Distribución hipotética de esfuerzos y deformaciones a través del espesor de un laminado ³⁸	34
Figura 1.9 Coordenadas de las superficies de las capas de un laminado.....	34
Figura 1.10 Barra sometida a tensión uniaxial.....	42
Figura 1.11 Relación esfuerzo-deformación (curva A) y esfuerzo efectivo-deformación (curva B) en un material elástico.....	44
Figura 1.12 Curva esfuerzo-deformación típica de un material elastoplástico....	46

CAPÍTULO 2

Figura 2.1 Línea de impregnación de fibras por el método de polvos.....	61
Figura 2.2 Molde de acero inoxidable para probetas a tensión con <i>tabs</i>	63
Figura 2.3 Molde plano de aluminio.....	63
Figura 2.4 Probetas para tensión de acuerdo a la norma ASTM D 3039.....	66
Figura 2.5 Probetas para cortante losipescu según la norma ASTM D 5379.....	67
Figura 2.6 Geometría de las probetas para pruebas a tensión.....	68
Figura 2.7 Dos ciclos de carga-descarga que ilustran la obtención de datos de las pruebas cíclicas a tensión para el modelado de plasticidad y daño.....	72

CAPÍTULO 3

Figura 3.1 Curva típica esfuerzo-deformación de la matriz de PP (INDELPRO).....	76
--	----

	Pág.
Figura 3.2 Comparación entre los resultados experimentales y el modelo de mecánica de materiales para el Módulo elástico longitudinal del material compuesto PP/Twaron.....	77
Figura 3.3 Comparación entre los resultados experimentales y el modelo de mecánica de materiales para la razón de Poisson del material compuesto PP/Twaron.....	78
Figura 3.4 Comparación inicial entre los resultados experimentales y el modelo de mecánica de materiales para la resistencia del material compuesto PP/Twaron.....	81
Figura 3.5 Falla de los <i>tabs</i> en las probetas de 24 capas.....	81
Figura 3.6 Comparación entre los resultados experimentales y el modelo de mecánica de materiales para la resistencia del material compuesto PP/Twaron.....	82
Figura 3.7 Deformación última de las probetas a 0°.....	83
Figura 3.8 Fractura típica de las probetas a 0°.....	84
Figura 3.9 Curvas esfuerzo-deformación típicas de las probetas a 0°.....	85
Figura 3.10 Comparación entre los resultados experimentales y el modelo de mecánica de materiales para el módulo elástico transversal del material compuesto PP/Twaron.....	87
Figura 3.11 Comparación entre los resultados experimentales y el modelo de mecánica de materiales para la resistencia transversal del material compuesto PP/Twaron. El dato experimental para una monocapa Con $V_f = 5.5\%$ fue determinado en un estudio anterior ⁵⁷	88
Figura 3.12 Superficie de fractura de las probetas a 90°.....	90
Figura 3.13 Curvas esfuerzo-deformación típicas de las probetas a 90°.....	91

Figura 3.14 Comparación entre los resultados experimentales (losipescu) y el modelo de mecánica de materiales para el módulo cortante del material compuesto PP/Twaron.....	93
Figura 3.15 Curvas esfuerzo-deformación a cortante (losipescu) de los materiales compuestos PP/Twaron generados con los datos de las rosetas de deformación y que sirvieron para calcular el módulo cortante de las probetas	94
Figura 3.16 Relación entre deformación lineal y angular en esfuerzo cortante..	95
Figura 3.17 Pruebas a cortante losipescu. a) antes de la prueba, b) después de la prueba.....	95
Figura 3.18 Curvas esfuerzo-deformación a cortante (losipescu) de los materiales compuestos PP/Twaron generados con los datos de desplazamiento del cabezal.....	96
Figura 3.19 Comparación entre el módulo elástico teórico y experimental de laminados PP/Twaron con diferentes secuencias de apilamiento...	98
Figura 3.20 Comparación entre la resistencia teórica y experimental de laminados PP/Twaron con diferentes secuencias de apilamiento...	99
Figura 3.21 Curvas típicas esfuerzo-deformación de los laminados unidireccionales $[24]_5$, $[33]_5$, $[45]_5$ y $[90]_5$	100
Figura 3.22 Curvas típicas esfuerzo-deformación de los laminados $[0]_5$, $[\pm 45]_5$ y $[\pm 45]_{2S}$	101
Figura 3.23 Curva esfuerzo-deformación típica de la prueba cíclica de las probetas $[90]_5$	103
Figura 3.24 Ley de evolución de daño transversal del material compuesto PP/Twaron.....	104

	<i>Pag.</i>
Figura 3.25 Curva de endurecimiento en la dirección transversal del material compuesto PP/Twaron.....	105
Figura 3.26 Curva esfuerzo-deformación típica de la prueba cíclica de las probetas $[0]_5$	106
Figura 3.27 Curva de endurecimiento en la dirección longitudinal del material compuesto PP/Twaron.....	107
Figura 3.28 Rigidización longitudinal del material compuesto PP/Twaron.....	110
Figura 3.29 Esfuerzo efectivo vs Deformación plástica acumulada del laminado $[\pm 45]_{2S}$	111
Figura 3.30 Evolución del daño a tensión del laminado $[\pm 45]_{2S}$	111
Figura 3.31 Resultado del modelado de los laminados $[0]_5$	114
Figura 3.32 Resultado del modelado de los laminados $[90]_5$	114
Figura 3.33 Resultado del modelado de los laminados $[\pm 45]_{2S}$	115
Figura 3.34 Resultado del modelado de los laminados $[24]_5$	115
Figura 3.35 Resultado del modelado de los laminados $[45]_5$	116
Figura 3.36 Resultado del modelado de los laminados $[33]_5$	116

RESUMEN

El presente trabajo de tesis doctoral fue propuesto para establecer una metodología basada en resultados experimentales que prediga la respuesta mecánica a tensión de materiales compuestos laminados de polipropileno/Twaron. La primera fase del trabajo consistió en establecer experimentalmente como varían las propiedades elásticas y resistencias en las direcciones ortotrópicas del material compuesto unidireccional en función de la fracción volumen de fibra. Los resultados experimentales fueron comparados con las predicciones del modelo micromecánico de mecánica de materiales; en general el modelo no fue capaz de predecir correctamente las propiedades del material compuesto, debido a que éste no cumple con las idealizaciones del modelo.

Las propiedades ortotrópicas del material compuesto unidireccional obtenidas de modo experimental fueron usadas como datos de entrada para el modelado macromecánico que consistió en modelar la variación en el módulo elástico y la resistencia a la tensión de laminados PP/Twaron con diferentes secuencias de apilamiento utilizando la teoría clásica de laminación en combinación con el criterio de falla de esfuerzo máximo. El módulo elástico y la resistencia de los laminados fueron predichos con una precisión de aproximadamente 90 %.

En la última fase del trabajo, la respuesta esfuerzo-deformación no lineal a tensión de laminados PP/Twaron fue estudiada utilizando un modelo macromecánico de plasticidad y daño propuesto por Ladeveze (1992). El aspecto

más importante de este modelo es que además de la plasticidad, considera el efecto del daño progresivo de las capas del laminado para predecir su respuesta esfuerzo-deformación no lineal a tensión. El modelo original (propuesto para materiales compuestos termofijos que presentan deformación elástica en la dirección longitudinal) fue modificado para tomar en cuenta la plasticidad en la dirección longitudinal del material compuesto termoplástico. Las curvas esfuerzo-deformación fueron predichas con el modelo modificado de Ladeveze con una precisión de aproximadamente 80 % ya que la deformación plástica teórica fue un poco mayor que la experimental, de modo que el modelo generó curvas más inclinadas que las experimentales. La inspección de las muestras demostró que las fibras en las capas externas de los laminados se movían debido al flujo de la matriz que ocurría durante el moldeo de las placas de material compuesto, lo que podría ser la causa de la discrepancia observada entre las curvas teóricas y experimentales.

Con base a los resultados globales se puede concluir que el modelado micromecánico no es capaz de describir las propiedades del material compuesto unidireccional PP/Twaron porque idealiza al material compuesto, asumiendo una adherencia interfacial perfecta, un alineamiento perfecto de las fibras y una distribución homogénea de las fibras dentro de la matriz. El modelado de las propiedades de los laminados fue más preciso desde el punto de vista macromecánico pues el módulo elástico y la resistencia de los laminados fueron estimados con una precisión de aproximadamente 90 %.

ABSTRACT

This PhD thesis was proposed to establish a methodology to predict the tensile mechanical response of PP/Twaron laminated composites. The first part of the study was to establish the experimental variation of the elastic properties and strength in the orthotropic axes of the unidirectional composite as a function of the fiber volume fraction. The experimental results were compared with the predictions from the micromechanical model of mechanics of materials; the model was unable to accurately predict the composite properties, because the idealizations from the model cannot represent the real composite.

The experimental orthotropic properties from the unidirectional composite were the input data for the macroscopic modeling of the tensile properties of the PP/Twaron laminates. This modeling consisted in simulating the variation of the elastic modulus and tensile strength of PP/Twaron laminates with different stacking sequences using the classical lamination theory in combination with the maximum stress failure criterion. The laminate's elastic modulus and strength were predicted with an accuracy of about 90 %.

The final stage of the present work was the study of the non-linear tensile stress-strain response of PP/Twaron laminates using the macroscopic model of plasticity with damage proposed by Ladeveze (1992). The most important aspect of this model is that besides the material's plasticity, it considers the effect of the

progressive ply damage to predict the nonlinear stress-strain tensile response of the laminate. The original model (proposed for thermoset composites with elastic deformation in the longitudinal direction) was modified to account for the plasticity in the longitudinal direction of the thermoplastic composite. The stress-strain curves were predicted with the Ladeveze's modified model with an accuracy of about 80 % because the predicted plastic strain was larger than experimental one, leading to a less steep theoretical curve. The inspection of the off-axis samples showed fiber misalignment on the external layers of this unidirectional laminates, caused by the matrix flow during the compression molding of the thermoplastic composite; this misalignment could be responsible for the small discrepancy observed between theoretical and experimental curves.

The overall conclusion is: The micromechanical approach was unable to describe the properties of the PP/Twaron unidirectional composite due the assumptions as the perfect fiber/matrix compatibility, the perfect alignment of the fibers and the homogeneous distribution of the fibers into the matrix. The macroscopic approach, on the other hand, was more practical, since the elastic modulus and strength of the laminates were predicted with an accuracy of about 90 %.

INTRODUCCIÓN

El desarrollo tecnológico en cualquier campo de estudio depende de la disposición de materiales capaces de cumplir con las demandas de algún problema en particular; a este respecto, los materiales compuestos son considerados como una de las opciones más novedosas para responder a las necesidades actuales de la tecnología. En la industria aeroespacial, por ejemplo, los materiales compuestos reforzados con fibras continuas han sustituido a materiales convencionales de ingeniería como el acero, debido a que presentan excelentes propiedades mecánicas de resistencia y rigidez por unidad de peso, lo que los hace ideales para la fabricación de estructuras y piezas ligeras. Otras propiedades deseables de los materiales compuestos son su excelente moldeabilidad, su alta resistencia a la degradación, a la fatiga y al impacto, su baja conductividad térmica, eléctrica y acústica, etc. Adicionalmente, los materiales compuestos reforzados con fibras continuas ofrecen una gran flexibilidad de diseño, ya que pueden ser confeccionados en forma de laminados en un número virtualmente ilimitado de combinaciones de materiales constituyentes, orientación y secuencia de apilamiento de sus capas para aprovechar sus propiedades anisotrópicas y así satisfacer diferentes requerimientos de carga.

La manufactura de estos materiales compuestos laminados tradicionalmente se ha llevado a cabo usando matrices poliméricas termofijas debido a que éstas, por ser líquidas antes de ser entrecruzadas, pueden combinarse fácilmente con las fibras con las que tienen buena compatibilidad y además curan a temperatura ambiente, por lo que su proceso de fabricación es económico. Sin embargo, regulaciones de tipo ambiental han llevado a considerar la sustitución de matrices

termofijas por matrices termoplásticas, pues éstas ofrecen una gran ventaja ya que son reciclables; además, este tipo de matrices presentan una mejor resistencia al ambiente, mayor tenacidad interlaminar y mayor tolerancia al daño. Sin embargo, una aplicación real de este tipo de materiales requiere un entendimiento completo del desempeño mecánico de laminados termoplásticos, que tienen la capacidad de sufrir una gran deformación antes de fallar, además de que su relación esfuerzo-deformación es no lineal; la no linealidad en la respuesta esfuerzo-deformación de un laminado proviene de dos fuentes principales: (1) deformación inelástica del material compuesto y (2) falla progresiva de las capas del laminado. Puesto que el uso eficiente de cualquier material para aplicaciones estructurales requiere de la capacidad de diseñar elementos que desempeñen una función confiable y con un cierto margen de seguridad, existe un gran interés en el desarrollo de modelos teóricos que permitan predecir el comportamiento mecánico de estos laminados termoplásticos a partir de las propiedades conocidas de sus constituyentes y de la estructura interna relacionada con la orientación relativa, tamaño y geometría de empaquetamiento de sus constituyentes.

En el presente trabajo de tesis se desarrolló una metodología para predecir las propiedades y respuesta mecánica a tensión de los materiales compuestos laminados de polipropileno/Twaron® en función de la fracción volumen de fibra, orientación y secuencia de apilamiento de sus capas. Las propiedades elásticas y la resistencia de los laminados fueron analizadas con la teoría clásica de laminación alimentada con las propiedades ortotrópicas del material compuesto unidireccional obtenidas de modo experimental; la relación esfuerzo-deformación fue analizada con un modelo modificado de plasticidad y daño que considera tanto la respuesta elastoplástica como la falla progresiva del laminado. El objetivo fue tener un proceso de diseño de estos laminados que reduzca la inversión de recursos económicos, materiales y humanos que comúnmente son necesarios en la evaluación experimental tanto a nivel laboratorio como en prototipos a escala real.

HIPÓTESIS

Los modelos micromecánicos existentes en la literatura no son idóneos para modelar las propiedades elásticas y la resistencia del material compuesto unidireccional PP/Twaron, porque en general asumen una adherencia fibra/matriz perfecta, mientras que la compatibilidad entre la matriz de PP y las fibras de Twaron no es óptima; sin embargo, experimentalmente es posible establecer ecuaciones que describan como varían las propiedades elásticas y la resistencia del material compuesto unidireccional en función de su fracción volumen de fibra; las propiedades dadas por estas ecuaciones pueden ser usadas como los datos de entrada para modelos macromecánicos, que son más adecuados para el modelado de las propiedades mecánicas de laminados PP/Twaron.

OBJETIVO GENERAL

Establecer una metodología basada en resultados experimentales para predecir, con base a un modelado semiempírico, las propiedades elásticas y la respuesta mecánica a tensión de materiales compuestos laminados polipropileno/Twaron, en función de la fracción volumen de sus constituyentes, orientación y secuencia de apilamiento de las capas del laminado.

OBJETIVOS ESPECIFICOS

- I. Establecer experimentalmente como varían las propiedades elásticas y resistencia a tensión en las direcciones ortotrópicas del material compuesto unidireccional de polipropileno/Twaron[®] en función de su fracción volumen de fibra.
- II. Modelar las propiedades elásticas y resistencia a tensión de laminados PP/Twaron con diferentes secuencias de apilamiento usando la teoría clásica de laminación y validar las predicciones teóricas con los resultados experimentales obtenidos en laminados estudiados en trabajos de tesis anteriores.
- III. Modelar la respuesta esfuerzo-deformación no lineal a tensión de laminados PP/Twaron y validar las predicciones teóricas mediante pruebas experimentales a laminados $[0]_5$, $[24]_5$, $[33]_5$, $[45]_5$, $[90]_5$ y $[\pm 45]_{2s}$.

CAPÍTULO 1

ASPECTOS TEÓRICOS

1.1 Antecedentes sobre el modelado y análisis del comportamiento mecánico en materiales compuestos

Las propiedades mecánicas de un material compuesto reforzado con fibras continuas pueden ser modeladas a nivel micromecánico o macromecánico, dependiendo de la escala de interés bajo estudio. El modelado micromecánico predice las propiedades de un material compuesto en función de las propiedades de sus constituyentes, mientras que el modelado macromecánico predice el comportamiento global de un laminado en función de las propiedades y secuencia de apilamiento de sus capas, basándose en los valores promedio de las propiedades del material compuesto unidireccional, que convenientemente es considerado como un material homogéneo y anisotrópico con su propia rigidez y resistencia.

En la literatura existe una gran variedad de modelos micromecánicos para predecir las propiedades elásticas de materiales compuestos unidireccionales por ejemplo, los recopilados por Chamis y Sendekij¹, Hashin^{2,3}, Halpin⁴ y McCullough⁵; los cuales conducen a la predicción con una precisión mayor al 90 % de las propiedades mecánicas del material compuesto unidireccional, sin embargo, el análisis en todos estos modelos está limitado a la región elástica, de

modo que no pueden ser aplicados para predecir otras propiedades fundamentales de un material compuesto como son el esfuerzo de cedencia, la deformación plástica, la resistencia, y la respuesta no lineal esfuerzo-deformación.

La mayoría de las matrices termoplásticas presentan una significativa deformación plástica antes de alcanzar su esfuerzo de ruptura, por lo tanto, el modelado de materiales compuestos a base de matrices termoplásticas requiere un entendimiento de su comportamiento elastoplástico en todo el intervalo de deformación del material. Entre los modelos micromecánicos ya establecidos para predecir la respuesta elastoplástica de materiales compuestos se pueden mencionar el modelo de mecánica de materiales⁶, el modelo de cilindro concéntrico⁷, los modelos autoconsistentes⁸⁻¹⁰ y el análisis de elementos finitos¹¹⁻¹³. El modelo de mecánica de materiales está basado en la relación elemental conocida como la regla de las mezclas que expresa que las propiedades del material compuesto son función de las propiedades de sus constituyentes en proporción a su fracción volumen. El modelo de cilindro concéntrico basa su análisis en un elemento representativo que consiste de un cilindro con las propiedades de la fibra rodeado por un cilindro concéntrico con las propiedades de la matriz, los volúmenes de los cilindros son iguales a las fracciones volumen respectivas de la fibra y de la matriz del material compuesto; este elemento representativo se encuentra a su vez rodeado por un medio homogéneo con las propiedades del material compuesto. Los modelos autoconsistentes se basan en asumir parte de la solución del problema mediante alguna hipótesis, por ejemplo, proponiendo alguna componente de esfuerzo, deformación o desplazamiento para facilitar la solución de las ecuaciones de equilibrio; la hipótesis propuesta puede ser cambiada o corregida a fin de mejorar las predicciones del modelo. El análisis de elementos finitos se basa en la división de un elemento de volumen representativo del material compuesto en elementos más pequeños sobre los cuales son definidas las ecuaciones de equilibrio cuyas soluciones determinan el campo de esfuerzos y desplazamientos del material compuesto.

Los modelos elastoplásticos más recientes incluyen a: el modelo de Huang^{14,15}, quién en un principio propuso predecir las propiedades elásticas del material compuesto basándose en una matriz de correspondencia que correlacionara los esfuerzos generados en los constituyentes del material compuesto. En su modelo Huang desarrolla una rutina general para determinar los coeficientes de la matriz de correspondencia y presenta un conjunto de ecuaciones explícitas de estos coeficientes para la simulación de las propiedades elásticas del material compuesto. Dado un arreglo geométrico fibra/matriz, los coeficientes de la matriz de correspondencia dependen sólo de las propiedades de los constituyentes, esta característica hace posible extender el alcance de la matriz de correspondencia para incluir cualquier efecto de deformación inelástica de los constituyentes y establecer un modelo unificado para simular en adición a las propiedades elásticas, el comportamiento plástico, la resistencia y la falla del material compuesto.

Zhu y Sun¹⁶ usaron el análisis de elementos finitos para modelar el comportamiento no lineal de un material compuesto a base de una matriz termoplástica y fibras de carbón, AS4/PEEK, sometido a cargas aplicadas con un cierto ángulo respecto a la orientación de las fibras. El análisis se basó en el módulo elástico de la fibra y la curva esfuerzo-deformación no lineal de la matriz termoplástica. Los resultados de las pruebas experimentales a tensión fueron comparados con las predicciones del modelo y concluyeron que el comportamiento no lineal del material compuesto depende de la geometría de empaquetamiento de las fibras.

Adams¹⁷ también empleó el método de elementos finitos para modelar el comportamiento no lineal de materiales compuestos bajo cargas transversales a tensión; asumió que las fibras son elásticas, la matriz plástica y condiciones de deformación plana. Él encontró que aun cuando no sea manifiesto por la simple observación de la respuesta esfuerzo-deformación del material compuesto,

localmente puede ocurrir una extensa deformación plástica con una correspondiente redistribución local de esfuerzos.

A nivel macromecánico también existe en la literatura una amplia variedad de modelos reportados para el análisis de las propiedades mecánicas de materiales compuestos laminados. El propósito de estos modelos es determinar la distribución de esfuerzos y deformaciones y las cargas externas permisibles en el laminado. Así mismo, el modelo micromecánico de Huang^{14,15} puede ser empleado en combinación con la teoría clásica de laminación y el criterio de falla de esfuerzo máximo para determinar la distribución de esfuerzos y resistencia de laminados^{18,19}. Entre los trabajos desarrollados específicamente para el modelado macromecánico de materiales compuestos termoplásticos se encuentra el de Cervenka²⁰ quien modeló el comportamiento de laminados Carbón/PEEK desde un punto de vista experimental y teórico. Este modelo fue formulado para operar a nivel micromecánico y macromecánico, basado en la teoría clásica de laminación desarrollada para materiales compuestos de matrices termofijas y que hasta entonces no había sido aplicada para el análisis de materiales compuestos termoplásticos. La teoría clásica de laminación fue utilizada para determinar las propiedades de rigidez y la distribución de esfuerzos en los laminados, mientras que el análisis de falla se basó en los criterios de falla de Tsai-Hill y Tsai-Wu, siendo éste último el que dio mejores predicciones.

Sun *et al.*²¹ presentaron un modelo esfuerzo-deformación no lineal para predecir los coeficientes de la matriz de complianza no lineal, basado en el estado presente de esfuerzos efectivos y deformaciones del laminado; un estado en tres dimensiones de esfuerzos y deformaciones es considerado, de modo que el modelo es aplicable tanto para secciones delgadas como gruesas de un material compuesto termoplástico.

Zor *et al.*²² llevaron a cabo un análisis elastoplástico utilizando la teoría clásica de laminación y la teoría de deformación cortante de primer orden para predecir deformaciones plásticas pequeñas en placas termoplásticas reforzadas

con fibras de acero sometidas a una carga transversal. El estudio fue realizado en laminados $[0/90]_{ns}$ y $[\pm\theta]_{ns}$ simplemente apoyados o empotrados. Mediante el análisis de elementos finitos fueron capaces de determinar la expansión de la región plástica y los componentes de esfuerzos residuales.

Desde un punto de vista basado en la falla de materiales compuestos, varios trabajos extraordinarios sobre teorías macromecánicas de falla han sido reportados por Tsai y Wu²³, Rowlands²⁴, Nahas²⁵, Labossiere y Neal²⁶ y Echaabi *et al.*²⁷, entre otros. En general, el mecanismo de falla de los laminados es complejo y para incluir el efecto de la falla progresiva del laminado a su respuesta esfuerzo-deformación no lineal, muchos modelos macromecánicos han sido desarrollados basados en la mecánica de daño del medio continuo, por ejemplo, Talreja *et al.*²⁸, Li *et al.*²⁹, Schuecker y Pettermann³⁰. Entre estos modelos, uno ampliamente utilizado es el modelo de plasticidad y daño propuesto por Ladeveze³¹.

La gran diversidad de combinaciones materiales y procesos de manufactura utilizados, hace que ningún modelo puramente teórico sea capaz de describir el comportamiento mecánico global de materiales compuestos laminados; algunos modelos son más apropiados que otros para describir sólo propiedades determinadas del material como su comportamiento elástico, plástico o mecanismo de falla. Nuevos modelos o versiones mejoradas de los modelos antiguos continúan siendo reportados cada día en la literatura; cada método de análisis posee sus ventajas y limitaciones, siendo hasta ahora la aproximación fenomenológica la herramienta más efectiva y flexible para propósitos prácticos de diseño de materiales compuestos²⁷.

1.2 Análisis micromecánico de las propiedades de un material compuesto unidireccional

Un material compuesto unidireccional es un material ortotrópico con ejes principales dispuestos en la dirección de las fibras, transversal a las fibras en el plano del material y normal al plano del material; estos ejes principales son designados respectivamente como 1, 2 y 3, y forman un sistema coordenado que es conocido como sistema local de coordenadas del material. El material compuesto unidireccional mostrado esquemáticamente en la figura 1.1 contiene sólo una fibra a través de su espesor, esto puede ser cierto para fibras con un diámetro grande como las fibras de boro, sin embargo, la mayoría de los materiales compuestos contienen varias fibras a través de su espesor; el diámetro de las fibras es usualmente del orden de 10 micras mientras que el espesor de una lámina de material compuesto a menudo puede ser mayor de 0.1 mm, de modo que la razón entre el espesor de la lámina y el diámetro de las fibras tiene típicamente un valor de 10. La arquitectura de un material compuesto unidireccional le provee de altas propiedades mecánicas en la dirección de la fibra, mientras que en las direcciones normales a ésta, sus propiedades son mucho más débiles.

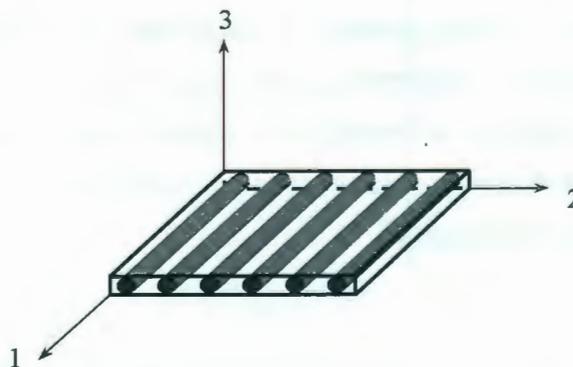


Figura 1.1 Material compuesto unidireccional mostrando los ejes principales del sistema local de coordenadas.

Las propiedades del material compuesto unidireccional dependen de las propiedades de sus componentes individuales y de las cantidades relativas de estos componentes, representados por la fracción volumen de la fibra V_f y por la fracción volumen de la matriz V_m .

Muchos modelos micromecánicos han sido desarrollados para analizar las propiedades de materiales compuestos en función de las propiedades, arreglo y cantidad relativa de sus constituyentes, de estos, el más simple es el de mecánica de materiales³²; en este modelo el material compuesto unidireccional es representado por dos bloques dimensionalmente proporcionales a las fracciones volumen de la fibra y de la matriz, como se muestra en la figura 1.2. Las suposiciones principales del modelo son las siguientes:

1. El material compuesto es macroscópicamente homogéneo.
2. Las fibras son continuas, de resistencia y sección transversal uniformes y están alineadas rectas y paralelas en el material compuesto.
3. La matriz es homogénea y libre de defectos y espacios vacíos.
4. Hay una unión perfecta entre las fibras y la matriz.
5. Tanto las fibras como la matriz son elásticas y cumplen la ley de Hooke.

Debido a que la representación geométrica en bloques de los componentes del material compuesto es una simplificación de la realidad, este modelo no es capaz de tomar en cuenta el efecto de la interacción entre las fibras, como resultado las propiedades transversales y a cortante del material compuesto son subestimadas con este modelo.

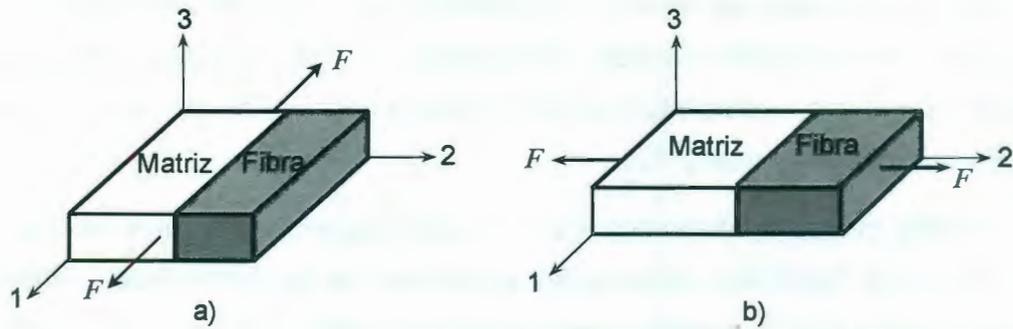


Figura 1.2 Representación en bloques del material compuesto unidireccional.
a) Sometido a una fuerza longitudinal; b) Sometido a una fuerza transversal.

1.2.1 Módulo elástico longitudinal y razón de Poisson

Una fuerza F aplicada en la dirección longitudinal 1 como se muestra en la figura 1.2a es soportada por las fibras y por la matriz, que se asumen perfectamente unidas, de tal forma que la deformación es la misma para el material compuesto, las fibras y la matriz.

El módulo elástico longitudinal del material compuesto es gobernado por las propiedades de la fibra y puede ser calculado a partir del modelo de mecánica de materiales usando la siguiente expresión^{7,32,33}:

$$E_1^{mc} = E_1^f V_f + E^m V_m \quad (1.1)$$

donde:

E_1^{mc} = Módulo elástico longitudinal del material compuesto

E_1^f = Módulo elástico longitudinal de la fibra

E^m = Módulo elástico de la matriz

La razón de Poisson longitudinal del material compuesto unidireccional también puede ser calculada a partir del modelo de mecánica de materiales

usando una expresión similar a la dada para el módulo elástico longitudinal, es decir^{7,32,33}:

$$\nu_{12}^{mc} = \nu_{12}^f V_f + \nu^m V_m \quad (1.2)$$

donde:

ν_{12}^{mc} = Razón de Poisson del material compuesto

ν_{12}^f = Razón de Poisson de la fibra

ν^m = Razón de Poisson de la matriz

1.2.2 Módulo elástico transversal

Una fuerza F aplicada en la dirección transversal del material compuesto como se muestra en la figura 1.2b produce el mismo esfuerzo en el material compuesto, en las fibras y en la matriz puesto que el área de la sección transversal a la aplicación de la fuerza es la misma. A diferencia de las propiedades longitudinales, el módulo elástico transversal es una propiedad gobernada por las propiedades de la matriz y sensible al estado de esfuerzos de la misma. La expresión derivada del modelo de mecánica de materiales para el módulo elástico transversal del material compuesto unidireccional es^{7,32,33}:

$$E_2^{mc} = \frac{E_2^f E^m}{E^m V_f + E_2^f V_m} \quad (1.3)$$

donde:

E_2^{mc} = Módulo elástico transversal del material compuesto

E_2^f = Módulo elástico transversal de la fibra

E^m = Módulo elástico de la matriz

El modelo de mecánica de materiales estima el módulo elástico transversal del material compuesto unidireccional, sin tomar en cuenta las interacciones entre las fibras y la matriz debido a sus contracciones de Poisson; en realidad, las fibras de alto módulo restringen la deformación de la matriz, lo que resulta en un módulo

elástico transversal más alto que el estimado por la ecuación 1.3. Una expresión más exacta para estimar el módulo elástico transversal de materiales compuestos, ya que toma en cuenta esta restricción impuesta a la matriz, está dada por^{33,34}:

$$E_2^{mc} = \frac{E_2^f E'^m}{E'^m V_f + E_2^f V_m} \quad (1.4)$$

donde:

$$E'^m = \frac{E^m}{1 - (\nu^m)^2}$$

1.2.3 Módulo cortante

La figura 1.3a muestra al material compuesto sometido a un esfuerzo cortante τ_{12} , donde los subíndices 1, 2 corresponden a los ejes principales del sistema local de coordenadas del material. La figura 1.3b muestra el diagrama de cuerpo libre de los componentes del material compuesto; puede notarse en dicho diagrama que el esfuerzo cortante de la fibra es igual al esfuerzo cortante de la matriz, siendo ésta la suposición principal del modelo de mecánica de materiales para el análisis del módulo cortante del material compuesto unidireccional, el cual puede ser calculado a partir de la expresión^{7,32,33}:

$$G_{12}^{mc} = \frac{G_{12}^f G^m}{V_f G^m + V_m G_{12}^f} \quad (1.5)$$

donde:

G_{12}^{mc} = Módulo cortante del material compuesto unidireccional

G_{12}^f = Módulo cortante de la fibra

G^m = Módulo cortante de la matriz

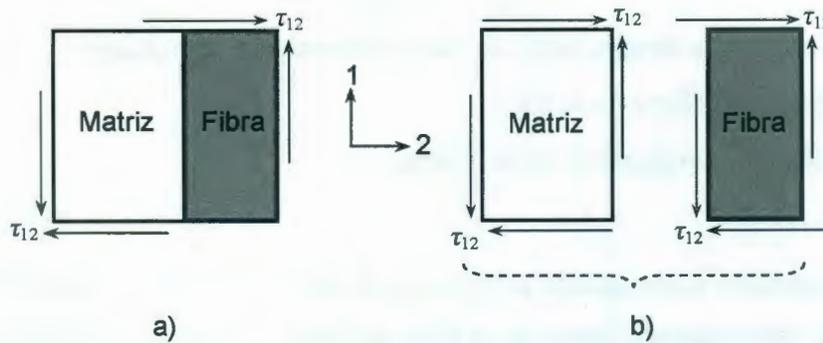


Figura 1.3 a) Material compuesto sometido a un esfuerzo cortante.
 b) Diagrama de cuerpo libre de los componentes del material compuesto.

1.2.4 Resistencia

El esfuerzo que experimenta un material compuesto sometido a una carga en la dirección longitudinal puede ser calculado a partir del modelo de mecánica de materiales por la siguiente expresión^{7,32,33}:

$$\sigma_1^{mc} = \sigma_1^f V_f + \sigma_1^m V_m \quad (1.6)$$

donde:

σ_1^{mc} = Esfuerzo longitudinal del material compuesto

σ_1^f = Esfuerzo longitudinal de la fibra

σ_1^m = Esfuerzo longitudinal de la matriz

En la práctica, la resistencia longitudinal del material compuesto generalmente es gobernada por el componente con la menor deformación última; típicamente la deformación última de la fibra es menor que la deformación última de la matriz, de modo que el material compuesto fallará cuando su deformación longitudinal alcance la deformación última de la fibra, entonces la resistencia del material compuesto puede ser estimada con la siguiente expresión:

$$X_1^T = \sigma_f^{ult} V_f + \sigma_1^m V_m \quad (1.7)$$

donde:

X_1^T = Resistencia longitudinal a tensión del material compuesto

σ_f^{ult} = Esfuerzo último de la fibra

σ_1^m = Esfuerzo longitudinal de la matriz

Para materiales compuestos en los que la deformación última de la matriz es menor que la deformación última de la fibra, el material compuesto fallará cuando su deformación longitudinal alcance la deformación última de la matriz, entonces la resistencia del material compuesto puede ser estimada con la siguiente expresión:

$$X_1^T = \sigma_1^f V_f + \sigma_m^{ult} V_m \quad (1.8)$$

donde:

σ_1^f = Esfuerzo longitudinal de la fibra

σ_m^{ult} = Esfuerzo último de la matriz

La resistencia transversal del material compuesto es difícil de estimar debido a que ésta depende de una amplia diversidad de factores como son la adhesión fibra/matriz, la distribución de las fibras, concentraciones de esfuerzo en la matriz impuestas por la presencia de las fibras, grietas en la interfase y restricciones a la deformación de la matriz impuestas por el alto módulo de las fibras, entre otros. La estimación más sencilla, proviene de tratar a las fibras como si fueran agujeros cilíndricos distribuidos con un arreglo cuadrado en la matriz, con lo cual se obtiene la siguiente expresión para la resistencia transversal del material compuesto³⁴:

$$X_2^T = \sigma_m^{ult} \left[1 - \left(\frac{4V_f}{\pi} \right)^{\frac{1}{2}} \right] \quad (1.9)$$

donde:

X_2^T = Resistencia transversal a tensión del material compuesto

σ_m^{ult} = Esfuerzo último de la matriz

La resistencia a cortante del material compuesto unidireccional puede ser estimada a partir del modelo de mecánica de materiales por la siguiente expresión³⁸:

$$S = G_{12}^{mc} \left[\frac{G^m}{G^f} \left(\frac{4V_f}{\pi} \right)^{\frac{1}{2}} + \left(1 - \left(\frac{4V_f}{\pi} \right)^{\frac{1}{2}} \right) \right] \gamma_m^{ult} \quad (1.10)$$

donde:

S = Resistencia cortante del material compuesto

γ_m^{ult} = Deformación angular última de la matriz

1.3 Análisis macromecánico de las propiedades elásticas del material compuesto unidireccional

1.3.1 Relación esfuerzo-deformación

En su parte elástica, la relación esfuerzo-deformación de un material ortotrópico como el material compuesto unidireccional mostrado en la figura 1.1 puede ser expresada de la siguiente manera^{7,32,33}:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \tau_{23} \\ \tau_{13} \\ \tau_{12} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{22} & C_{23} & 0 & 0 & 0 \\ C_{13} & C_{23} & C_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \gamma_{23} \\ \gamma_{13} \\ \gamma_{12} \end{Bmatrix} \quad (1.11)$$

donde:

$[C_{ij}]$ = Matriz de rigidez del material

Escribiendo las deformaciones en función de los esfuerzos obtenemos:

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \gamma_{23} \\ \gamma_{13} \\ \gamma_{12} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} & 0 & 0 & 0 \\ S_{12} & S_{22} & S_{23} & 0 & 0 & 0 \\ S_{13} & S_{23} & S_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & S_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & S_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & S_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \tau_{23} \\ \tau_{13} \\ \tau_{12} \end{Bmatrix} \quad (1.12)$$

donde:

S_{ij} = Matriz de complianza del material (inverso de la matriz de rigidez).

Tres observaciones importantes deben ser señaladas respecto a las relaciones esfuerzo-deformación expresadas en las ecuaciones 1.11 y 1.12:

1. No existe interacción entre esfuerzos normales y deformaciones angulares, es decir, los esfuerzos normales que actúan en las direcciones de ortotropía del material sólo producen deformaciones normales.
2. No existe interacción entre esfuerzos cortantes y deformaciones normales, es decir, los esfuerzos cortantes que actúan en los planos principales del material sólo producen deformaciones angulares.
3. No existe interacción entre esfuerzos cortantes y deformaciones angulares en diferentes planos, es decir, un esfuerzo cortante actuando en un plano principal produce deformación angular sólo en ese plano.

La ecuación 1.12 es expresada en función de las constantes de ingeniería de la siguiente manera^{7,33}.

$$\begin{Bmatrix} \epsilon_1 \\ \epsilon_2 \\ \epsilon_3 \\ \gamma_{23} \\ \gamma_{13} \\ \gamma_{12} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_1} & -\frac{\nu_{21}}{E_2} & -\frac{\nu_{31}}{E_3} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{12}}{E_1} & \frac{1}{E_2} & -\frac{\nu_{32}}{E_3} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{13}}{E_1} & -\frac{\nu_{23}}{E_2} & \frac{1}{E_3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{23}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{13}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{12}} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \tau_{23} \\ \tau_{13} \\ \tau_{12} \end{Bmatrix} \quad (1.13)$$

Debido a que la matriz de complianza S_{ij} (ecuación 1.12) es simétrica, podemos concluir de la ecuación 1.13 que:

$$\frac{\nu_{12}}{E_1} = \frac{\nu_{21}}{E_2}; \quad \frac{\nu_{13}}{E_1} = \frac{\nu_{31}}{E_3}; \quad \frac{\nu_{23}}{E_2} = \frac{\nu_{32}}{E_3} \quad (1.14)$$

Y en general:

$$\frac{\nu_{ij}}{E_i} = \frac{\nu_{ji}}{E_j} \quad (1.15)$$

La ecuación 1.15 también puede ser deducida a partir del teorema de reciprocidad de Maxwell-Betti³⁵: "En un sólido elástico, el trabajo que realiza un sistema de fuerzas W_i al aplicarse un sistema de fuerzas W_j es igual al trabajo que realiza el sistema W_j al aplicar W_i ".

1.3.2 Esfuerzo en un plano

Cuando una de las dimensiones de un material es mucho menor que las otras dos, como ocurre en el caso de la lámina unidireccional mostrada en la figura 1.1, es posible asumir un estado de esfuerzo plano, en el que los esfuerzos transversales σ_3 , τ_{23} y τ_{13} son tan pequeños, comparados con σ_1 , σ_2 y τ_{12} , que pueden ser despreciados; esta situación es común en muchas aplicaciones donde

los materiales compuestos son utilizados como láminas o laminados delgados, en los que sus dimensiones en el plano son al menos diez veces su espesor³⁶, por ejemplo, en fuselajes y alas de aviones, paneles de automóviles, etc. La suposición de esfuerzo plano requiere que todas las cargas estén limitadas al plano 1-2 del material compuesto unidireccional; si las fuerzas que actúan en la dirección normal al plano del material no existen, las deformaciones en el plano, calculadas con la ecuación 1.13 se reducen a:

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \gamma_{12} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_1} & -\frac{\nu_{21}}{E_2} & 0 \\ -\frac{\nu_{12}}{E_1} & \frac{1}{E_2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{G_{12}} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{12} \end{Bmatrix} \quad (1.16)$$

Invirtiendo la ecuación 1.16 obtenemos la relación esfuerzo-deformación en el plano:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{12} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & 0 \\ Q_{12} & Q_{22} & 0 \\ 0 & 0 & Q_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \gamma_{12} \end{Bmatrix} \quad (1.17)$$

donde:

$$Q_{11} = \frac{E_1}{1 - \nu_{21}\nu_{12}}, \quad Q_{12} = \frac{\nu_{12}E_2}{1 - \nu_{21}\nu_{12}}, \quad Q_{22} = \frac{E_2}{1 - \nu_{21}\nu_{12}}, \quad Q_{66} = G_{12} \quad (1.18)$$

La matriz $[Q_{ij}]$ en la ecuación 1.17 es conocida como matriz de rigidez reducida porque proviene de reducir el análisis tridimensional a bidimensional. Es importante notar que la razón de Poisson ν_{21} en las ecuaciones 1.16 y 1.18 puede ser deducida en función de E_1 , ν_{12} y E_2 a partir del teorema de reciprocidad de Maxwell Betti (ecuación 1.15), de modo que el análisis esfuerzo-deformación en el plano de un material ortotrópico requiere conocer tan sólo cuatro constantes elásticas independientes, es decir, E_1 , ν_{12} , E_2 y G_{12} , mismas que pueden ser

determinadas realizando tres pruebas independientes al material: tensión longitudinal, tensión transversal y cortante en el plano 1-2.

1.3.3 Relaciones esfuerzo-deformación para una orientación arbitraria

A menudo, la dirección de aplicación de la carga no coincide con los ejes de ortotropía del material compuesto unidireccional, por lo que es necesario desarrollar relaciones esfuerzo-deformación para un sistema de coordenadas que no coincide con los ejes ortotrópicos del material compuesto sujeto a condiciones de esfuerzo plano. Considere la figura 1.4 donde los ejes principales 1, 2 del material han sido rotados un ángulo positivo θ respecto al sistema de coordenadas x, y . Los esfuerzos en el sistema de coordenadas x, y están relacionados con los esfuerzos en el sistema de coordenadas 1, 2, a través de la matriz de transformación $[T]$ de la siguiente manera^{7,33}:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} = [T]^{-1} \begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{12} \end{Bmatrix} \quad (1.19)$$

donde:

$$[T] = \begin{bmatrix} \cos^2 \theta & \sin^2 \theta & 2\sin\theta \cdot \cos\theta \\ \sin^2 \theta & \cos^2 \theta & -2\sin\theta \cdot \cos\theta \\ -\sin\theta \cdot \cos\theta & \sin\theta \cdot \cos\theta & (\cos^2 \theta - \sin^2 \theta) \end{bmatrix}$$

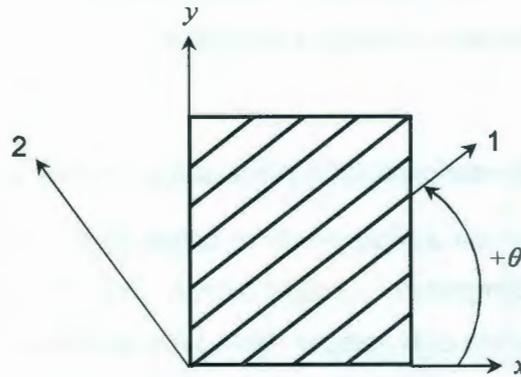


Figura 1.4 Rotación positiva de un sistema de coordenadas 1, 2 respecto a un sistema de coordenadas x, y .

La transformación es solamente una rotación geométrica de las direcciones de los esfuerzos y no está relacionada con las propiedades del material. Las deformaciones en el sistema de coordenadas 1, 2 también están relacionadas con las deformaciones en el sistema de coordenadas x, y a través de la matriz de transformación $[T]$ de la siguiente manera^{7, 33}:

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \gamma_{12} \end{Bmatrix} = [R][T][R]^{-1} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} \quad (1.20)$$

donde:

$$[R] = \begin{Bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{Bmatrix}$$

Sustituyendo la ecuación 1.20 en la ecuación 1.17 obtenemos:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{12} \end{Bmatrix} = [Q][R][T][R]^{-1} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} \quad (1.21)$$

Sustituyendo la ecuación 1.21 en la ecuación 1.19:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} = [T]^{-1} [Q] [R] [T] [R]^{-1} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{16} \\ \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{22} & \bar{Q}_{26} \\ \bar{Q}_{16} & \bar{Q}_{26} & \bar{Q}_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} \quad (1.22)$$

Donde los elementos \bar{Q}_{ij} de la matriz de rigidez reducida y transformada $[\bar{Q}]$ están dados por:

$$\bar{Q}_{11} = Q_{11} \cos^4 \theta + Q_{22} \sin^4 \theta + 2(Q_{12} + 2Q_{66}) \sin^2 \theta \cdot \cos^2 \theta \quad (1.23a)$$

$$\bar{Q}_{12} = (Q_{11} + Q_{22} - 4Q_{66}) \sin^2 \theta \cdot \cos^2 \theta + Q_{12} (\cos^4 \theta + \sin^4 \theta) \quad (1.23b)$$

$$\bar{Q}_{16} = (Q_{11} - Q_{12} - 2Q_{66}) \cos^3 \theta \cdot \sin \theta - (Q_{22} - Q_{12} - 2Q_{66}) \cos \theta \cdot \sin^3 \theta \quad (1.23c)$$

$$\bar{Q}_{22} = Q_{11} \sin^4 \theta + Q_{22} \cos^4 \theta + 2(Q_{12} + 2Q_{66}) \sin^2 \theta \cdot \cos^2 \theta \quad (1.23d)$$

$$\bar{Q}_{26} = (Q_{11} - Q_{12} - 2Q_{66}) \cos \theta \cdot \sin^3 \theta - (Q_{22} - Q_{12} - 2Q_{66}) \cos^3 \theta \cdot \sin \theta \quad (1.23e)$$

$$\bar{Q}_{66} = (Q_{11} + Q_{22} - 2Q_{12} - 2Q_{66}) \cos^2 \theta \cdot \sin^2 \theta + Q_{66} (\cos^4 \theta + \sin^4 \theta) \quad (1.23f)$$

Es importante notar que a diferencia de la matriz de rigidez reducida $[Q]$, todos los elementos \bar{Q}_{ij} de la matriz de rigidez reducida y transformada $[\bar{Q}]$ son diferentes de cero, sin embargo, éstos continúan estando en función de sólo cuatro constantes independientes del material ortotrópico y del ángulo de rotación θ .

Invirtiendo la ecuación 1.22 podemos obtener las deformaciones en función de los esfuerzos en el sistema coordenado x, y :

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{S}_{11} & \bar{S}_{12} & \bar{S}_{16} \\ \bar{S}_{12} & \bar{S}_{22} & \bar{S}_{26} \\ \bar{S}_{16} & \bar{S}_{26} & \bar{S}_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} \quad (1.24)$$

Donde los elementos \bar{S}_{ij} de la matriz de complianza transformada $[\bar{S}]$ están dados por:

$$\bar{S}_{11} = S_{11} \cos^4 \theta + (2S_{12} + S_{66}) \text{sen}^2 \theta \cdot \cos^2 \theta + S_{22} \text{sen}^4 \theta \quad (1.25a)$$

$$\bar{S}_{12} = S_{12} (\text{sen}^4 \theta + \cos^4 \theta) + (S_{11} + S_{22} - S_{66}) \text{sen}^2 \theta \cdot \cos^2 \theta \quad (1.25b)$$

$$\bar{S}_{16} = (2S_{11} - 2S_{12} - S_{66}) \text{sen} \theta \cdot \cos^3 \theta - (2S_{22} - 2S_{12} - S_{66}) \text{sen}^3 \theta \cdot \cos \theta \quad (1.25c)$$

$$\bar{S}_{22} = S_{11} \text{sen}^4 \theta + (2S_{12} + S_{66}) \text{sen}^2 \theta \cdot \cos^2 \theta + S_{22} \cos^4 \theta \quad (1.25d)$$

$$\bar{S}_{26} = (2S_{11} - 2S_{12} - S_{66}) \text{sen}^3 \theta \cdot \cos \theta - (2S_{22} - 2S_{12} - S_{66}) \text{sen} \theta \cdot \cos^3 \theta \quad (1.25e)$$

$$\bar{S}_{66} = 2(2S_{11} + 2S_{22} - 4S_{12} - S_{66}) \text{sen}^2 \theta \cdot \cos^2 \theta + S_{66} (\text{sen}^4 \theta + \cos^4 \theta) \quad (1.25f)$$

El análisis de la respuesta esfuerzo-deformación del material compuesto unidireccional sometido a cargas cuyas direcciones están en los ejes de un sistema coordenado arbitrario x, y es más complejo que el análisis cuando las cargas aplicadas coinciden con los ejes principales 1, 2 del material, ya que debido a la presencia de los elementos \bar{Q}_{16} , \bar{Q}_{26} , \bar{S}_{16} y \bar{S}_{26} en las ecuaciones 1.22 y 1.24, aparecen acoplamientos normal-cortante entre los esfuerzos y deformaciones del material, esto es, esfuerzos normales producen deformaciones angulares y esfuerzos cortantes producen deformaciones normales.

1.4 Análisis macromecánico de materiales compuestos laminados

Los materiales compuestos laminados están formados por el apilamiento de dos o más láminas unidireccionales unidas por algún agente acoplante como un adhesivo o por fusión de la matriz. Estos materiales tienen una de las configuraciones más útiles para aplicaciones estructurales, ya que la secuencia de apilamiento y el ángulo de orientación del refuerzo en sus capas pueden ser escogidos para satisfacer diferentes requerimientos de diseño bajo condiciones específicas de carga. La teoría que estudia la respuesta esfuerzo-deformación de materiales compuestos laminados en función del número y de las propiedades

mecánicas de una lámina unidireccional es conocida como la teoría clásica de laminación³⁷.

Puesto que los ejes ortotrópicos de las láminas cambian de orientación en cada capa, es conveniente analizar las propiedades del laminado con respecto a un sistema de referencia conocido como sistema global de coordenadas x, y, z como se muestra en la figura 1.5.

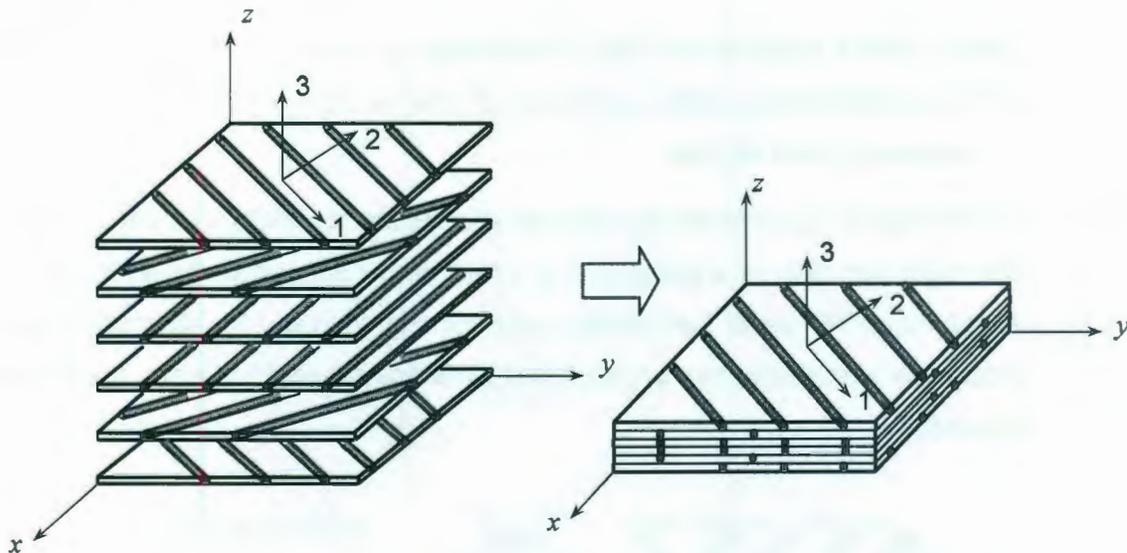


Figura 1.5 Esquema de apilamiento de un material compuesto laminado.

La secuencia geométrica de laminación determina las propiedades mecánicas del laminado, por ello es necesario el uso de una nomenclatura que sea capaz de especificar en forma concisa la orientación de cada capa del laminado con respecto al sistema global de coordenadas. Basados en la figura 1.6, la nomenclatura estándar de un laminado es asignada de la siguiente manera:

1. Las capas son enlistadas en secuencia entre paréntesis cuadrados desde una superficie del laminado hasta la otra, empezando con la primera capa en la parte inferior del laminado.

2. Cada capa del laminado es denotada por un número que representa el ángulo en grados de la orientación de sus fibras respecto al eje x del sistema global de coordenadas.
3. Las capas individuales adyacentes son separadas en el código por una diagonal si sus ángulos son diferentes.
4. Las capas adyacentes con la misma orientación son denotadas con un subíndice.
5. Cuando capas adyacentes están orientadas en ángulos de igual magnitud pero de orientación opuesta, es apropiado usar el signo \pm con el que cada "+" ó "-" representa una lámina.
6. Los laminados que poseen simetría de orientación respecto a su plano medio solo requieren que se especifique la mitad de su secuencia de apilamiento; un subíndice "S" en el paréntesis cuadrado indica que sólo es mostrada la mitad de la secuencia, con la otra mitad simétrica respecto al plano medio del laminado.

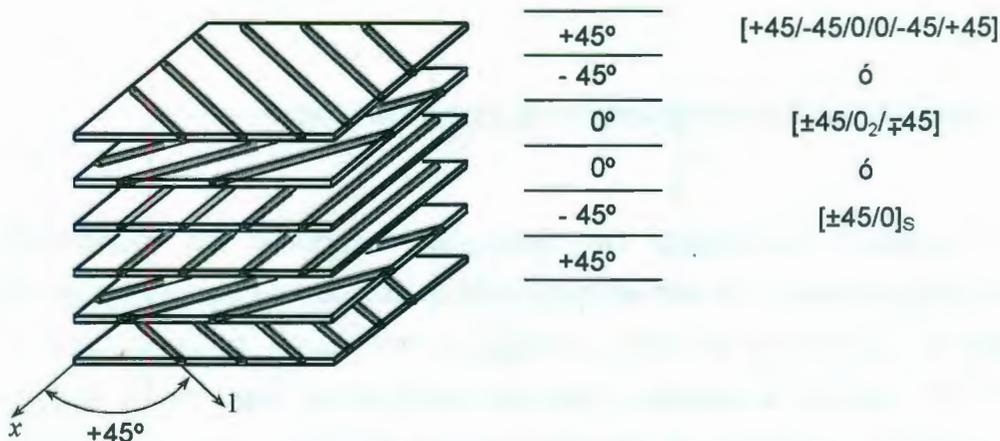


Figura 1.6 Esquema de un material compuesto laminado y su identificación con su código estándar.

Consideremos un laminado plano como el mostrado en la figura 1.7a sobre el que actúan diferentes tipos de cargas y en el que la coordenada $z = 0$ sitúa el plano medio del laminado. La teoría clásica de laminación se basa en las hipótesis de que las capas del laminado son homogéneas, ortotrópicas y están perfectamente unidas entre sí de tal forma que no existe deslizamiento de una capa respecto a otra. Para su desarrollo se requiere de ciertas suposiciones que simplifican el análisis:

1. El laminado es de espesor delgado (con dimensiones en el plano al menos diez veces su espesor³⁶) y está sujeto a condiciones de esfuerzo plano.
2. La relación esfuerzo-deformación de las capas es lineal.
3. Líneas rectas perpendiculares al plano medio del laminado permanecen rectas y perpendiculares al plano medio después de la deformación, es decir, $\gamma_{xz} = \gamma_{yz} = 0$. Esta suposición es de gran relevancia para el desarrollo de la teoría clásica de laminación pues permite expresar las deformaciones de cualquier punto del laminado en función de las deformaciones del plano medio, simplificando grandemente el análisis.
4. Las distancias perpendiculares al plano medio del laminado son constantes, es decir, $\varepsilon_z = 0$.

De acuerdo a las suposiciones 3 y 4, una línea AA' que antes de la deformación es recta y perpendicular al plano medio del laminado, después de la deformación, estas características no cambian, ni su longitud (figura 1.7b), es decir, la línea sólo se desplaza y rota sin alterar su geometría.

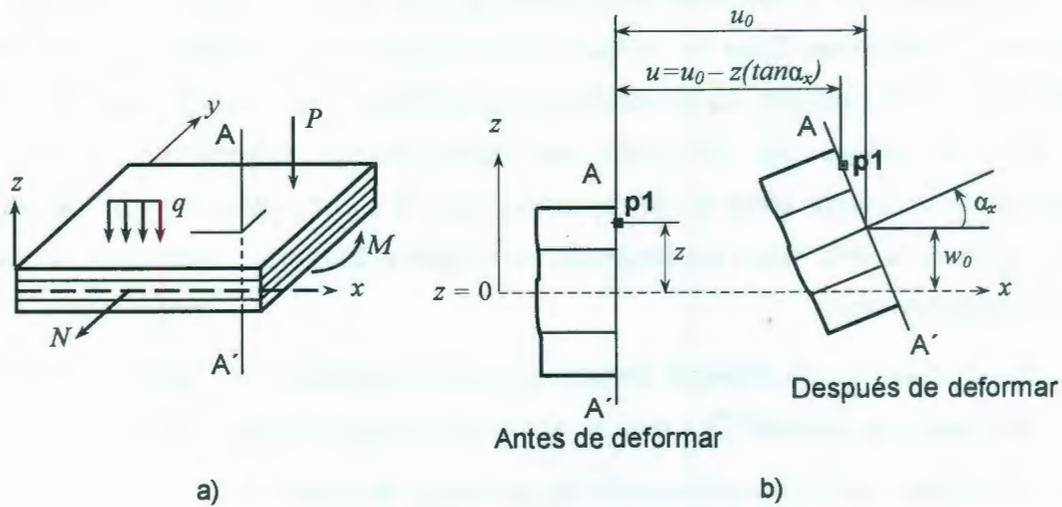


Figura 1.7 a) Laminado plano sujeto a diferentes tipos de cargas, b) Vista del espesor a lo largo de la línea AA' antes y después de la deformación del laminado.

Los desplazamientos del plano medio del laminado en las direcciones x , y , z son respectivamente u_0 , v_0 , w_0 ; mientras que u , v , w , son los desplazamientos de algún punto arbitrario del laminado. Basados en la figura 1.7b, el desplazamiento u a lo largo del eje x de un punto arbitrario $p1$ del laminado, puede expresarse para ángulos pequeños como:

$$u = u_0 - z(\tan \alpha_x)$$

$$\tan \alpha_x \approx \alpha_x$$

En general:

$$u = u_0 - z\alpha_x \quad (1.26a)$$

$$v = v_0 - z\alpha_y \quad (1.26b)$$

$$w = w_0 \quad (1.26c)$$

Donde z es la coordenada en el espesor de algún punto arbitrario del laminado.

Las deformaciones de cualquier punto del laminado son definidas en función de los desplazamientos como:

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial u_0}{\partial x} - z \frac{\partial \alpha_x}{\partial x} \quad (1.27a)$$

$$\varepsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y} = \frac{\partial v_0}{\partial y} - z \frac{\partial \alpha_y}{\partial y} \quad (1.27b)$$

$$\gamma_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} = \frac{\partial u_0}{\partial y} + \frac{\partial v_0}{\partial x} - z \frac{\partial \alpha_x}{\partial y} - z \frac{\partial \alpha_y}{\partial x} \quad (1.27c)$$

Donde $\frac{\partial u_0}{\partial x}$, $\frac{\partial v_0}{\partial y}$, $\frac{\partial u_0}{\partial y} + \frac{\partial v_0}{\partial x}$ son respectivamente las deformaciones ε_x^0 , ε_y^0 , γ_{xy}^0 del plano medio del laminado. $-\frac{\partial \alpha_x}{\partial x}$, $-\frac{\partial \alpha_y}{\partial y}$, $-\left(\frac{\partial \alpha_x}{\partial y} + \frac{\partial \alpha_y}{\partial x}\right)$ son respectivamente las curvaturas K_x , K_y , K_{xy} del laminado.

Entonces, las deformaciones de cualquier punto del laminado pueden ser relacionadas con las deformaciones y curvaturas de su plano medio reescribiendo las ecuaciones 1.27 como:

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{Bmatrix} + z \begin{Bmatrix} K_x \\ K_y \\ K_{xy} \end{Bmatrix} \quad (1.28)$$

Si la ecuación 1.28 es sustituida en la ecuación 1.22, los esfuerzos en una capa k del laminado pueden ser expresados en función de la deformación y la curvatura del plano medio como:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix}_k = \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{16} \\ \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{22} & \bar{Q}_{26} \\ \bar{Q}_{16} & \bar{Q}_{26} & \bar{Q}_{66} \end{bmatrix}_k \begin{Bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{Bmatrix} + z \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{16} \\ \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{22} & \bar{Q}_{26} \\ \bar{Q}_{16} & \bar{Q}_{26} & \bar{Q}_{66} \end{bmatrix}_k \begin{Bmatrix} K_x \\ K_y \\ K_{xy} \end{Bmatrix} \quad (1.29)$$

Donde la matriz de rigidez reducida y transformada $[\bar{Q}]$ puede ser diferente para cada capa del laminado, de tal forma que la variación de esfuerzo a través del espesor del laminado no es necesariamente lineal, aun cuando la variación de la deformación si lo es. La figura 1.8 muestra un esquema de variación típica de

esfuerzos y deformaciones a través del espesor de un laminado; la variación del esfuerzo puede ser lineal a través del espesor de las capas individuales, pero en la unión entre dos capas existe una discontinuidad.

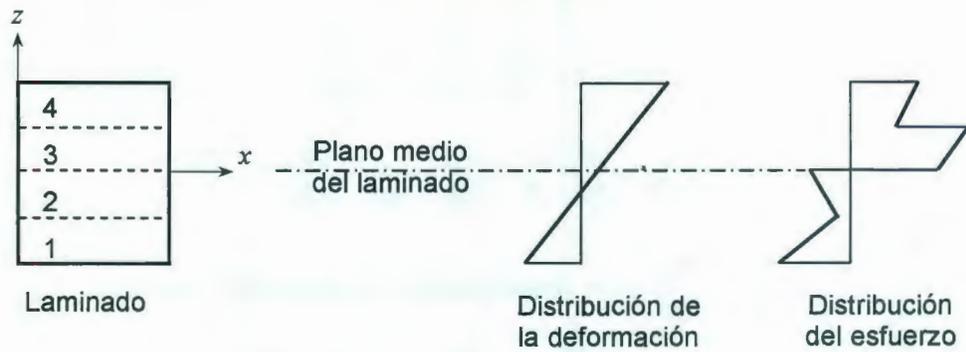


Figura 1.8 Distribución hipotética de esfuerzos y deformaciones a través del espesor de un laminado³⁸.

La figura 1.9 muestra un laminado de n capas en el que cada capa tiene un espesor h_k de tal forma que el espesor h del laminado esta dado por:

$$h = \sum_{k=1}^n h_k \quad (1.30)$$

Las coordenadas z que localizan las superficies de cada capa del laminado están dadas por:

$$z_k = -\frac{h}{2} + \sum_{k=0}^n h_k \quad (1.31)$$

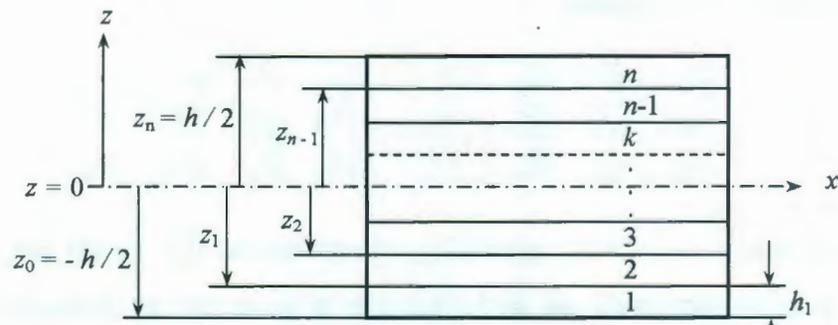


Figura 1.9 Coordenadas de las superficies de las capas de un laminado.

Puesto que los esfuerzos varían de capa a capa, es conveniente integrar los esfuerzos a través del espesor del laminado, generando fuerzas y momentos resultantes por unidad de ancho.

Para una capa k , las fuerzas N y los momentos M resultantes por unidad de ancho son definidos respectivamente como:

$$\begin{Bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \end{Bmatrix}_k = \int_{z_{k-1}}^{z_k} \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix}_k dz \quad (1.32)$$

Donde z_{k-1} y z_k son las superficies inferior y superior de la capa k .

$$\begin{Bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{Bmatrix}_k = \int_{z_{k-1}}^{z_k} \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix}_k z dz \quad (1.33)$$

Para todo el laminado las fuerzas y los momentos resultantes son obtenidos sumando los efectos de todas las capas; para un laminado de n -capas se tiene:

$$\begin{Bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \end{Bmatrix} = \int_{-h/2}^{h/2} \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} dz = \sum_{k=1}^n \int_{z_{k-1}}^{z_k} \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix}_k dz \quad (1.34)$$

$$\begin{Bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{Bmatrix} = \int_{-h/2}^{h/2} \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} z dz = \sum_{k=1}^n \int_{z_{k-1}}^{z_k} \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix}_k z dz \quad (1.35)$$

Sustituyendo la ecuación 1.29 en la ecuación 1.34, el vector de fuerzas resultantes es:

$$\begin{Bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \end{Bmatrix} = \sum_{k=1}^n \int_{z_{k-1}}^{z_k} \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{16} \\ \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{22} & \bar{Q}_{26} \\ \bar{Q}_{16} & \bar{Q}_{26} & \bar{Q}_{66} \end{bmatrix}_k \begin{Bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{Bmatrix} + z \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{16} \\ \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{22} & \bar{Q}_{26} \\ \bar{Q}_{16} & \bar{Q}_{26} & \bar{Q}_{66} \end{bmatrix}_k \begin{Bmatrix} K_x \\ K_y \\ K_{xy} \end{Bmatrix} dz \quad (1.36)$$

Resolviendo la ecuación 1.36 obtenemos^{7,33,38}:

$$\begin{Bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{16} \\ A_{12} & A_{22} & A_{26} \\ A_{16} & A_{26} & A_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \epsilon_x^0 \\ \epsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ B_{12} & B_{22} & B_{26} \\ B_{16} & B_{26} & B_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} K_x \\ K_y \\ K_{xy} \end{Bmatrix} \quad (1.37)$$

donde:

$$A_{ij} = \sum_{k=1}^n (\bar{Q}_{ij})_k (z_k - z_{k-1}) \quad (1.38)$$

$$B_{ij} = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n (\bar{Q}_{ij})_k (z_k^2 - z_{k-1}^2) \quad (1.39)$$

Resolviendo de forma similar para los momentos resultantes (ecuación 1.35):

$$\begin{Bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ B_{12} & B_{22} & B_{26} \\ B_{16} & B_{26} & B_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \epsilon_x^0 \\ \epsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{16} \\ D_{12} & D_{22} & D_{26} \\ D_{16} & D_{26} & D_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} K_x \\ K_y \\ K_{xy} \end{Bmatrix} \quad (1.40)$$

donde:

$$D_{ij} = \frac{1}{3} \sum_{k=1}^n (\bar{Q}_{ij})_k (z_k^3 - z_{k-1}^3) \quad (1.41)$$

Combinando las ecuaciones 1.37 y 1.40, se obtienen 6 ecuaciones lineales simultáneas con 6 incógnitas:

$$\begin{Bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \\ M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{16} & B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ A_{12} & A_{22} & A_{26} & B_{12} & B_{22} & B_{26} \\ A_{16} & A_{26} & A_{66} & B_{16} & B_{26} & B_{66} \\ B_{11} & B_{12} & B_{16} & D_{11} & D_{12} & D_{16} \\ B_{12} & B_{22} & B_{26} & D_{12} & D_{22} & D_{26} \\ B_{16} & B_{26} & B_{66} & D_{16} & D_{26} & D_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \epsilon_x^0 \\ \epsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \\ K_x \\ K_y \\ K_{xy} \end{Bmatrix} \quad (1.42)$$

La ecuación 1.42 es la ecuación constitutiva de la teoría clásica de laminación que describe la relación esfuerzo-deformación de un laminado en

función de las propiedades, orientación y secuencia de apilamiento de sus capas unidireccionales. De forma resumida la ecuación 1.42 se escribe como:

$$\begin{Bmatrix} N \\ M \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ B & D \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \epsilon^0 \\ K \end{Bmatrix} \quad (1.43)$$

Donde la matriz de rigidez extensional $[A]$ relaciona las fuerzas resultantes con las deformaciones extensionales del laminado y la matriz de flexión $[D]$ relaciona los momentos resultantes con las curvaturas del plano medio del laminado. Por otro lado, la matriz de acoplamiento $[B]$ relaciona fuerzas con curvaturas y momentos con deformaciones extensionales, en otras palabras, al aplicar una fuerza a tensión a un laminado con términos $B_{ij} \neq 0$, se produce flexión y torsión en el laminado.

Para laminados simétricos se puede probar, a partir de la ecuación 1.39, que $B_{ij} = 0$. Entonces la ecuación 1.42 puede ser desacoplada de tal forma que:

$$\{N\} = \sum_{k=1}^n [A]_k \{\epsilon^0\} \quad (1.44a)$$

$$\{M\} = \sum_{k=1}^n [D]_k \{K\} \quad (1.44b)$$

Esto es, los esfuerzos aplicados a tensión producirán solo deformaciones extensionales sin producir flexión. Similarmente si sólo son aplicados momentos se producirá flexión sin producir deformaciones extensionales. El desacoplamiento en laminados simétricos simplifica el análisis de la respuesta mecánica del material sometido a cargas externas.

En la práctica es más común conocer las cargas aplicadas y las variables desconocidas son las deformaciones, por tanto, es conveniente escribir la deformación en función de las cargas y momentos aplicados, esto se logra invirtiendo la ecuación 1.42, de tal forma que:

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \\ K_x \\ K_y \\ K_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{16} & b_{11} & b_{12} & b_{16} \\ a_{12} & a_{22} & a_{26} & b_{12} & b_{22} & b_{26} \\ a_{16} & a_{26} & a_{66} & b_{16} & b_{26} & b_{66} \\ b_{11} & b_{12} & b_{16} & d_{11} & d_{12} & d_{16} \\ b_{12} & b_{22} & b_{26} & d_{12} & d_{22} & d_{26} \\ b_{16} & b_{26} & b_{66} & d_{16} & d_{26} & d_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \\ M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{Bmatrix} \quad (1.45)$$

1.4.1 Constantes elásticas efectivas

Consideremos un laminado simétrico sujeto a una carga uniaxial N_x . Las deformaciones ε_x^0 y ε_y^0 del laminado están dadas respectivamente por la ecuación 1.45 como:

$$\begin{aligned} \varepsilon_x^0 &= a_{11} N_x \\ \varepsilon_y^0 &= a_{12} N_x \end{aligned}$$

Por definición, el módulo elástico E_x y la razón de Poisson ν_{xy} del laminado son³³:

$$\begin{aligned} E_x &= \frac{\sigma_x}{\varepsilon_x^0} = \frac{N_x/h}{a_{11} N_x} \\ E_x &= \frac{1}{h a_{11}} \end{aligned} \quad (1.46)$$

$$\begin{aligned} \nu_{xy} &= -\frac{\varepsilon_y^0}{\varepsilon_x^0} \\ \nu_{xy} &= -\frac{a_{12}}{a_{11}} \end{aligned} \quad (1.47)$$

Siguiendo el método de análisis anterior, los módulos elásticos efectivos E_y y G_{xy} del laminado están dados por³³:

$$E_y = \frac{1}{h a_{22}} \quad (1.48)$$

$$G_{xy} = \frac{1}{ha_{66}} \quad (1.49)$$

Las constantes elásticas efectivas dadas por las ecuaciones 1.46 a 1.49 son estrictamente válidas para laminados simétricos, sin embargo, en la práctica, es común que sean utilizadas para estimar las propiedades elásticas efectivas de laminados no simétricos.

1.4.2 Resistencia

La resistencia de un laminado es una propiedad macromecánica que varía con la dirección de prueba, por lo que la predicción de la falla de laminados requiere aplicar criterios de falla anisotrópicos. A diferencia de la rigidez, la resistencia del laminado no puede ser transformada directamente de un sistema de referencia a otro con una orientación diferente, es por ello que los criterios de falla se basan en hallar los esfuerzos en las direcciones de ortotropía de las capas unidireccionales y éstos se comparan con las resistencias correspondientes a un material compuesto unidireccional para determinar si se ha alcanzado la condición de falla; muchos criterios de este tipo han sido propuestos en los años recientes, casi todos basados en la suposición de homogeneidad y relación esfuerzo-deformación lineal hasta la falla³³. Algunos criterios de falla toman en cuenta la interacción entre diferentes componentes de esfuerzo mientras que otros no. De entre los criterios de falla que consideran la interacción entre componentes de esfuerzo, algunos requieren determinar ciertas propiedades de resistencia mediante pruebas biaxiales al material compuesto unidireccional.

De todos los criterios de falla, los que son más ampliamente usados y representativos son el criterio de falla de esfuerzo máximo⁷, el criterio de falla de deformación máxima⁷, el criterio de falla de energía de deformación desviadora para materiales anisotrópicos de Tsai-Hill³⁹ y el criterio de falla de tensor polinomial interactivo de Tsai-Wu²³. Los criterios de falla de esfuerzo máximo y

deformación máxima no consideran interacción entre componentes de esfuerzo y son usados comúnmente para materiales frágiles, mientras que para materiales dúctiles son usados criterios de falla que sí consideran la interacción entre componentes de esfuerzo como Tsai-Hill y Tsai-Wu.

1.4.3 Criterio de falla de esfuerzo máximo

El criterio de falla de esfuerzo máximo es el más simple y el más ampliamente usado en la literatura²⁷, está relacionado con las teorías de esfuerzo normal máximo de Rankine⁴⁰ y de esfuerzo cortante máximo de Tresca⁴¹, y establece que la falla ocurre si cualquiera de los esfuerzos en las direcciones ortotrópicas de cualquiera de las capas del laminado alcanza su resistencia, es decir, la falla ocurre si:

$$\sigma_1 \geq X_1^T \quad (1.50a)$$

$$\text{ó } \sigma_2 \geq X_2^T \quad (1.50b)$$

$$\text{ó } \tau_{12} \geq S_6 \quad (1.50c)$$

donde:

σ_1, σ_2 y τ_{12} tienen valores positivos

S_6 = Resistencia a cortante en el plano 1-2 del material compuesto unidireccional

O bien, la falla ocurre si:

$$|\sigma_1| \geq X_1^C \quad (1.51a)$$

$$\text{ó } |\sigma_2| \geq X_2^C \quad (1.51b)$$

$$\text{ó } |\tau_{12}| \geq S_6 \quad (1.51c)$$

donde:

σ_1, σ_2 y τ_{12} tienen valores negativos

X_1^C = Resistencia longitudinal a compresión del material compuesto

X_2^C = Resistencia transversal a compresión del material compuesto

Cada componente ortotrópico de esfuerzo es comparado con su correspondiente resistencia, sin considerar la interacción entre los diferentes componentes de esfuerzo. Los parámetros de resistencia de una capa unidireccional son su resistencia a tensión y a compresión en las direcciones longitudinal y transversal y su resistencia a cortante en el plano 1-2.

1.5 Mecánica de daño

El daño es el proceso físico progresivo por el cual un material falla. A escala microscópica se puede interpretar como la creación de microsuperficies de discontinuidad ocasionadas por la rotura de enlaces atómicos⁴². A escala macroscópica el daño es el crecimiento y coalescencia de estas microsuperficies que al juntarse forman grietas que finalmente llevan a la fractura del material.

Consideremos la barra mostrada en la figura 1.10 sometida a una fuerza a tensión uniaxial. El esfuerzo de tensión en la barra es definido como:

$$\sigma = \frac{F}{A} \quad (1.52)$$

Donde F es la fuerza aplicada y A es el área de la sección transversal de la barra. Cuando la barra sufre daño o microgrietas, el área sometida a esfuerzo disminuye. Asumiendo que el daño o microgrietas se encuentran distribuidos homogéneamente en la barra, podemos decir que el área efectiva \tilde{A} de la barra sometida a esfuerzo es igual a:

$$\tilde{A} = A - A_d \quad (1.53)$$

Donde A_d es el área de discontinuidad que no contribuye a soportar la carga aplicada a la barra.

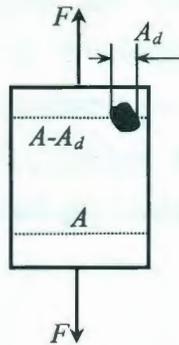


Figura 1.10 Barra sometida a tensión uniaxial.

El parámetro macroscópico de daño d representa la pérdida de integridad en las propiedades mecánicas del material y puede ser definido como el cociente entre el área de discontinuidad de todas las microgrietas de un plano y el área teórica de ese plano, es decir:

$$d = \frac{A_d}{A} \quad (1.54)$$

De esta definición se concluye que el escalar d toma valores entre 0 y 1; donde 0 corresponde al material sin dañar y 1 corresponde al material roto en dos partes. Despejando A_d de la ecuación 1.54 y sustituyendo en la ecuación 1.53:

$$\tilde{A} = A(1-d) \quad (1.55)$$

El esfuerzo efectivo $\tilde{\sigma}$ de la barra mostrada en la figura 1.10 puede ser definido en función del área efectiva como:

$$\tilde{\sigma} = \frac{F}{\tilde{A}} = \frac{F}{A(1-d)}$$

O bien:

$$\tilde{\sigma} = \frac{\sigma}{(1-d)} \quad (1.56)$$

El parámetro d puede determinarse indirectamente midiendo algún parámetro macroscópico afectado directamente por el daño; una manera eficiente de determinar el valor de d es medir el módulo elástico instantáneo E_d del material dañado⁴². Este método ha resultado ser muy útil y práctico, aunque requiere realizar una medición extensométrica muy precisa.

La figura 1.11 enseña la diferencia entre el módulo elástico E y el módulo elástico instantáneo E_d para un material elástico que sufre daño⁴³. La curva A representa la relación esfuerzo-deformación del material: al principio, la deformación es proporcional al esfuerzo aplicado, hasta el punto D de la curva en el que el material empieza a dañarse, la aplicación adicional de carga promueve el incremento del daño con lo que la pendiente de la curva A se hace cada vez menor. La línea punteada en la figura indica el camino de descarga que sigue una trayectoria hacia el origen (considerando que no hay deformación plástica) con un módulo elástico instantáneo E_d que es menor al módulo elástico E del material virgen⁴³. Por otro lado, la curva B en la misma figura 1.11 representa la relación entre el esfuerzo efectivo y la deformación del material: con la aparición del daño la carga es soportada por un área menor, por lo que el esfuerzo efectivo $\tilde{\sigma}$ es mayor que el esfuerzo σ ; puesto que el material es elástico, la relación esfuerzo efectivo-deformación es lineal durante todo el proceso de carga. La descarga de la curva B se llevará a cabo con una pendiente igual al módulo elástico E ya que éste es una propiedad intrínseca del material y por lo tanto no cambia ni es afectado por la aparición del daño.

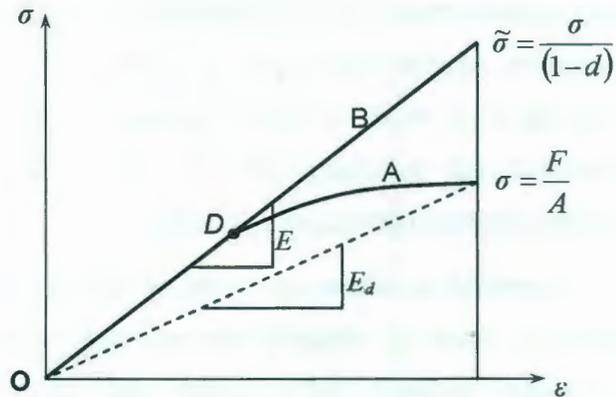


Figura 1.11 Relación esfuerzo-deformación (curva A) y esfuerzo efectivo-deformación (curva B) en un material elástico.

Podemos entonces definir el módulo elástico instantáneo E_d como el módulo elástico de un material dañado. La relación entre el módulo elástico E , el módulo elástico instantáneo E_d y el daño d es la siguiente^{42,43}:

$$d = 1 - \frac{E_d}{E} \quad (1.57)$$

donde:

E = Módulo elástico (es una propiedad intrínseca del material)

E_d = Módulo elástico instantáneo (es el módulo elástico del material dañado)

1.5.1 Daño en materiales compuestos laminados

En la dirección longitudinal la ruptura de las fibras habitualmente implica una falla súbita del material compuesto unidireccional, por lo que no se considera daño progresivo en esta dirección. Bajo condiciones de esfuerzo plano, el daño progresivo se manifiesta mediante dos modos de falla que afectan únicamente al módulo elástico transversal E_2 y al módulo cortante G_{12} : (1) La aparición de microgrietas paralelas a las fibras, las cuales ocurren por microfallas en la matriz³¹ y (2) El desprendimiento de la interfase fibra/matriz³¹. Para diferenciar ambos

modos de falla los módulos elásticos instantáneos cortante y transversal son definidos respectivamente como³¹:

$$G_{12,d} = G_{12}(1-d') \text{ y } E_{2,d} = E_2(1-d'') \quad (1.58)$$

donde:

d' = Parámetro de daño a cortante

d'' = Parámetro de daño transversal

La consideración del daño en la respuesta esfuerzo-deformación del laminado requiere que los coeficientes de la matriz $[ABD]$ en la ecuación 1.42 sean calculados en términos de los módulos elásticos instantáneos $E_{2,d}$ y $G_{12,d}$.

1.6 Deformación plástica

La figura 1.12 muestra una curva esfuerzo-deformación típica de un material elastoplástico. Al inicio, el material muestra una relación esfuerzo-deformación lineal hasta alcanzar el esfuerzo de cedencia σ^c (punto C en la figura 1.12), una vez superado el esfuerzo de cedencia, la relación esfuerzo-deformación pierde su linealidad y el material empieza a deformarse plásticamente; en la zona de deformación plástica el material sufre grandes deformaciones con muy poco incremento de esfuerzo. Experimentalmente está bien establecido que el proceso de descarga desde cualquier punto de la zona plástica de la curva esfuerzo-deformación (punto B en la figura 1.12) se llevará a cabo con una pendiente igual a la pendiente inicial de la curva⁴⁴, y que al final de la descarga existirá una deformación plástica OO' permanente.

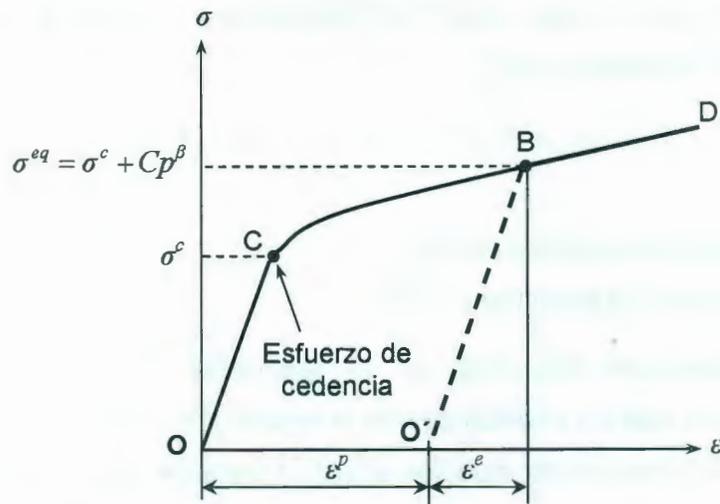


Figura 1.12 Curva esfuerzo-deformación típica de un material elastoplástico.

Basados en la figura 1.12 se puede expresar la deformación total como:

$$\varepsilon^T = \varepsilon^p + \varepsilon^e \quad (1.59)$$

donde:

ε^T = Deformación total

ε^p = Deformación plástica

ε^e = Deformación elástica

1.6.1 Deformación plástica acumulada

Las relaciones esfuerzo-deformación en la zona plástica de un material no pueden ser expresadas por medio de ecuaciones simples de correspondencia como en el caso de la zona elástica, ya que los incrementos de deformación plástica dependen de la historia de deformación del material. Por ello es importante definir la deformación plástica acumulada p que es la deformación plástica total o suma de las deformaciones plásticas en toda la historia del material. Ésta, es definida de la siguiente manera:

$$p = \int \sqrt{\frac{2}{3} d\epsilon_{ij}^p d\epsilon_{ij}^p} \quad (1.60)$$

donde:

$\epsilon_{ij}^p = (\epsilon_{xx}^p, \epsilon_{yy}^p, \epsilon_{zz}^p, \epsilon_{xy}^p, \epsilon_{yz}^p, \epsilon_{zx}^p)$ son las componentes del tensor de deformación plástica expresado en el sistema de referencia x, y, z .

El proceso de deformación plástica es un proceso a volumen constante, es decir, el tensor de deformación plástica debe satisfacer:

$$d\epsilon_{ij}^p \delta_{ij} = 0 \quad (1.61)$$

donde:

δ_{ij} = Delta de Kronecker

De tal forma que en una prueba de tensión uniaxial en la dirección x se puede demostrar a partir de la ecuación 1.60 que $p = \epsilon_{xx}^p$.

1.6.2 Endurecimiento por deformación plástica

Una vez llevado a cabo el proceso de carga y descarga de un material elastoplástico con la trayectoria OCBO' mostrada en la figura 1.12, la aplicación posterior de carga al material describirá la curva esfuerzo-deformación con trayectoria O'BD, donde la trayectoria O'B corresponde a una deformación elástica y la trayectoria BD corresponde a una deformación plástica; lo que notamos es que debido a la deformación plástica acumulada OO', el material se ha endurecido y ahora para producir deformación plástica, es necesario aplicar un esfuerzo mayor que el esfuerzo de cedencia inicial del material.

1.6.3 Componente hidrostático y desviador del tensor de esfuerzos

Para el estudio de la plasticidad es conveniente descomponer al tensor de esfuerzos en su componente hidrostático y desviador como se muestra en la siguiente ecuación⁴⁵:

$$\sigma_{ij} = \sigma_{ij}^H + \sigma_{ij}^D \quad (1.62)$$

donde:

$\sigma_{ij} = (\sigma_{xx}, \sigma_{yy}, \sigma_{zz}, \sigma_{xy}, \sigma_{yz}, \sigma_{zx})$ son los componentes del tensor de esfuerzos expresado en el sistema de referencia x, y, z .

$\sigma_{ij}^H = \left(\frac{\sigma_{xx} + \sigma_{yy} + \sigma_{zz}}{3} \right) \delta_{ij}$ es el componente hidrostático

δ_{ij} = Delta de Kronecker

$\sigma_{ij}^D = \sigma_{ij} - \sigma_{ij}^H$ es el desviador de esfuerzos

El componente hidrostático está relacionado con los esfuerzos normales, los que producen cambio de volumen en el material pero no contribuyen a la deformación plástica; por otro lado, el desviador de esfuerzos está relacionado con los esfuerzos cortantes y es el responsable de la deformación plástica en un material⁴⁵.

1.6.4 Criterio de plasticidad

El esfuerzo de cedencia es el esfuerzo necesario para producir deformación plástica en un material en un estado uniaxial de esfuerzos. El esfuerzo de cedencia de un material puede ser determinado fácilmente en una prueba a tensión, sin embargo, en un estado complejo de esfuerzos, es necesario establecer un criterio que permita predecir el inicio de la deformación plástica. De los criterios propuestos para materiales isotrópicos, el que es generalmente aceptado es el de Richard von Mises que establece que la deformación plástica ocurrirá cuando el esfuerzo equivalente sea igual al esfuerzo de cedencia⁴⁵, donde

el esfuerzo equivalente es el esfuerzo uniaxial capaz de producir en el material el mismo efecto que produce la combinación de las cargas reales que actúan sobre él. Para un material que presenta endurecimiento por deformación plástica (sección 1.7.2), la deformación plástica ocurrirá cuando el esfuerzo equivalente sea igual al esfuerzo de cedencia más una función de endurecimiento del material tal y como se expresa en:

$$\sigma^{eq} = \sigma^c + Hp^\beta \quad (1.63)$$

donde:

$$\sigma^{eq} = |\sigma_{ij}^D| = \sqrt{\frac{3}{2} \left[(\sigma_{xx}^D)^2 + (\sigma_{yy}^D)^2 + (\sigma_{zz}^D)^2 + 2(\sigma_{xy}^D)^2 + 2(\sigma_{xz}^D)^2 + 2(\sigma_{yz}^D)^2 \right]}$$

Hp^β = Función de endurecimiento del material

La función de endurecimiento es diferente para cada material y define la relación entre la deformación plástica acumulada p y el endurecimiento (o incremento de resistencia a la cedencia) del material, un valor más grande del coeficiente de endurecimiento H indica una capacidad mayor del material de incrementar su resistencia a la cedencia cuando es deformado plásticamente; el exponente de endurecimiento β está relacionado con la velocidad de endurecimiento del material cuando es sometido a una deformación plástica.

1.6.5 Ley de flujo plástico

El criterio de plasticidad sólo nos permite establecer el inicio de la deformación plástica; sin embargo, más allá del punto de cedencia, es necesario establecer una relación que describa como ocurre el incremento de la deformación plástica en función del estado actual esfuerzo-deformación existente en el material. La ecuación que describe esta relación entre los esfuerzos y las deformaciones plásticas se conoce como ley de flujo plástico, que para un material con endurecimiento por deformación plástica es⁴⁵:

$$\dot{\varepsilon}_{ij}^p = \frac{|\sigma_{ij}^D|}{\sigma^c + Hp^\beta} \dot{p} \quad (1.64)$$

donde:

$\dot{\varepsilon}_{ij}^p$ = Velocidad de deformación plástica

\dot{p} = Velocidad de deformación plástica acumulada

1.6.6 Criterio de plasticidad y ley de flujo plástico para un material compuesto unidireccional

El análisis de un material compuesto unidireccional requiere relacionar los esfuerzos en alguna dirección arbitraria con los esfuerzos en las direcciones de ortotropía del material. Suponiendo condiciones de esfuerzo plano, el criterio de plasticidad (ecuación 1.63) para un material compuesto unidireccional toma la forma:

$$\sqrt{a(\sigma_1)^2 + b(\sigma_2)^2 + c(\sigma_{12})^2} = \sigma^c + Hp^\beta \quad (1.65)$$

Donde $\sqrt{a(\sigma_1)^2 + b(\sigma_2)^2 + c(\sigma_{12})^2}$ es el esfuerzo equivalente definido en el sistema local de coordenadas del material compuesto unidireccional en el que los subíndices 1, 2 corresponden respectivamente a la dirección longitudinal y a la dirección transversal de las fibras en el plano del material compuesto. La ley de flujo plástico (ecuación 1.64) para el material compuesto unidireccional toma la forma:

$$\dot{\varepsilon}_{ij}^p = \frac{\sqrt{a(\sigma_1)^2 + b(\sigma_2)^2 + c(\sigma_{12})^2}}{\sigma^c + Hp^\beta} \dot{p} \quad (1.66)$$

1.6.7 Deformación plástica en laminados simétricos

La ecuación constitutiva de la teoría clásica de laminación para un laminado simétrico fue definida en la ecuación 1.44a, donde ε^0 es el vector de

deformaciones elásticas del plano medio del laminado. Si una capa j del laminado simétrico sufre deformación plástica, la ecuación constitutiva de esa capa puede ser escrita usando la ecuación 1.59, como:

$$\begin{aligned} \{N\}_j &= [A]_j \{\varepsilon_j^T - \varepsilon_j^p\} \\ \{N\}_j &= [A]_j \{\varepsilon_j^T\} - [A]_j \{\varepsilon_j^p\} \end{aligned} \quad (1.67)$$

donde:

- $\{N\}_j$ = Vector de fuerzas resultantes de la capa j
- $[A]_j$ = Matriz de rigidez de la capa j
- $\{\varepsilon_j^T\}$ = Vector de deformación total de la capa j
- $\{\varepsilon_j^p\}$ = Vector de deformación plástica de la capa j

Para todo el laminado:

$$\{N\} = \sum_{k=1}^n [A]_k \{\varepsilon_k^T\} - \sum_{k=1}^n [A]_k \{\varepsilon_k^p\} \quad (1.68)$$

La ecuación 1.68 es la ecuación constitutiva que describe el comportamiento esfuerzo-deformación de un laminado simétrico que sufre deformación plástica. Cuando se considera el daño, los coeficientes de la matriz $[A]_k$ en la ecuación 1.68 deben ser calculados usando los módulos elásticos instantáneos $E_{2,d}$ y $G_{12,d}$ definidos por la ecuación 1.58.

1.7 Modelo macromecánico de Ladeveze de plasticidad y daño en materiales compuestos laminados

El modelo de Ladeveze de plasticidad y daño³¹ fue desarrollado a nivel de capa unidireccional para predecir, con ayuda de la teoría clásica de laminación, la respuesta esfuerzo-deformación de materiales compuestos laminados. El aspecto más importante del modelo es que además de la deformación plástica incluye el efecto del daño en la respuesta esfuerzo-deformación del laminado, donde el daño

es estimado en función de la pérdida de rigidez de las capas unidireccionales. Los datos de entrada del modelo son las ecuaciones que describen la función de endurecimiento y la ley de evolución del daño tanto en la dirección longitudinal como en la dirección transversal de la capa unidireccional. Dichas ecuaciones son determinadas experimentalmente aplicando ciclos alternados de carga y descarga en pruebas cíclicas a tensión en las direcciones ortotrópicas del material compuesto unidireccional.

Las suposiciones principales del modelo son:

- La capa unidireccional es considerada homogénea y transversalmente isotrópica.
- El parámetro de daño es constante a través del espesor de la capa unidireccional.
- Los esfuerzos actúan en el plano del laminado.
- Son considerados laminados simétricos.
- Las deformaciones son pequeñas de tal forma que su efecto sobre los elementos de la matriz de rigidez del laminado es pequeño.
- No hay delaminación.

La energía de deformación ϵ_D del material compuesto unidireccional está dada por:

$$\epsilon_D = \frac{1}{2} \left[\frac{\langle \sigma_1 \rangle_+^2}{E_1} - \frac{2\nu_{12}^0}{E_1} \sigma_1 \sigma_2 + \frac{\langle \sigma_2 \rangle_+^2}{E_2(1-d'')} + \frac{\langle \sigma_2 \rangle_-^2}{E_2} + \frac{\sigma_{12}^2}{G_{12}(1-d')} \right] \quad (1.69)$$

donde:

$\langle \sigma \rangle_+$ = Esfuerzos a tensión

$\langle \sigma \rangle_-$ = Esfuerzos a compresión

En la ecuación anterior la energía de deformación en la dirección transversal fue dividida en energía a tensión y energía a compresión ya que a compresión las microfisuras se cierran y entonces el daño d' no tiene efecto en el comportamiento mecánico del material compuesto.

Las velocidades de liberación de energía de daño $Y_{d'}$ y $Y_{d''}$ están asociadas a los parámetros d' y d'' a través de la disipación de energía y gobiernan la evolución del daño de la misma manera que la liberación de energía gobierna la propagación de las grietas. Están definidas por:

$$Y_{d'} = \left. \frac{\partial \mathcal{E}_D}{\partial d} \right|_{\sigma=cst} = \frac{1}{2} \frac{\sigma_{12}^2}{G_{12}(1-d')^2} \quad (1.70)$$

$$Y_{d''} = \left. \frac{\partial \mathcal{E}_D}{\partial d''} \right|_{\sigma=cst} = \frac{1}{2} \frac{\langle \sigma_2 \rangle_+^2}{E_2(1-d'')^2}$$

La unión de las velocidades de liberación de energía de daño a cortante y transversal está definida por:

$$\underline{Y}_d = (Y_{d'} + bY_{d''}) \quad (1.71)$$

donde:

b = Constante del material

Experimentalmente³¹ se ha encontrado que la ley de evolución de daño para un material compuesto puede ser descrita por una función lineal de $\sqrt{\underline{Y}_d}$ dada por:

$$d' = \max_{rst} \left(0; \frac{1}{\sqrt{Y_c}} \sqrt{\underline{Y}_d} - \frac{\sqrt{Y_0}}{\sqrt{Y_c}} \right) \text{ si } d' < 1 \text{ de otra manera } d' = 1 \quad (1.72a)$$

$$d'' = bd' \text{ si } d'' < 1 \text{ de otra manera } d'' = 1 \quad (1.72b)$$

donde:

$\max_{t \leq t} \left(0; \frac{1}{\sqrt{Y_c}} \sqrt{Y_d} - \frac{\sqrt{Y_0}}{\sqrt{Y_c}} \right)$ denota el valor máximo alcanzado entre 0 y $\left(\frac{1}{\sqrt{Y_c}} \sqrt{Y_d} - \frac{\sqrt{Y_0}}{\sqrt{Y_c}} \right)$ a lo largo de la historia del material antes del instante presente t .

Y_0 y Y_c son constantes del material

$d'=1$ y $d''=1$ corresponden al material totalmente roto.

La velocidad de deformación plástica efectiva $\dot{\tilde{\epsilon}}_{ij}^p$ asociada con el tensor de esfuerzos efectivos $\tilde{\sigma}_{ij}$ está dada por:

$$\tilde{\sigma}_{ij} : \dot{\tilde{\epsilon}}_{ij}^p = \sigma_{ij} : \dot{\epsilon}_{ij}^p \quad (1.73)$$

donde:

“:” indica el producto escalar de dos tensores de segundo orden.

El modelo de plasticidad y daño de Ladeveze supone que no existe deformación plástica en la dirección de la fibra y también considera endurecimiento por deformación plástica, por consiguiente la curva de endurecimiento está definida por:

$$\sqrt{\tilde{\sigma}_2^2 + a^2 \tilde{\sigma}_{12}^2} = R_0 + R(p) \quad (1.74)$$

donde:

a = constante del material

R_0 = Esfuerzo de cedencia inicial del material

$R(p)$ = Función de endurecimiento

p = Deformación plástica acumulada

La ley de flujo plástico está definida por:

$$\dot{\epsilon}_1^p = 0 \quad (1.75a)$$

$$\dot{\tilde{\epsilon}}_2^p = \frac{\tilde{\sigma}_2}{R_0 + R(p)} \dot{p} \quad (1.75b)$$

$$\dot{\tilde{\epsilon}}_{12}^p = \frac{\alpha^2 \tilde{\sigma}_{12}}{2(R_0 + R(p))} \dot{p} \quad (1.75c)$$

Donde la velocidad de deformación plástica acumulada $\dot{p} \geq 0$.

1.7.1 Modificación al modelo de Ladeveze de plasticidad y daño

El mecanismo de deformación de las fibras de aramida ha sido estudiado a detalle por Northolt y colaboradores⁴⁶⁻⁴⁸. Sus resultados muestran que la respuesta mecánica a tensión de las fibras es resultado del efecto combinado de elongación molecular y rotación de las cadenas poliméricas. La rotación de las cadenas está compuesta de dos componentes, uno es reversible y el otro es permanente debido a deformación plástica. El modelo de Ladeveze fue modificado para tomar en cuenta el flujo plástico en la dirección de la fibra del material compuesto termoplástico. La modificación fue basada en la teoría bimodal de plasticidad desarrollada por Dvorak^{49,50} en la que son considerados un modo dominado por la matriz y un modo dominado por la fibra. El primer modo corresponde al modelo de Ladeveze presentado en la sección anterior. Para el modo dominado por la fibra, el modelo de Ladeveze fue modificado añadiendo un segundo criterio de plasticidad que describe la curva de endurecimiento en la dirección longitudinal del material compuesto:

$$\langle \sigma_1 \rangle_+ = R_0^f + R^f(p^f) \quad (1.76)$$

donde:

R_0^f = Esfuerzo de cedencia inicial en la dirección longitudinal

p^f = Deformación plástica acumulada en la dirección longitudinal

$R^f(p^f)$ = Función de endurecimiento en la dirección longitudinal

La ley de flujo plástico en la dirección de la fibra es:

$$\dot{\epsilon}_1^p = \frac{\sigma_1}{R_0^f + R^f(p^f)} \dot{p}^f \quad (1.77)$$

Donde la velocidad de deformación plástica acumulada en la dirección longitudinal es $\dot{p}^f > 0$.

La curva de endurecimiento para el material compuesto termoplástico queda definida por:

$$\sqrt{\sigma_1^2 + \tilde{\sigma}_2^2 + a^2 \tilde{\sigma}_{12}^2} = R_0 + R(p) \quad (1.78)$$

El comportamiento esfuerzo-deformación del material compuesto unidireccional es completamente caracterizado por los siguientes parámetros:

- Las constantes elásticas: E_1 , ν_{12} , E_2 , G_{12}
- Las constantes y funciones que definen el criterio de plasticidad: a , R_0 , R_0^f , $R(p)$ y $R^f(p^f)$
- Las constantes que definen la ley de evolución de daño: b , Y_0 y Y_c

CAPÍTULO 2

METODOLOGÍA

2.1 Materiales

El material compuesto utilizado durante el desarrollo experimental constó de una matriz termoplástica de polipropileno Valtec de la marca INDELPRO⁵¹ y fibras continuas de aramida (Twaron 2200)⁵² de la marca TEIJIN con diámetro promedio de 12 μm . La tabla 2.1 presenta los valores experimentales de las propiedades mecánicas de los monofilamentos de Twaron⁵³.

Tabla 2.1 Propiedades mecánicas de la fibra de Twaron⁵³.

Propiedad	Valor
Módulo Elástico	113.9 (\pm 5.06) GPa
Esfuerzo último	3.01 (\pm 0.21) GPa
Deformación última	3.01 (\pm 0.19) %

2.2 Laminados estudiados

La tabla 2.2 presenta la arquitectura y el contenido de fibra de los laminados moldeados para el estudio de las propiedades elásticas y de plasticidad del material compuesto PP/Twaron.

Tabla 2.2 Arquitectura y contenido de fibra de los laminados moldeados para el estudio de las propiedades elásticas y de plasticidad del material compuesto PP/Twaron.

Estudio	Orientación de las capas	Fracción volumen de fibra (%)	Espesor de probeta (mm)
Módulo elástico longitudinal y razón de Poisson en función de la fracción volumen de fibra	[0] ₈	10.9	1.38 (± 0.03)
	[0] ₁₆	16.7	1.57 (± 0.02)
	[0] ₂₄	26.3	1.54 (± 0.01)
Resistencia longitudinal en función de la fracción volumen de fibra	[0] ₅	9.1	1.13 (0.06)
	[0] ₅	35.0	0.35 (± 0.01)
Módulo elástico transversal en función de la fracción volumen de fibra	[90] ₈	9.3	1.37 (± 0.02)
	[90] ₁₆	15.5	2.06 (± 0.09)
	[90] ₂₄	27.4	1.64 (± 0.01)
Módulo cortante en función de la fracción volumen de fibra	[0 ₄ /90 ₈ /0 ₄]	9.4	2.9 (± 0.05)
	[0 ₈ /90 ₁₆ /0 ₈]	16.8	3.19 (± 0.10)
	[0 ₁₂ /90 ₂₄ /0 ₁₂]	23.9	3.26 (± 0.04)
	[±45] _{2S}	9.7	1.32 (± 0.02)
Plasticidad y daño	[0] ₅	8.6	1.22 (± 0.04)
	[90] ₅	8.8	1.02 (± 0.04)
	[24] ₅	8.6	1.08 (± 0.03)
	[33] ₅	8.8	1.05 (± 0.01)
	[45] ₅	8.4	1.00 (± 0.01)
	[±45] _S	9.0	0.75 (± 0.01)
	[±45] _{2S}	9.0	1.44 (± 0.04)

La fracción volumen de fibra de los laminados para el estudio de plasticidad (tabla 2.2) es baja en comparación con la fracción volumen típica de 50 % a 60 % usada comúnmente para materiales compuestos; sin embargo, esta fracción volumen aparentemente baja fue capaz de generar un reforzamiento de la matriz de polipropileno debido a la gran resistencia de la fibra de Twaron. Por otro lado, debido al proceso de moldeo, las mejores propiedades de este material compuesto PP/Twaron son obtenidas con fracciones volumen bajas (de hasta 0.2 aproximadamente), ya que a fracciones volumen mayores se obtienen laminados con burbujas de aire y también existe mayor interacción entre las fibras, lo que conduce a la creación de zonas de concentración de esfuerzos en el interior del material compuesto.

El estudio micromecánico de las propiedades elásticas longitudinales y transversales requirió moldear laminados unidireccionales a 0° y a 90° con tres fracciones volumen de fibra. Para obtener laminados con un espesor constante de aproximadamente 1.5 mm (según lo recomendado por la norma ASTM D 3039) se moldearon laminados $[0]_8$, $[0]_{16}$ y $[0]_{24}$ con fracciones volumen de fibra de 10.9 %, 16.7 % y 26.3 % respectivamente, y laminados $[90]_8$, $[90]_{16}$ y $[90]_{24}$ con fracciones volumen de fibra de 9.4 %, 16.8 % y 23.9 % (tabla 2.2). El análisis inicial de la resistencia longitudinal del material compuesto PP/Twaron fue impreciso ya que las probetas $[0]_{24}$ resultaron ser muy resistentes debido a su alto número de capas, lo que ocasionó que los *tabs* se rompieran prematuramente; para completar el estudio de resistencia, los laminados $[0]_5$ fueron moldeados con dos fracciones volumen de fibra (tabla 2.2), 9.1 % y 35 %.

El estudio de las propiedades a cortante losipescu requirió moldear laminados $[0_n/90_{2n}/0_n]$ con un espesor de aproximadamente 3 mm, necesario para fijar correctamente las probetas al marco de pruebas mecánicas; este espesor se obtuvo con 16, 32 y 48 capas para las fracciones volumen de fibra de 9.4 %, 16.8 % y 23.9 % respectivamente.

Por último, los laminados $[0]_5$, $[90]_5$, $[24]_5$, $[33]_5$, $[45]_5$, $[\pm 45]_5$ y $[\pm 45]_{2S}$ fueron utilizados para llevar a cabo el estudio de plasticidad y daño del material compuesto PP/Twaron; el proceso desarrollado para la fabricación de los laminados aún no es capaz de controlar con precisión la fracción volumen de fibra, por lo que los laminados presentaron cierta variación en su contenido de fibra de refuerzo (tabla 2.2).

El contenido de fibra de los laminados fue determinado por extracción Soxhlet con xileno a $144\text{ }^\circ\text{C}$ de la siguiente forma:

Tres probetas de cada tipo (tabla 2.2) fueron cortadas con una sierra cinta marca TRUPPER para obtener de cada una, dos secciones con dimensiones de aproximadamente $4\text{ cm} \times 2.5\text{ cm}$ (ambas secciones constituyen una muestra del material compuesto); las orillas cortadas fueron lijadas con lijas # 100, 600 y 1000. Las muestras de material compuesto fueron puestas en una estufa de convección forzada marca FISHER a una temperatura de $103\text{ }^\circ\text{C}$ durante 24 h para eliminarles la humedad; al retirarlas de la estufa, las muestras fueron puestas en un desecador por 30 min y entonces fueron pesadas en una balanza marca OHAUS con precisión de 0.0001 g. Posteriormente, las muestras fueron envueltas en papel filtro y la humedad de los paquetes fue eliminada siguiendo el procedimiento anterior; entonces, los paquetes fueron pesados para conocer el peso del papel. Una extracción Soxhlet fue realizada usando xileno de la marca FERMONT como disolvente en ciclos de extracción de 30 min durante 24 horas por cada 8 capas de material compuesto. Una vez extraída la matriz de PP, la humedad de los paquetes fue eliminada para determinar el peso de fibra en la muestra. La fracción peso de fibra de las probetas fue calculada y convertida a fracción volumen usando las densidades de la fibra de Twaron y de la matriz de PP: 1.45 g/cm^3 y 0.9 g/cm^3 respectivamente³².

2.3 Impregnación de las fibras

Pellets de PP fueron molidos en un molino de cuchillas marca BRABENDER modelo LS100L1 equipado con una malla de retención de 1 mm. El material obtenido fue molido nuevamente pero ahora usando una malla de retención de 0.78 mm, el polvo obtenido fue tamizado por 30 min en una columna de tamices marca TYLER 60/100/colector. Los tamaños nominales de partículas de los tamices 60 y 100 son 250 μm y 150 μm , respectivamente.

Las fibras fueron impregnadas con el PP en una línea continua de impregnación de polvos diseñada y construida para tal fin (figura 2.1). El polvo utilizado para la impregnación fue el retenido en el tamiz 60 ya que el tamaño de partícula de esta fracción es adecuado para la impregnación de las fibras, además de que es obtenido en mayor abundancia (aproximadamente 80 %) después del tamizado.

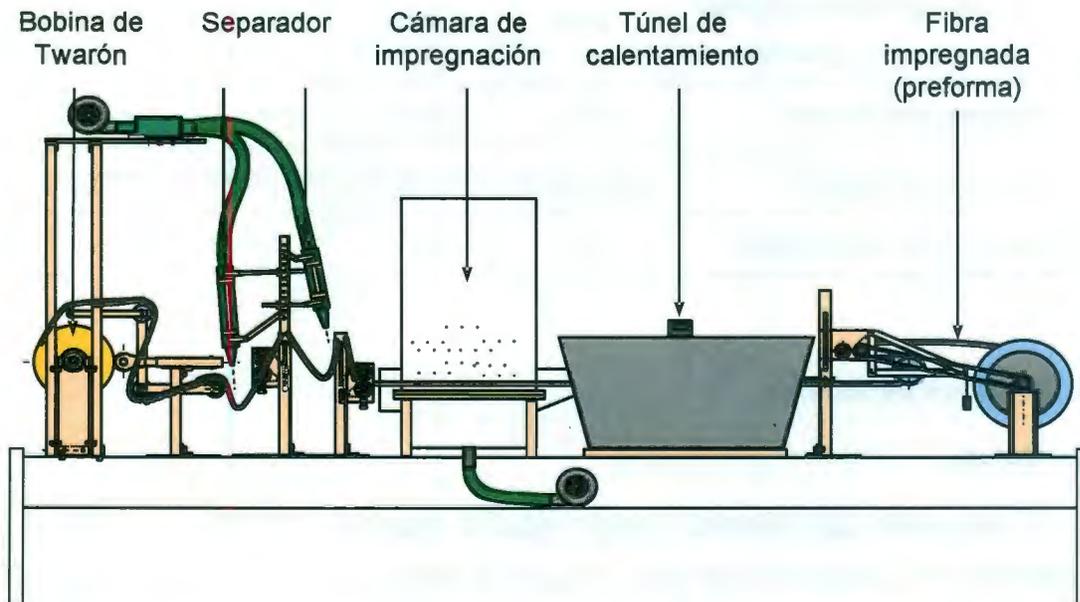


Figura 2.1 Línea de impregnación continua de fibras por el método de polvos.

La tabla 2.3 presenta las condiciones de operación usadas en la línea de impregnación para obtener preformas (fibras impregnadas) con diferentes fracciones en peso de fibra.

Las fracciones en peso de fibra W_f fueron calculadas usando el peso longitudinal de la fibra sin impregnar $P_f = 1.69$ mg/cm y el peso longitudinal de la fibra impregnada $P_{f,i}$ en la siguiente ecuación:

$$W_f = \left(\frac{P_f}{P_{f,i}} \right) \quad (2.1)$$

Tabla 2.3 Condiciones de operación de la Línea para la impregnación de las fibras.

Parámetro	Fracciones en peso de fibra (W_f)			
	16.4 %	24.9 %	35.5 %	46.5 %
Altura de la fibra respecto al fondo de la cámara de impregnación	2 cm	2 cm	2 cm	3 cm
Temperatura del horno	230 °C	224 °C	218 °C	250 °C
Gasto másico de polvo	868 mg/min	386 mg/min	283 mg/min	179 mg/min
Voltaje del campo electrostático	2 kV	2 kV	0 kV	0 kV

2.4 Métodos de moldeo

2.4.1 Moldes

El desarrollo del presente trabajo requirió moldear laminados de distintas características. Los laminados para pruebas a tensión fueron moldeados en un molde de acero inoxidable con la geometría y dimensiones mostradas en la figura 2.2. El molde genera laminados con terminales (*tabs*) integradas a ambos extremos del laminado; estos *tabs* son necesarios para la sujeción de las probetas en la máquina universal de pruebas mecánicas.

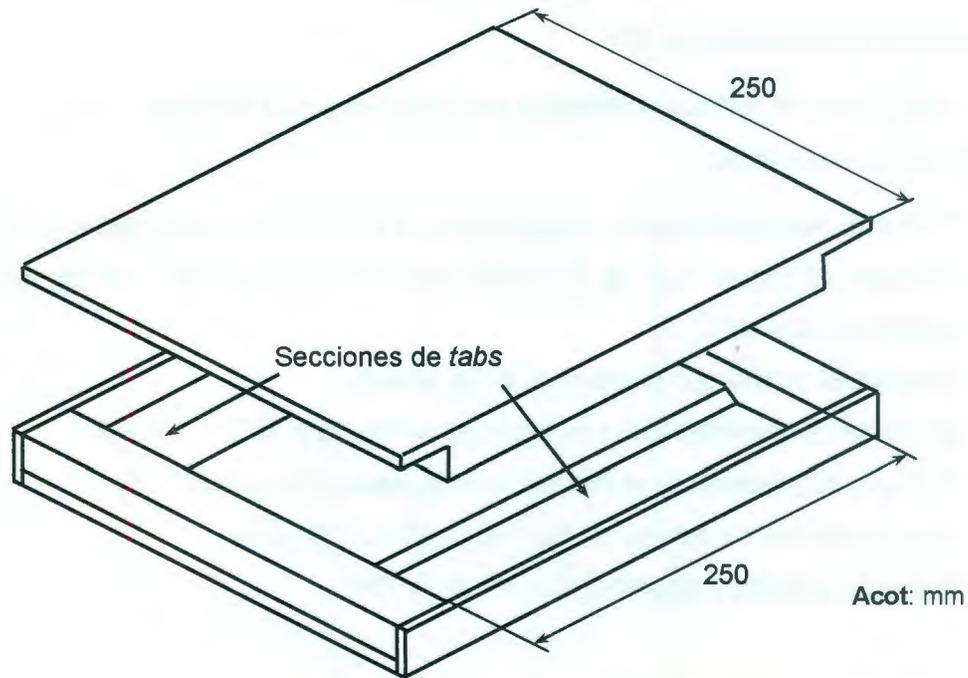


Figura 2.2 Molde de acero inoxidable para probetas a tensión con *tabs*.

La figura 2.3 muestra la geometría y dimensiones del molde plano de aluminio empleado para moldear los laminados sin *tabs* para las probetas de la prueba a cortante losipescu.

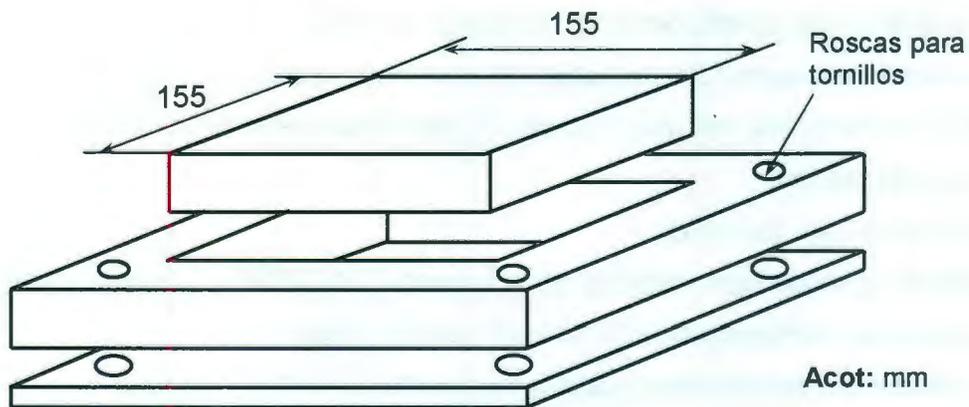


Figura 2.3 Molde plano de aluminio.

2.4.2 Moldeo de placas de PP

Una placa de PP fue moldeada en una prensa CORDEMEX de acuerdo al siguiente procedimiento:

1. Forrar el molde de acero inoxidable de 25 cm X 25 cm con papel aluminio.
2. Agregar al molde 205 g de polvo de PP, del obtenido con la malla de retención de 1 mm.
3. Colocar el molde con el material en la prensa.
4. Conectar las resistencias y subir la temperatura a 185 °C (35 min).
5. Cerrar paulatinamente el molde hasta alcanzar 50 psi en 20 min.
6. Abrir las llaves de agua y enfriar hasta 80 °C (20 min).
7. Quitar la presión y desmoldar la placa de PP.

2.4.3 Moldeo de pre-laminados

La altura de la zona de compresión de los moldes no es suficiente para acomodar más de 16 capas de preformas, por lo que para moldear laminados de 24, 32 y 48 capas se requirió primero moldear pre-laminados de 12 o 16 capas que posteriormente fueron utilizados para moldear los laminados. El método de moldeo de estos pre-laminados es el siguiente:

1. Forrar el molde correspondiente con papel aluminio.
2. Estibar en el molde 12 o 16 capas de preformas con la orientación adecuada según el laminado del que se trate. La densidad lineal de las preformas fue de 2 mechas/cm.
3. Colocar la tapa del molde.
4. Colocar el molde con material en la prensa CORDEMEX y cerrar la prensa hasta hacer contacto con el molde sin aplicar presión.
5. Conectar las resistencias y subir la temperatura a 210 °C (40 min).

6. A medida que la temperatura aumenta, el molde se cierra sin necesidad de aplicar presión. Mantener las planchas de la prensa en contacto con el molde.
7. Al llegar a 210 °C desconectar las resistencias y abrir la llave de agua para enfriar el molde a 35 °C (35 min).
8. Desmoldar el pre-laminado e identificarlo.

2.4.4 Moldeo de los laminados

El procedimiento desarrollado para el moldeo de los laminados, ya sea en el molde de acero inoxidable (figura 2.2) o en el molde de aluminio (figura 2.3) fue el siguiente:

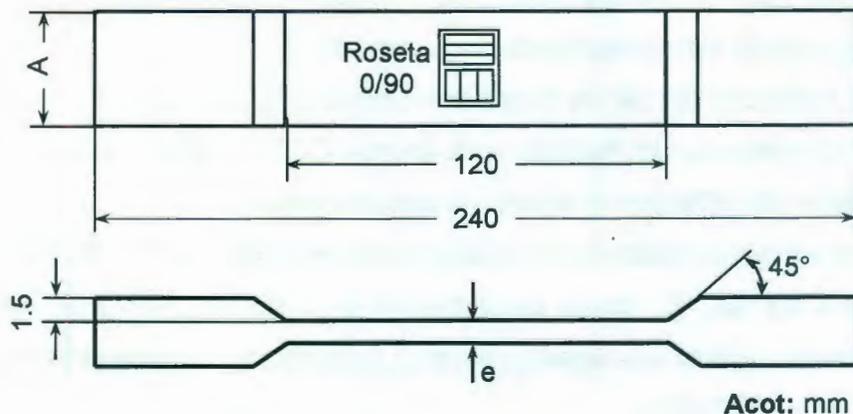
1. Forrar la placa inferior del molde con tela de Teflón y la placa superior con papel aluminio.
2. Colocar en el molde de acero inoxidable (figura 2.2) 16 g de polvo de polipropileno de la malla de retención de 1 mm para cada *tab*.
3. Colocar las mechas de fibras impregnadas con densidad lineal de 2 mechas/cm para formar las capas del laminado. Para laminados de más de 16 capas colocar los pre-laminados requeridos.
4. Una vez estibadas las capas (o pre-laminados) colocar la tapa del molde.
5. Colocar el molde con el material en la prensa CORDEMEX y cerrar la prensa hasta hacer contacto con el molde sin aplicar presión.
6. Conectar las resistencias de la prensa y calentar hasta 185 °C (35 min).
7. Al llegar a los 185 °C, cerrar paulatinamente el molde durante 20 min. Este paso requiere aplicar una ligera presión. La presión alcanzada al final de este período es de 130 kPa.
8. Desconectar las resistencias y abrir las llaves de agua para enfriar a 80 °C (20 min). Durante el enfriamiento la presión disminuye a cero por sí sola.
9. Abrir la prensa y desensamblar el molde para desmoldar el laminado de material compuesto.

2.5 Corte de las probetas

Todas las placas moldeadas (PP y laminados de material compuesto) fueron trazadas en forma de tiras y cortadas con una sierra-cinta TRUPPER con una cinta de corte de 15 dientes por pulgada; posterior al corte, las orillas de las probetas fueron lijadas manualmente con lijas # 100, 600 y 2000 para eliminar ralladuras que pudieran generar concentraciones de esfuerzo y condujeran a la falla prematura de los materiales durante las pruebas mecánicas.

La figura 2.4 presenta la geometría y dimensiones según la norma ASTM D-3039 para las probetas a tensión $[0]_n$ y $[90]_n$ (tabla 2.2) del estudio de elasticidad. Una roseta de deformación 0/90 de la marca VISHAY, con especificación de catálogo EA-30-125TQ-350/L fue pegada a tres probetas $[0]_n$ de cada fracción volumen estudiada para determinar la razón de Poisson ν_{12} de los materiales compuestos.

Este mismo tipo de probetas (figura 2.4) fue utilizado para las probetas de PP y para las probetas $[0]_5$, $[90]_5$ y $[\pm 45]_{2S}$ del estudio de plasticidad (tabla 2.2).



$A = 25$ (para todas las probetas excepto $[0]_n$)
15 (para probetas $[0]_n$)

$e = 1.5$ (para el estudio de elasticidad)
1 (para el estudio de plasticidad)

Figura 2.4 Probetas para tensión de acuerdo a la norma ASTM D 3039.

La figura 2.5 muestra la geometría y dimensiones de las probetas para pruebas a cortante losipescu de acuerdo a la norma ASTM D-5379 para materiales compuestos. Una roseta de deformación ± 45 de la marca VISHAY, con especificación de catálogo CEA-13-062UV-350 fue pegada a una probeta de cada tipo $[0_4/90_8/0_4]$, $[0_8/90_{16}/0_8]$ y $[0_{12}/90_{24}/0_{12}]$.

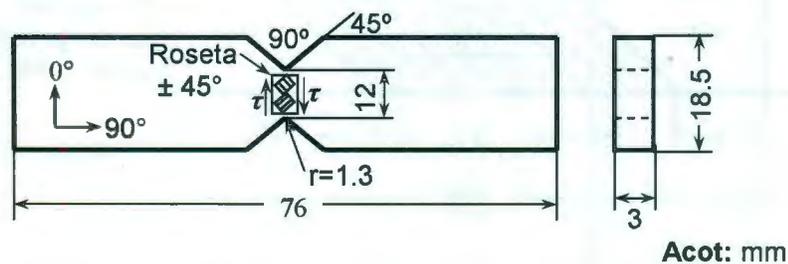


Figura 2.5 Probetas para cortante losipescu según la norma ASTM D 5379.

La figura 2.6 muestra la geometría de las probetas unidireccionales $[24]_5$, $[33]_5$ y $[45]_5$ empleadas en el estudio de plasticidad: los *tabs* de polipropileno obtenidos del molde de acero inoxidable (figura 2.2) fueron cortados de las probetas originales y con un adhesivo instantáneo de cianoacrilato marca Loctite se les pegó nuevos *tabs* de cartón prensado (usado como aislante en transformadores), la geometría de los *tabs* fue ajustada al ángulo de orientación de las fibras tal y como se muestra en la figura 2.6 para promover en estas probetas una deformación longitudinal homogénea en la dirección de aplicación de la carga⁵⁴. La longitud de prueba G.L. de estas probetas varía entre los diferentes tipos $[24]_5$, $[33]_5$ y $[45]_5$, debido al ángulo de orientación de las fibras, la tabla 2.4 presenta la longitud de prueba G.L. de los diferentes tipos de probetas así como las velocidades de cabezal usadas para obtener una velocidad de deformación constante de $2.08 \times 10^{-3} \text{ min}^{-1}$ en todas las pruebas de plasticidad.

Galgas de deformación de la marca VISHAY, con especificación de catálogo EA-13-120LZ-120 fueron pegadas orientadas en la dirección de aplicación de la

carga a tres probetas de cada tipo de laminado $[0]_5$, $[24]_5$, $[33]_5$, $[45]_5$, $[90]_5$ y $[\pm 45]_{2S}$ para las pruebas de plasticidad.



Figura 2.6 Geometría de las probetas para pruebas a tensión.

Tabla 2.4 Dimensiones de las probetas y velocidades de cabezal usadas para las pruebas de plasticidad.

Probetas	Ancho (mm)	Largo total (mm)	Longitud de prueba G.L. (mm)	Velocidad de cabezal (mm/min)
$[0]_5$	15	230	120	0.25
$[90]_5$	25	230	120	0.25
$[24]_5$	25	120	54	0.1120
$[33]_5$	25	120	78	0.1622
$[45]_5$	25	120	93	0.1937
$[\pm 45]_S$	25	230	120	0.25
$[\pm 45]_{2S}$	25	230	120	0.25

2.6 Caracterización mecánica

2.6.1 Caracterización a tensión para el estudio de elasticidad

Las pruebas a tensión de las probetas de PP y de los laminados unidireccionales $[0]_n$ y $[90]_n$ fueron realizadas en una máquina universal de pruebas mecánicas SHIMADZU AG-1 usando una velocidad de cabezal de 1 mm/min que corresponde a una velocidad de deformación de $8.33 \times 10^{-3} \text{ min}^{-1}$. La deformación fue medida con ayuda de un extensómetro marca SHIMADZU para calcular el módulo elástico de las probetas; el extensómetro tiene una longitud inicial de 25 mm y un intervalo de desplazamiento de 2.5 mm.

El módulo elástico de las probetas de PP fue medido en el intervalo de deformación de 0.0005 mm/mm a 0.0025 mm/mm según lo recomendado para materiales plásticos (norma ASTM D 638-3), mientras que los módulos elásticos longitudinal y transversal del material compuesto fueron medidos en el intervalo de deformación de 0.0010 mm/mm a 0.0030 mm/mm como establece la norma ASTM D 3039. Las razones de Poisson del PP y de los laminados unidireccionales $[0]_n$ fueron medidos con las rosetas de deformación 0/90 en los respectivos intervalos de deformación.

Los datos a tensión del PP también fueron utilizados para calcular su módulo cortante utilizando los datos de la roseta de deformación 0/90 y la ecuación 2.2 para materiales isotrópicos:

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad (2.2)$$

donde:

G = Módulo cortante

E = Módulo elástico

ν = Razón de Poisson

2.6.2 Caracterización a cortante losipescu

La caracterización de las propiedades a cortante del material compuesto PP/Twaron fue realizada de acuerdo a la norma ASTM D-5379 para pruebas a cortante losipescu de materiales compuestos en una máquina universal de pruebas mecánicas SHIMADZU AG-1 usando una velocidad de cabezal de 1 mm/min; esta velocidad de cabezal permitió realizar las pruebas en un tiempo aproximado de 5 min como establece la norma. Las terminales de las rosetas de deformación ± 45 fueron conectadas a un indicador de deformaciones marca VISHAY modelo P3, seleccionando la opción de conexión a medio puente para pruebas a cortante, lo que permitió medir directamente la deformación angular de la probeta; el módulo cortante del material compuesto fue calculado usando la ecuación 2.3 en el intervalo de deformación angular de 0.0020 a 0.0060 como establece la norma.

$$G_{12}^{mc} = \frac{\tau_{12}}{\gamma_{12}} \quad (2.3)$$

donde:

τ_{12} = Esfuerzo cortante aplicado al material compuesto

$\gamma_{12} = |\epsilon_{45}| + |\epsilon_{-45}|$ (es la deformación angular)

ϵ_{45} = Deformación longitudinal a 45°

ϵ_{-45} = Deformación longitudinal a -45°

2.6.3 Caracterización cíclica a tensión para el estudio de plasticidad

Tres probetas de cada tipo de laminado, $[0]_5$, $[24]_5$, $[33]_5$, $[45]_5$, $[90]_5$, $[\pm 45]_5$ y $[\pm 45]_{2S}$, sin galga y con la geometría de la figura 2.4 fueron ensayadas a tensión monotónica hasta ruptura en una máquina de pruebas mecánicas SHIMADZU AG-1 con una velocidad de cabezal de 1 mm/min que equivale a una velocidad de deformación de $8.33 \times 10^{-3} \text{ min}^{-1}$. Estas pruebas monotónicas fueron realizadas para conocer el esfuerzo máximo de las probetas.

El estudio de plasticidad fue realizado con tres probetas de cada tipo de laminado, $[0]_5$, $[24]_5$, $[33]_5$, $[45]_5$, $[90]_5$ y $[\pm 45]_{2S}$, con la geometría de la figura 2.6 y dotadas de una galga extensométrica. Estas probetas fueron sometidas pruebas cíclicas a tensión en una máquina de pruebas universales INSTRON modelo 4468, a una velocidad de deformación constante de $2.08 \times 10^{-3} \text{ min}^{-1}$, que fue obtenida para las distintas longitudes de prueba, con las velocidades de cabezal indicadas en la tabla 2.4; la velocidad de deformación fue elegida baja a fin de evitar efectos de histéresis en las curvas de carga y descarga del material. Las pruebas fueron realizadas aplicando a las probetas 6 ciclos sucesivos de carga-descarga, el esfuerzo aplicado en cada ciclo (tabla 2.5) fue incrementado de tal forma que las probetas alcanzaran su esfuerzo de ruptura en el séptimo ciclo de carga, excepto las probetas $[\pm 45]_{2S}$ que no fueron caracterizadas hasta ruptura ya que su deformación es grande y el modelo de Ladeveze sólo considera deformaciones pequeñas. Las pruebas cíclicas de las probetas $[0]_5$, $[90]_5$ y $[\pm 45]_{2S}$ fueron usadas para determinar los parámetros del modelo de plasticidad y daño de Ladeveze en los ejes ortotrópicos 1, 2, del material compuesto unidireccional, mientras que las pruebas a las probetas $[24]_5$, $[33]_5$ y $[45]_5$ sirvieron para validar el modelo. Los datos de deformación de las galgas y la fuerza de la celda de carga fueron recopilados con ayuda de una tarjeta de adquisición de datos marca NATIONAL INSTRUMENTS modelo PCI-6251 y el software Lab View versión 8.5.

En cada ciclo i de las pruebas cíclicas a tensión fueron medidos el esfuerzo (σ_x^i), la deformación (ϵ_x^i), la deformación plástica (ϵ_x^{pi}) y el módulo elástico instantáneo ($E_{x,d}^i$), tal y como se muestra esquemáticamente en la figura 2.7 para los dos primeros ciclos ($i = 1, 2$).

Tabla 2.5 Esfuerzo (MPa) aplicado a las probetas durante las pruebas cíclicas a tensión.

Probetas	[0] ₅	[24] ₅	[33] ₅	[45] ₅	[90] ₅	[±45] _{2S}
Ciclo 1	50	11	5	5	2.5	12.5
Ciclo 2	100	16	10	8	4.5	19.5
Ciclo 3	130	21	13	10	6.5	25.5
Ciclo 4	160	25	16	12	8	28.5
Ciclo 5	190	29	18	14	10	32
Ciclo 6	210	32	19	16	12	34
Ruptura	220	39	20	17	13	No

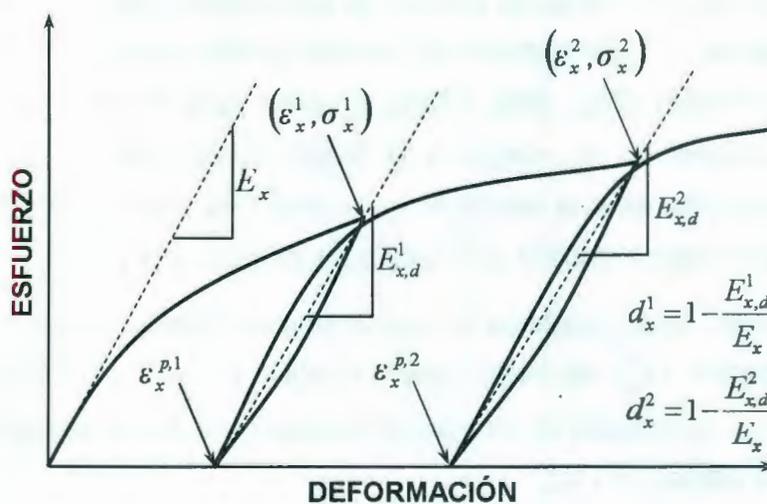


Figura 2.7 Dos ciclos de carga-descarga que ilustran la obtención de datos de las pruebas cíclicas a tensión para el modelado de plasticidad y daño.

2.7 Metodología usada para el modelado de las propiedades elásticas y respuesta esfuerzo-deformación de los laminados PP/Twaron

Las propiedades elásticas y la resistencia en las direcciones de ortotropía del material compuesto unidireccional PP/Twaron fueron definidas en función de su fracción volumen de fibra por las ecuaciones que describen la tendencia de los resultados experimentales. Estas propiedades ortotrópicas del material compuesto unidireccional y la secuencia de apilamiento fueron los datos de entrada para la ecuación constitutiva de la teoría clásica de laminación con la que se calculó el módulo elástico efectivo de los laminados y los resultados teóricos fueron comparados con los datos experimentales reportados. La ecuación constitutiva de la teoría clásica de laminación fue usada en combinación con el criterio de falla de esfuerzo máximo para calcular la resistencia a tensión de los laminados y los resultados teóricos fueron comparados con los datos experimentales reportados. Si bien el criterio de falla de esfuerzo máximo es comúnmente utilizado para el análisis de materiales frágiles, fue capaz de predecir la resistencia de los laminados PP/Twaron con una precisión de aproximadamente 90 %, este criterio se eligió por ser el más ampliamente utilizado en la literatura, además de ser un criterio práctico cuyos parámetros son fáciles de determinar experimentalmente, a diferencia de otros criterios de falla como el criterio de falla de Tsai-Wu o el criterio de falla de deformación máxima que pudieran ser más adecuados para el material compuesto dúctil, sin embargo, la determinación de sus parámetros requiere realizar pruebas experimentales más complejas.

La respuesta esfuerzo-deformación no lineal a tensión de laminados con fracción volumen de fibra de aproximadamente 8.8 % fue modelada usando el modelo modificado de plasticidad y daño de Ladeveze. Este modelo semiempírico requiere determinar mediante pruebas experimentales los parámetros que gobiernan la respuesta elastoplástica y la evolución de daño del material compuesto unidireccional; posteriormente mediante la teoría clásica de laminación puede ser usado para modelar la respuesta esfuerzo deformación de laminados

con cualquier secuencia de apilamiento de sus capas. Las constantes y parámetros del modelo fueron determinados en pruebas cíclicas a tensión en las direcciones ortotrópicas del material compuesto unidireccional y estas constantes y parámetros fueron los datos de entrada para generar las curvas teóricas esfuerzo-deformación de laminados $[24]_5$, $[33]_5$ y $[45]_5$, las cuales fueron comparadas con las curvas esfuerzo-deformación experimentales.

CAPÍTULO 3

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

3.1 Propiedades de la matriz de PP

La figura 3.1 muestra una curva esfuerzo-deformación típica determinada a partir de las pruebas a tensión de la matriz de PP de INDELPRO. La forma de la curva corresponde a la de una matriz termoplástica; al inicio existe una relación esfuerzo-deformación aproximadamente lineal hasta alcanzar el límite de proporcionalidad del material, después del cual la pendiente de la curva disminuye lentamente hasta alcanzar su punto de cedencia, que de acuerdo a la norma ASTM D 638-02a, es el punto de la curva en el que el material empieza a deformarse plásticamente sin necesidad de incrementar el esfuerzo aplicado, el límite de proporcionalidad y el esfuerzo de cedencia fueron situados visualmente a aproximadamente 15 y 31 MPa respectivamente, a partir de las curvas esfuerzo-deformación. Después de la zona de cedencia, la curva cae aproximadamente a 22 MPa y entonces ocurre una gran deformación plástica a esfuerzo constante hasta la parte final de la curva en la que el esfuerzo aumenta ligeramente y entonces ocurre la fractura del material a deformaciones de aproximadamente 300 %. La tabla 3.1 presenta las propiedades mecánicas promedio medidas para este PP.

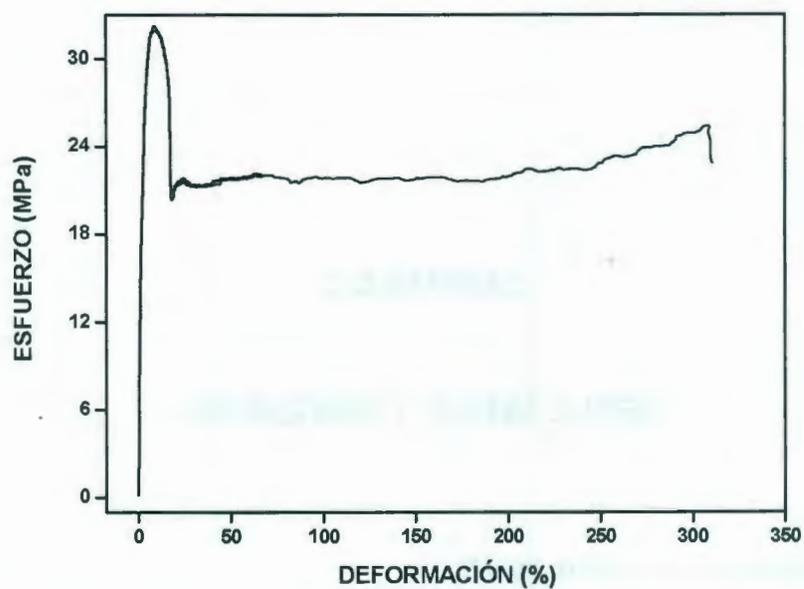


Figura 3.1 Curva típica esfuerzo-deformación de la matriz de PP (INDELPRO).

Tabla 3.1 Propiedades mecánicas de la matriz de PP (INDELPRO).

Propiedad	Valor
Módulo Elástico	1.56 (\pm 0.06) GPa
Módulo cortante	0.57 (\pm 0.02) GPa
Razón de Poisson	0.38 (\pm 0.004)
Esfuerzo de cedencia	30 (\pm 0.9) MPa
Deformación de cedencia	8.5 (\pm 0.29) %
Esfuerzo máximo	31.6 (\pm 0.9) MPa
Esfuerzo último	25.5 (\pm 0.8) MPa
Deformación última	304 (\pm 28) %

3.2 Análisis micromecánico de las propiedades longitudinales del material compuesto PP/Twaron

3.2.1 Módulo elástico longitudinal E_1^{mc}

La figura 3.2 muestra los resultados del módulo elástico longitudinal del material compuesto PP/Twaron en función de su fracción volumen de fibra, determinados a partir de las pruebas a tensión de las probetas unidireccionales $[0]_8$, $[0]_{16}$ y $[0]_{24}$ con fracciones volumen de fibra de 10.9 %, 16.7 % y 26.3 % respectivamente. El módulo elástico teórico representado con la línea continua en la figura 3.2 fue construido usando la ecuación 1.1 en la que el módulo elástico de la matriz, 1.56 GPa, es el reportado en la tabla 3.1 y el módulo elástico de la fibra, 113.9 GPa (tabla 2.1), fue medido en un trabajo previo⁵³.

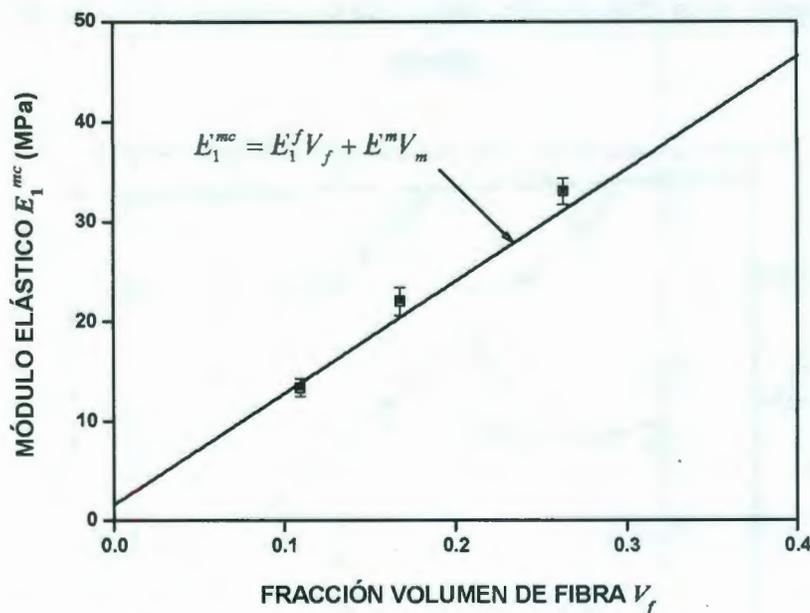


Figura 3.2 Comparación entre los resultados experimentales y el modelo de mecánica de materiales para el Módulo elástico longitudinal del material compuesto PP/Twaron.

Como puede apreciarse en la figura 3.2, el módulo elástico longitudinal del material compuesto PP/Twaron coincide con la predicción teórica del modelo de mecánica de materiales, tal y como lo demuestra la información publicada en la literatura^{14,32}: El módulo elástico longitudinal de la mayoría de los materiales compuestos reforzados con fibras continuas puede ser modelado satisfactoriamente con la ecuación 1.1.

3.2.2 Razón de Poisson ν_{12}^{mc}

La figura 3.3 muestra los resultados de la razón de Poisson del material compuesto PP/Twaron en función de su fracción volumen de fibra. La curva teórica representada con la línea continua fue construida usando la ecuación 1.2 en la que la razón de Poisson de la matriz es 0.38, reportada en la tabla 3.1 y la razón de Poisson de la fibra es 0.35, reportada en la literatura³² para las fibras de aramida.

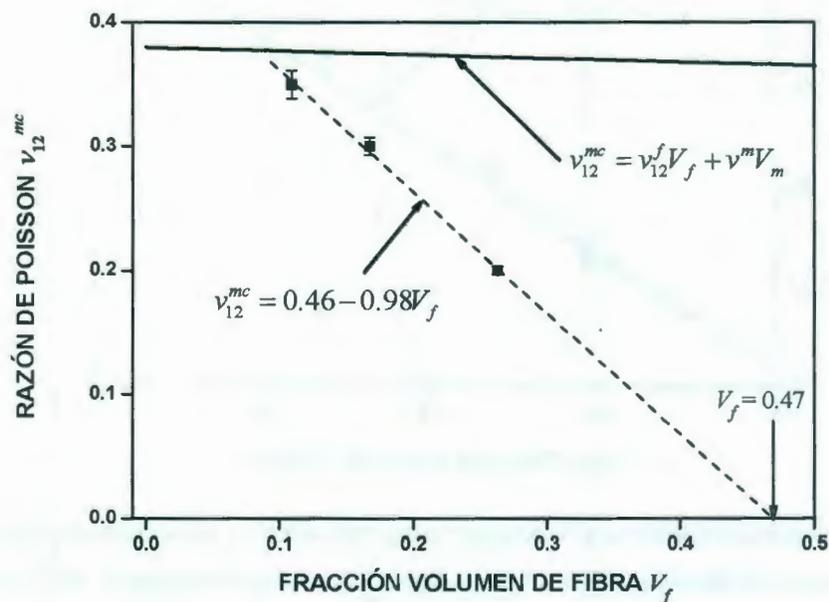


Figura 3.3 Comparación entre los resultados experimentales y el modelo de mecánica de materiales para la razón de Poisson del material compuesto PP/Twaron.

En un material compuesto en el que la razón de Poisson de sus componentes tuvieran igual valor se observaría una razón de Poisson constante pues ésta sería una propiedad homogénea; puesto que la razón de Poisson de la matriz de polipropileno de INDELPRO es sólo ligeramente mayor que la razón de Poisson de la fibra de Twaron, la curva teórica presentada en la figura 3.3 es poco inclinada.

Los resultados experimentales muestran que la relación entre la razón de Poisson y la fracción volumen de fibra del material compuesto es una relación lineal que disminuye con una pendiente mucho más pronunciada respecto a la curva teórica; la regresión lineal de los datos experimentales presentados en la figura 3.3 muestra que la razón de Poisson tiende a cero para una fracción volumen de fibra de 0.47 aproximadamente. En un trabajo previo⁵⁵ se reportó que a una fracción volumen de fibra de 0.4, la cantidad de fibra es excesiva de modo que la matriz de PP es insuficiente para mojar uniformemente a todas las fibras de Twaron y por lo tanto el material compuesto resultante presenta zonas secas que afectan sus propiedades mecánicas, sin embargo, no se sabe con exactitud a que fracción volumen de fibra ya no es posible moldear un material compuesto homogéneo; el presente estudio también demostró que las propiedades mecánicas del material compuesto PP/Twaron se ven disminuidas cuando aumenta su contenido de fibra, principalmente su resistencia longitudinal y transversal (secciones 3.2.3 y 3.3.2); esta disminución de las propiedades mecánicas del material compuesto con el aumento del contenido de fibra se ve también reflejado en su razón de Poisson, por lo que es comprensible que tienda a cero a una fracción volumen que corresponde a un material compuesto en el que la matriz es insuficiente para mojar a las fibras. La regresión lineal de los datos experimentales proporciona la ecuación $v_{12}^{mc} = 0.46 - 0.98V_f$ que puede ser útil para estimar la razón de Poisson del material compuesto PP/Twaron en el intervalo estudiado de 0.1 a 0.3 de fracción volumen de fibra. La razón de Poisson del material compuesto calculada con el ajuste experimental coincide con la predicción del modelo de mecánica de materiales para una fracción volumen de

fibra de aproximadamente 0.084; sin embargo, para fracciones volumen de fibra más bajas, la ecuación derivada del ajuste experimental ya no es útil, puesto que para una fracción volumen de fibra igual a cero se debe cumplir que la razón de Poisson del material compuesto sea igual a la razón de Poisson de la matriz de 0.38. No se consideró trascendental caracterizar el comportamiento de la razón de Poisson para fracciones volumen de fibra bajas porque el grado de reforzamiento de la matriz es poco y no se justificaría económicamente la preparación de materiales compuestos. Por otra parte, a fracciones volumen de fibra mayores a 0.3 las propiedades del material compuesto se ven afectadas negativamente.

3.2.3 Resistencia a tensión longitudinal X_1^T

La figura 3.4 muestra los resultados iniciales de la resistencia longitudinal de las probetas unidireccionales $[0]_8$, $[0]_{16}$ y $[0]_{24}$ con fracciones volumen de fibra de 10.9 %, 16.7 % y 26.3 %. Puesto que la deformación última del material compuesto es mucho menor que la deformación última de la matriz, y puesto que el esfuerzo alcanzado por la matriz en el momento de la ruptura del material compuesto es mucho menor que la resistencia de la fibra, el segundo término de la ecuación 1.7 fue convenientemente eliminado y la curva teórica de la figura 3.4 fue construida usando la ecuación $X_1^T = \sigma_f^{ult} V_f$, en la que el esfuerzo último de la fibra es 3010 MPa (tabla 2.1). Dos posibles causas fueron consideradas para explicar la baja resistencia inicial de las probetas de 8 y 24 capas respecto a las predicciones del modelo: 1) Un proceso de moldeo que no garantiza la alineación correcta de las fibras durante la etapa de compresión y 2) concentraciones de esfuerzos en los *tabs* de las probetas. La figura 3.5 muestra la falla típica generada en los *tabs* de las probetas de 24 capas; estas probetas eran muy resistentes y los *tabs* fallaron prematuramente, consecuentemente no fueron capaces de transmitir efectivamente la fuerza de las mordazas a la probeta. La falla del *tab* promueve una falla interfacial masiva en la zona de prueba de la

probeta creando grietas paralelas a las fibras de refuerzo a todo lo largo de la probeta sin que ocurra la fractura del material.

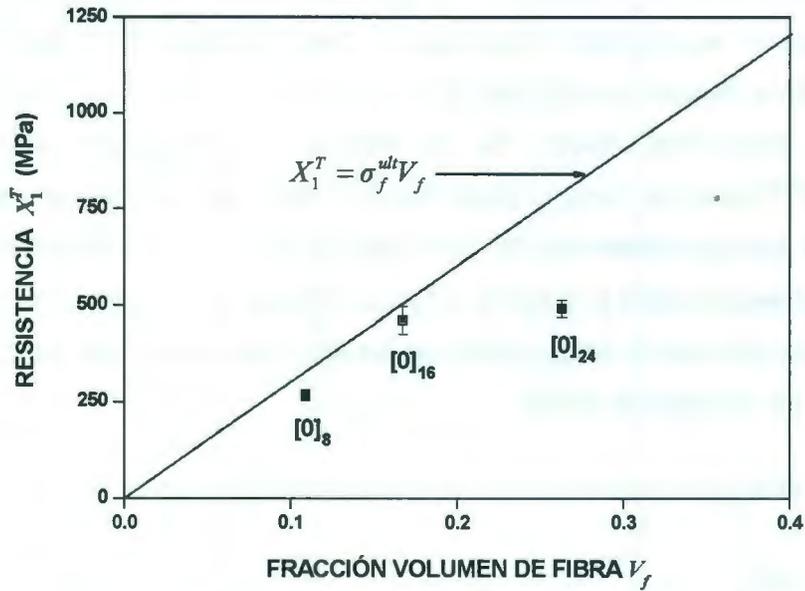


Figura 3.4 Comparación inicial entre los resultados experimentales y el modelo de mecánica de materiales para la resistencia del material compuesto PP/Twaron.



Figura 3.5 Falla de los tabs en las probetas de 24 capas.

El número de capas de las probetas fue reducido a sólo 5 capas para disminuir la fuerza necesaria para romperlas de tal manera que las probetas fallarán antes que los *tabs*, además, los laminados fueron moldeados cuidando que las fibras se encontraran alineadas lo mejor posible. Dos fracciones en volumen de fibra fueron estudiadas, 9.1 % y 35 % (tabla 2.2). La figura 3.6 presenta los resultados finales de la resistencia longitudinal del material compuesto PP/Twaron en función de su fracción volumen de fibra, en esta figura fue incluido el dato de resistencia del laminado de 16 capas con fracción volumen de 16.7 % (correspondiente a la figura 3.4). Los resultados de las figuras 3.3 y 3.6 ponen en evidencia que las propiedades de los laminados dependen de la fracción volumen y no del número de capas.

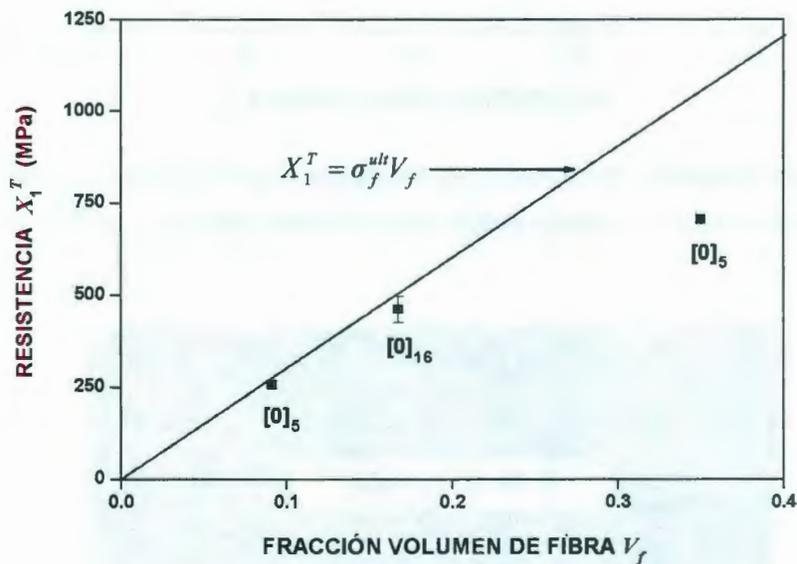


Figura 3.6 Comparación entre los resultados experimentales y el modelo de mecánica de materiales para la resistencia del material compuesto PP/Twaron.

La resistencia longitudinal de las probetas con fracción volumen de fibra de 9.1 % y 16.7 % ([0]₅, [0]₁₆) fue muy cercana a la predicción teórica; sin embargo, la resistencia de las probetas con fracción volumen de fibra de 35 % ([0]₅) fue baja.

Las probetas con la fracción volumen de fibra alta (figura 3.4 y figura 3.6) fueron las que se rompieron prematuramente; es probable que la verdadera razón de la baja resistencia de estas probetas se deba a la presencia de concentraciones de esfuerzos en zonas donde las fibras se encuentran en mayor cantidad ya que el moldeo no garantiza su distribución homogénea en la matriz.

La figura 3.7 muestra la deformación última de todas las probetas a 0°. Es posible concluir a partir de esta figura que las probetas con alto contenido de fibra se rompieron prematuramente pues su deformación de ruptura fue menor a la deformación de ruptura de las probetas con bajo contenido de fibra, de modo que la ruptura de las probetas con mayor fracción volumen de fibra fue ocasionada por concentraciones de esfuerzos en el material y no porque el material haya alcanzado su deformación última. Es posible decir a partir de los resultados presentados en las figuras 3.6 y 3.7, que la ecuación $X_1^T = \sigma_f^{ult} V_f$ es útil para modelar la resistencia longitudinal del material compuesto PP/Twaron con bajo contenido de fibra hasta fracciones volumen de aproximadamente 17 %, a mayores fracciones volumen, la resistencia se ve afectada por las concentraciones de esfuerzos generadas por las zonas en las que la cantidad de fibra es alta, lo que lleva a la fractura prematura del material compuesto a 0°.

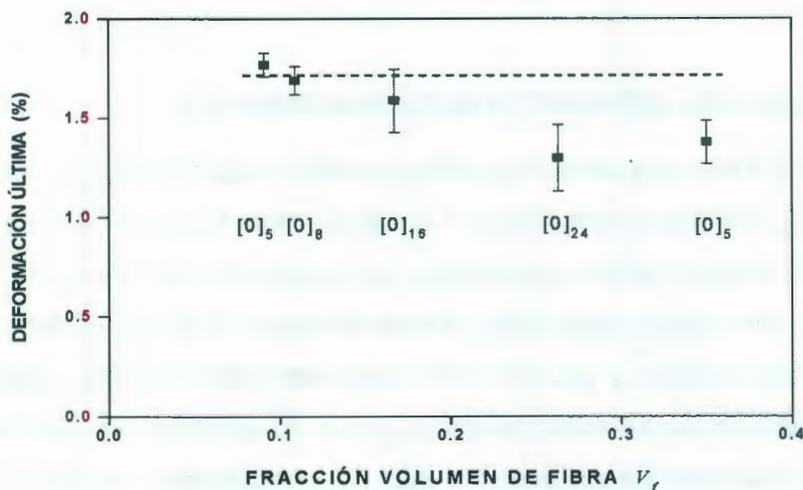


Figura 3.7 Deformación última de las probetas a 0°.

La figura 3.8 muestra la fractura típica a tensión de las probetas unidireccionales $[0]_5$, $[0]_{16}$ y $[0]_5$ con fracciones volumen de fibra respectivas de 9.1 %, 16.7 % y 35 %. Las probetas con fracción volumen de 9.1 % y 16.7 % (figuras 3.8a y 3.8b) tienen un aspecto similar, ambas presentan ruptura a tensión de las fibras y ruptura de la interfase fibra/matriz; en cambio, el aspecto de las probetas con fracción volumen de fibra de 35 % es algo diferente a las dos anteriores, como puede observarse en la figura 3.8c, estas probetas sufren una ruptura masiva de la interfase al momento de la fractura debido a que la cantidad de fibra es excesiva.

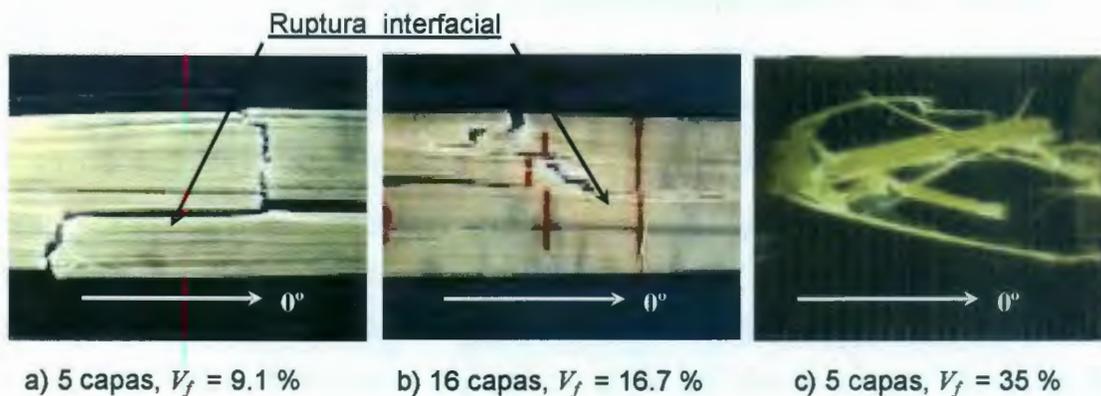


Figura 3.8 Fractura típica de las probetas a 0° .

3.2.4 Curvas esfuerzo-deformación de los laminados a 0°

La figura 3.9 muestra las curvas esfuerzo-deformación típicas de las probetas $[0]_8$, $[0]_{16}$ y $[0]_{24}$ con fracciones volumen de fibra respectivas de 10.9 %, 16.7 % y 26.3 %. Estas curvas fueron construidas con los datos de desplazamiento del extensómetro; para evitar algún daño al extensómetro, éste fue retirado antes de la fractura de las probetas y por ello sólo fueron obtenidos los datos para graficar la parte inicial de las curvas esfuerzo-deformación. El esfuerzo y la deformación de ruptura de las probetas fueron medidos con un extensómetro de mayor amplitud de desplazamiento (no se presentan ya que las curvas fueron generadas con

ruido) y entonces, las curvas esfuerzo-deformación de la figura 3.9 fueron extrapoladas hasta ruptura como se muestra con la línea interrumpida; la extrapolación hasta el esfuerzo y deformación de ruptura sugiere que las curvas presentan una relación esfuerzo-deformación aproximadamente lineal en todo su intervalo de deformación en la dirección longitudinal del material compuesto. El comportamiento observado para el material compuesto PP/Twaron en su dirección longitudinal ha sido reportado extensamente en la literatura⁵⁶; las propiedades del material compuesto en la dirección longitudinal son dominadas por las propiedades de las fibras, que típicamente presentan una relación esfuerzo-deformación lineal en todo su intervalo de deformación.

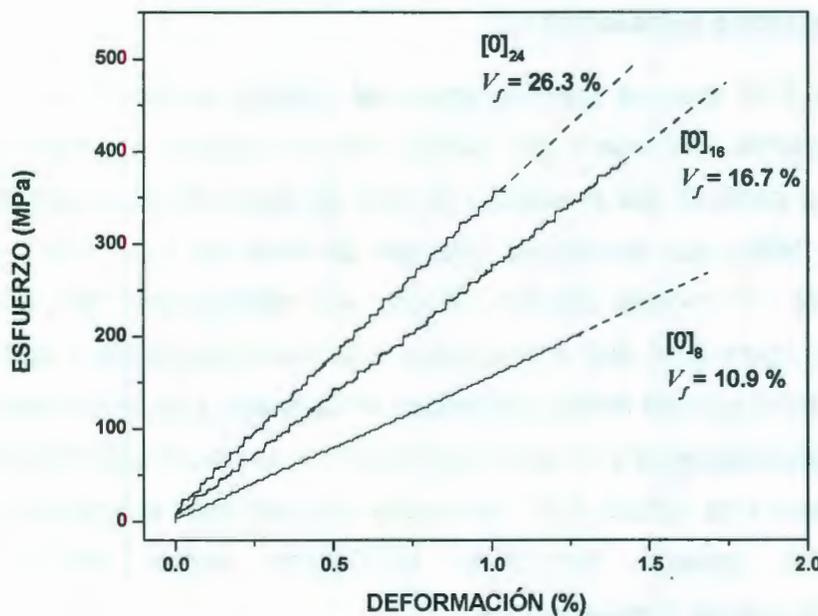


Figura 3.9 Curvas esfuerzo-deformación típicas de las probetas a 0°.

La deformación de ruptura del material compuesto PP/Twaron es baja respecto a la deformación de ruptura de la matriz, lo que señala que la ruptura de las fibras es la que gobierna la falla del material compuesto en esta dirección; en

la figura 3.9 puede verse que la deformación última del material compuesto con la fracción volumen de fibra más alta fue menor a la deformación de las otras dos fracciones estudiadas, como ya fue señalado antes el alto contenido de fibra afecta a las propiedades mecánicas de este material compuesto. También puede observarse en la figura 3.9 que con el incremento del contenido de fibra, la pendiente de las curvas es mayor, debido a que el módulo elástico del material compuesto aumenta proporcionalmente con el contenido de fibra.

3.3 Análisis micromecánico de las propiedades transversales del material compuesto PP/Twaron

3.3.1 Módulo elástico transversal E_2^{mc}

La figura 3.10 muestra los resultados del módulo elástico transversal del material compuesto PP/Twaron en función de su fracción volumen de fibra determinados a partir de las pruebas a tensión de las probetas unidireccionales $[90]_8$, $[90]_{16}$ y $[90]_{24}$ con fracciones volumen de fibra de 9.3, 15.5 y 27.4 % respectivamente. El módulo elástico teórico es representado por una línea continua en la figura 3.10 que corresponde a la curva generada a partir de la ecuación 1.4 en la que los módulos elásticos de la matriz y de la fibra son 1.56 y 113.9 GPa respectivamente y la razón de Poisson de la matriz es 0.38 (tablas 2.1 y 3.1). En base a la figura 3.10, se puede concluir que el módulo elástico transversal del material compuesto PP/Twaron puede ser modelado adecuadamente usando la ecuación 1.4.

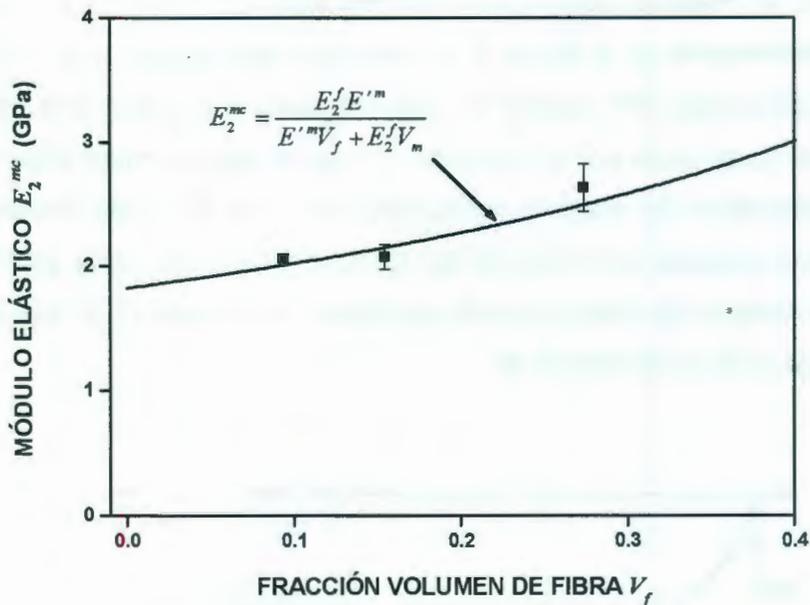


Figura 3.10 Comparación entre los resultados experimentales y el modelo de mecánica de materiales para el módulo elástico transversal del material compuesto PP/Twaron.

3.3.2 Resistencia a tensión transversal X_2^T

La figura 3.11 presenta los resultados de la resistencia transversal del material compuesto PP/Twaron en función de su fracción volumen de fibra. La curva de resistencia teórica fue construida usando la ecuación 1.9 en la que el esfuerzo último a tensión de la matriz es de 25.5 MPa (tabla 3.1). Además de los datos correspondientes a las probetas $[90]_8$, $[90]_{16}$ y $[90]_{24}$ (con fracción volumen de fibra de 9.3, 15.5 y 27.4 %) se incluye en la figura 3.11 la resistencia transversal de una monocapa con fracción volumen de fibra de 5.5 % reportada en un estudio anterior⁵⁷, este dato fue incluido para tener un marco de referencia más amplio del comportamiento del material PP/Twaron. En un material compuesto con una unión fibra/matriz perfecta y con una resistencia interfacial mayor a la resistencia de la matriz, la fractura transversal ocurrirá a través de la matriz³⁴, de modo que la resistencia de la matriz constituye el límite superior para la resistencia

transversal de un material compuesto unidireccional. En el presente trabajo, los resultados presentados en la figura 3.11 muestran que la resistencia transversal del material compuesto PP/Twaron es baja respecto a la predicción del modelo aun cuando la curva dada por la ecuación 1.9 constituye un límite inferior para la resistencia transversal del material compuesto, pues fue deducida considerando a las fibras como agujeros cilíndricos en la matriz, de modo que esta estimación es usada para la resistencia transversal de materiales compuestos con interfase débil ó más aun, con nula unión interfacial.

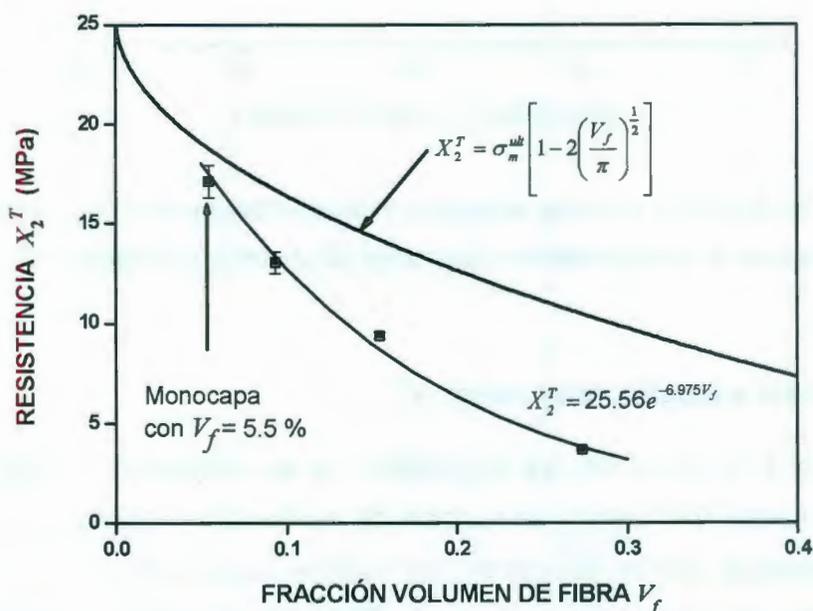


Figura 3.11 Comparación entre los resultados experimentales y el modelo de mecánica de materiales para la resistencia transversal del material compuesto PP/Twaron. El dato experimental para una monocapa con $V_f = 5.5\%$ fue determinado en un trabajo anterior⁵⁷.

La baja resistencia transversal del material compuesto PP/Twaron puede ser atribuida a dos factores principales: 1) una baja adherencia interfacial fibra/matriz pues es conocido que el polipropileno es un material inerte sin grupos funcionales

que puedan reaccionar con la superficie de la fibra de Twaron para producir una unión química; 2) un empaquetamiento aleatorio de las fibras dentro de la matriz; la ecuación 1.9 asume que las fibras se encuentran distribuidas en la matriz con un arreglo cuadrado, sin embargo, el proceso de moldeo del material compuesto real no controla la distribución de las fibras dentro de la matriz, por lo que su resistencia es menor a la estimada por la ecuación 1.9; la falla ocurre en los puntos de máxima aproximación de las fibras, en los que el área de la matriz sometida a esfuerzo es mínima³⁴. Una ecuación exponencial $X_2^T = 25.56e^{-6.975V_f}$ fue ajustada a los datos experimentales, la cual puede ser útil para estimar la resistencia transversal del material compuesto en el intervalo de fracción volumen de fibra de 0.05 a 0.3.

La figura 3.12 muestra la superficie de fractura de una probeta a 90°. En ella puede observarse que las fibras se desprenden de la matriz con relativa facilidad ya que la superficie del polímero (señalado con flechas horizontales) de donde se desprenden las fibras es lisa y no muestra señales de desgarramiento. Esta observación es comprensible ya que por la naturaleza inerte de la matriz, no existe la posibilidad de que los grupos funcionales de la superficie de la fibra pudieran reaccionar químicamente con la matriz para producir un anclaje químico en la interfase fibra/matriz. La baja adherencia interfacial sin duda es un factor determinante para la baja resistencia a tensión que exhiben estos materiales en la dirección transversal a las fibras. En la figura también se observa falla de la matriz a tensión ya que el polímero luce estirado en los bordes longitudinales donde se alojaban las fibras (señalado con flechas verticales). Por otro lado, es posible observar que la distribución de las fibras dentro de la matriz no es uniforme y no corresponde a un arreglo cuadrado como asume de modelo.

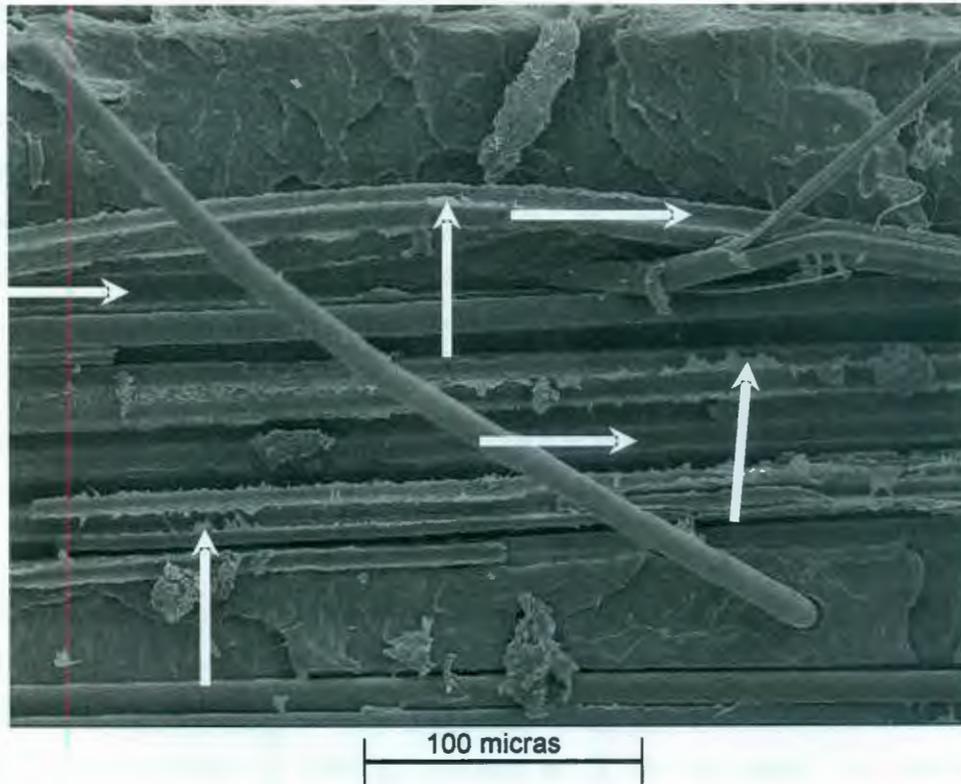


Figura 3.12 Superficie de fractura de las probetas a 90°.

3.3.3 Curvas esfuerzo-deformación de los laminados a 90°

La figura 3.13 muestra las curvas esfuerzo-deformación típicas de los materiales compuestos a 90° construidas con los datos de desplazamiento del extensómetro. Las curvas muestran un comportamiento esfuerzo-deformación aproximadamente lineal hasta el esfuerzo de cedencia del material compuesto en su dirección transversal, después, la pendiente de las curvas disminuye rápidamente hasta hacerse horizontal y entonces el material compuesto se deforma plásticamente a esfuerzo aproximadamente constante hasta que ocurre la ruptura. Es difícil determinar con certeza si el esfuerzo de cedencia en la dirección transversal del material compuesto coincide con el esfuerzo de cedencia de la matriz ya que la geometría de empaquetamiento de las fibras dentro de la matriz

es aleatoria; de acuerdo al modelo que asume una geometría de empaquetamiento cuadrado, el esfuerzo de cedencia del material compuesto es menor al esfuerzo de cedencia de la matriz.

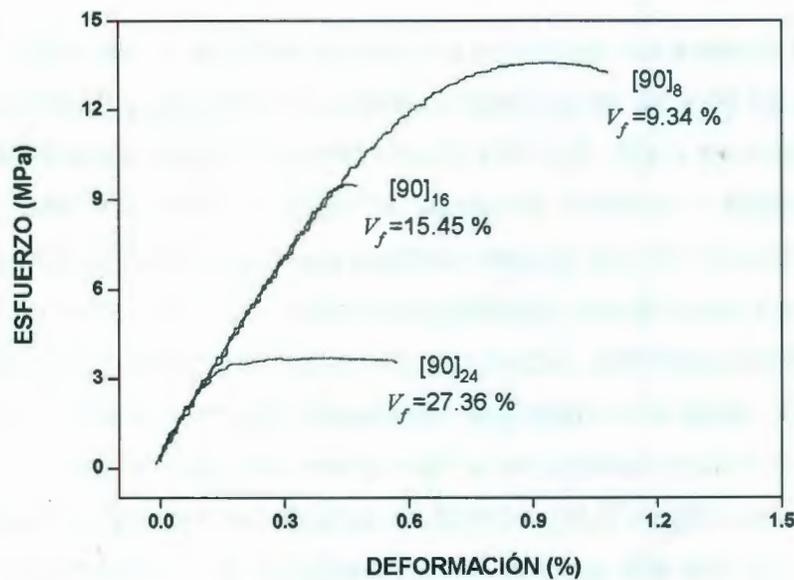


Figura 3.13 Curvas esfuerzo-deformación típicas de las probetas a 90°.

A diferencia de la dirección longitudinal en que las propiedades del material compuesto son gobernadas por las propiedades de la fibra, los resultados obtenidos de la caracterización mecánica de las probetas a 90° sugieren que en la dirección transversal las propiedades del material compuesto PP/Twaron son gobernadas por las propiedades de la matriz, por las propiedades de la interfase fibra/matriz y por la geometría de empaquetamiento de las fibras dentro de la matriz.

3.4 Análisis micromecánico de las propiedades a cortante del material compuesto PP/Twaron

3.4.1 Módulo cortante G_{12}^{mc}

La figura 3.14 muestra los resultados del módulo cortante G_{12} en función de la fracción volumen de fibra de las probetas $[0_4/90_8/0_4]$, $[0_8/90_{16}/0_8]$ y $[0_{12}/90_{24}/0_{12}]$ con fracciones volumen de 9.4 %, 16.8 % y 23.9 % respectivamente, determinados a partir de las pruebas a cortante losipescu. El módulo cortante teórico está representado en la figura 3.14 con la línea continua que fue construida usando la ecuación 1.5 en la que los módulos cortantes de la matriz y de la fibra fueron 0.57 GPa y 42.19 GPa respectivamente, ambos calculados con la ecuación 2.2; puesto que esta ecuación es válida para materiales isotrópicos, sólo proporciona un valor de referencia para el módulo cortante de la fibra que es un material anisotrópico. Como puede observarse (figura 3.14), el módulo cortante del material compuesto PP/Twaron es un poco más alto que los valores predichos por el modelo; lo cual está de acuerdo con lo publicado en la literatura (el módulo cortante estimado con el modelo de mecánica de materiales es menor que el módulo cortante experimental³⁷). La línea de tendencia ajustada a los datos experimentales es descrita por la ecuación $G_{12}^{mc} = 0.6e^{1.25V_f}$; esta ecuación puede ser útil para estimar el módulo cortante del material compuesto PP/Twaron en el intervalo de fracción volumen de fibra de de 0.1 a 0.3 aproximadamente.

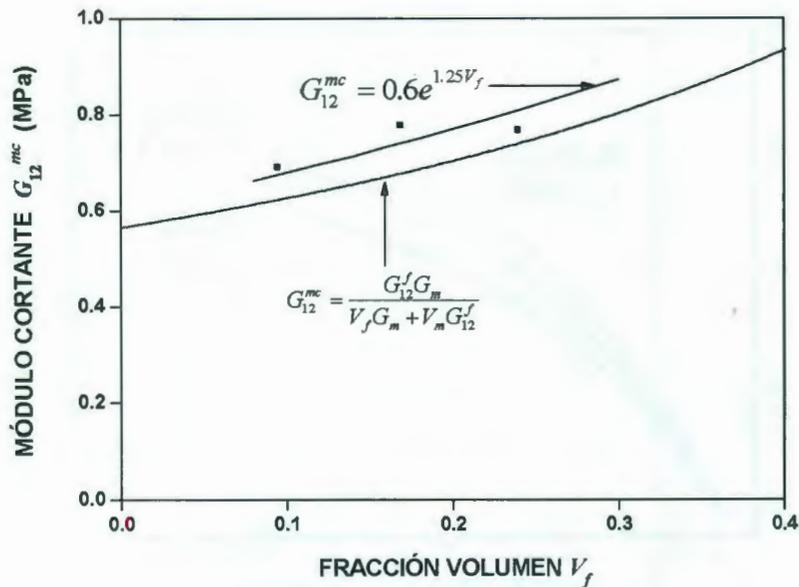


Figura 3.14 Comparación entre los resultados experimentales (losipescu) y el modelo de mecánica de materiales para el módulo cortante del material compuesto PP/Twaron.

3.4.2 Curvas esfuerzo-deformación y resistencia a cortante

La figura 3.15 muestra la parte inicial de las curvas esfuerzo-deformación a cortante típicas de los materiales compuestos PP/Twaron construidas a partir de las pruebas a cortante losipescu con los datos de deformación de las rosetas ± 45 ; estas curvas sirvieron para calcular la variación del módulo cortante G_{12} del material compuesto PP/Twaron en función de su fracción volumen de fibra; sólo se obtuvieron los datos para generar la parte inicial de las curvas hasta aproximadamente 3 % de deformación angular, ya que éste fue el límite de lectura del indicador de deformaciones marca VISHAY modelo P3 para el factor de galga proporcionado.

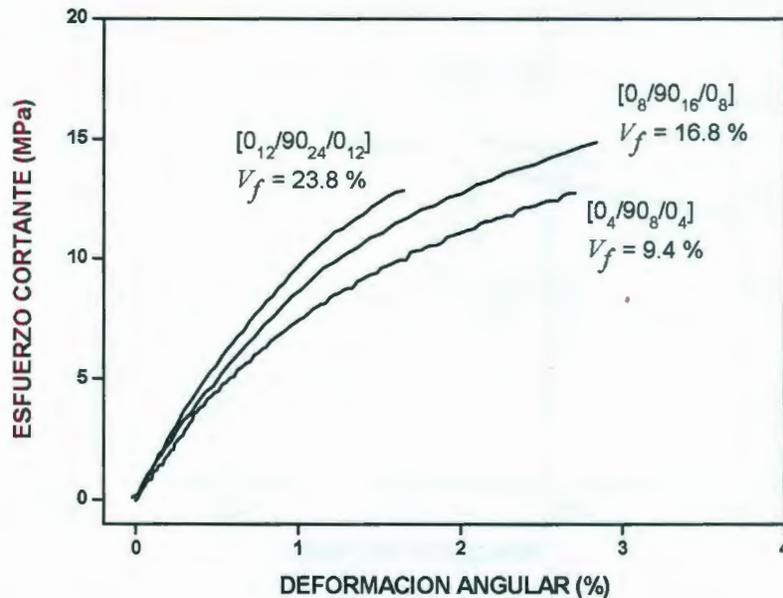


Figura 3.15 Curvas esfuerzo-deformación a cortante (losipesco) de los materiales compuestos PP/Twaron generados con los datos de las rosetas de deformación y que sirvieron para calcular el módulo cortante de las probetas.

Las pruebas a cortante losipesco no pudieron ser completadas hasta ruptura porque la deformación angular del material compuesto PP/Twaron es grande y las piezas del marco de prueba chocan con la probeta antes de que se produzca la ruptura del material. La norma ASTM D-5379 para pruebas a cortante losipesco de materiales compuestos establece que en este caso la prueba puede ser detenida, y en vez de reportar los datos de falla a cortante del material compuesto, se debe reportar la resistencia a una deformación angular máxima de 5 %; ya que cuando la deformación es grande, las fibras cambian de orientación y el estado esfuerzo-deformación a cortante ya no corresponde al plano 1-2 de un material compuesto unidireccional. Bajo esfuerzo cortante, la deformación lineal está relacionada con la deformación angular⁷ por la ecuación $\gamma_{12} = 2\varepsilon_{12}$ como se muestra en la figura 3.16.

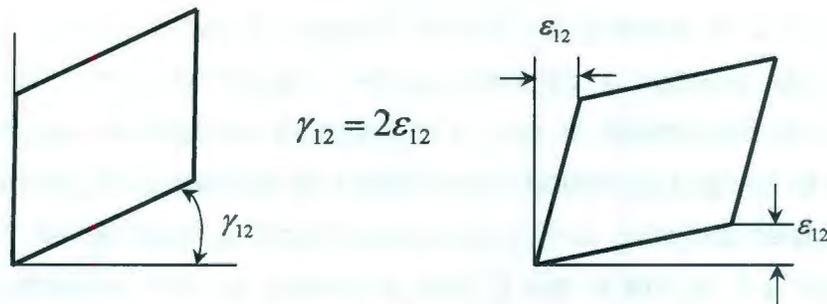


Figura 3.16 Relación entre deformación lineal y angular en esfuerzo cortante.

Puesto que se conoce la distancia entre las mordazas del marco de pruebas losipescu, es posible definir un elemento cuadrado sobre la probeta tal y como se muestra en la figura 3.17a y calcular la deformación lineal de la probeta igual a $2\epsilon_{12}$ a partir de los datos de desplazamiento del cabezal y que corresponde a la deformación angular. Una forma alternativa de relacionar la deformación angular del elemento cuadrado con los datos de desplazamiento del cabezal es la ecuación $\tan \gamma_{12} \approx \gamma_{12}$ como se indica en la figura 3.17b.

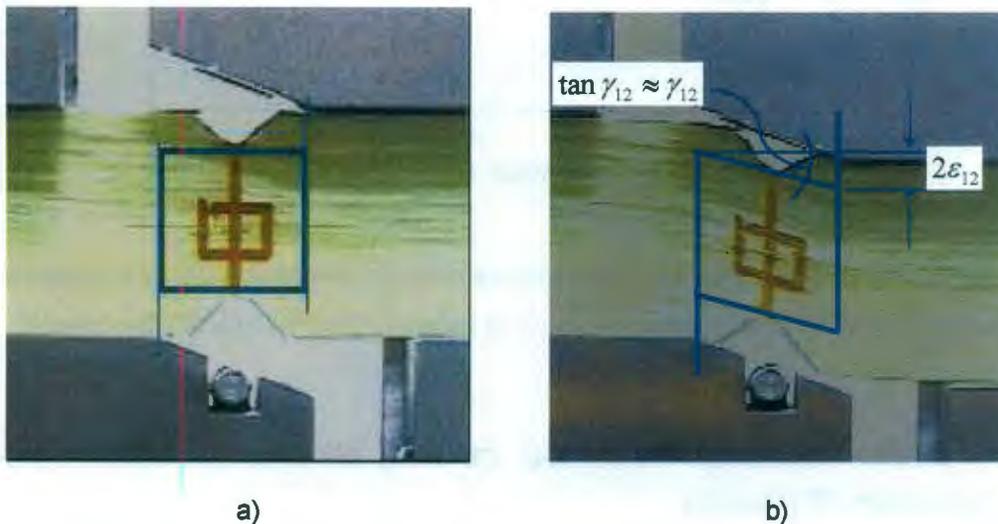


Figura 3.17 Pruebas a cortante losipescu.
a) antes de la prueba, b) después de la prueba.

La figura 3.18 muestra las curvas esfuerzo cortante contra deformación angular de las pruebas a cortante losipescu construidas con los datos de desplazamiento del cabezal. Si bien la precisión de los datos de desplazamiento del cabezal es menor a la precisión de los datos de las rosetas de deformación, es posible constatar con estas curvas que la deformación angular de las probetas es mucho mayor a 5 %, por lo que la falla a cortante de este material puede ser definida para una deformación angular de 5 % para todas las fracciones volumen estudiadas.

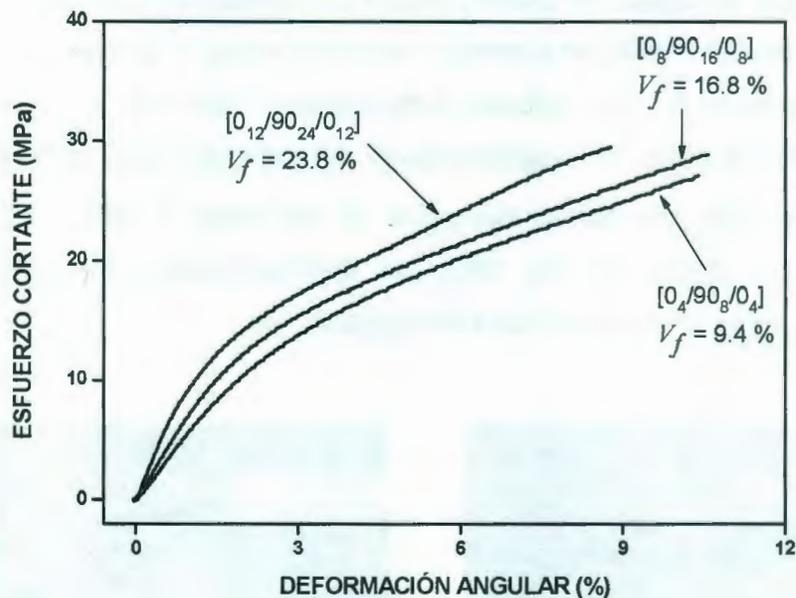


Figura 3.18 Curvas esfuerzo-deformación a cortante (losipescu) de los materiales compuestos PP/Twaron generados con los datos de desplazamiento del cabezal.

3.5 Modelado macromecánico del módulo elástico y resistencia de laminados PP/Twaron

La tabla 3.2 presenta el módulo elástico efectivo y esfuerzo último en la dirección de aplicación de carga de laminados PP/Twaron que han sido

caracterizados en estudios anteriores⁵⁷⁻⁶⁰. Estos materiales fueron tomados como referencia para comparar con el comportamiento de los modelos desarrollados en el presente trabajo: Las ecuaciones encontradas experimentalmente para describir las propiedades ortotrópicas del material compuesto PP/Twaron (secciones 3.2 a 3.4) fueron usadas para calcular las propiedades ortotrópicas de materiales compuestos unidireccionales con las fracciones volumen de fibra equivalentes a las de los laminados previamente estudiados (tabla 3.2). Posteriormente, las propiedades ortotrópicas fueron usadas junto con las ecuaciones 1.46 y 1.50 para calcular respectivamente el módulo elástico y la resistencia teóricos de los laminados.

Tabla 3.2 Propiedades de laminados caracterizados en estudios anteriores⁵¹⁻⁵⁴.

Laminado	Secuencia de apilamiento	Módulo elástico (GPa)	Esfuerzo último (MPa)	Fracción volumen (%)	Referencia
1	[45]	2.5	30	6.80	57
2	[90/±45/0/∓45/90]	2.81	55	7.02	57
3	[90/±45/0] _S	3.06	56	6.35	57
4	[±45]	1.92	55	5.82	57
5	[±45] _S	3.01	80	7.67	57
6	[±45] _{2S}	2	55	6.96	57
7	[45] ₅	2.26	18.8	8.42	58
8	[±43] _{2S}	2.68	72	9.00	58
9	[±45/0/±45/0/±45]	3.91	78	6.07	58
10	[±45/0/±45/0/±45] ₂	5.32	79.2	7.00	58
11	[±45/0/±45/0/±45] ₃	6.01	90.1	9.19	58
12	[±45] _{2S}	2.7	71	9.80	59
13	[±45] _{6S}	2.55	81	11.70	59
14	[(0/±45/0) _S] ₃	5.75	140.2	11.00	60

La figura 3.19 muestra la comparación entre los módulos elásticos experimentales y teóricos de los laminados. En general, los resultados experimentales son aproximados con las predicciones teóricas. La mayor

discrepancia se observa para los laminados 10 y 11, sin embargo, esta discrepancia podría atribuirse a alguna deficiencia en el procedimiento experimental al momento de medir el módulo elástico de estos laminados con el extensómetro. Es posible concluir a partir de los resultados presentados en la figura 3.19 que el módulo elástico de laminados PP/Twaron con diferentes secuencias de apilamiento puede ser modelado correctamente usando las propiedades ortotrópicas del material compuesto unidireccional (determinadas experimentalmente) y la ecuación 1.46 derivada de la teoría clásica de laminación.

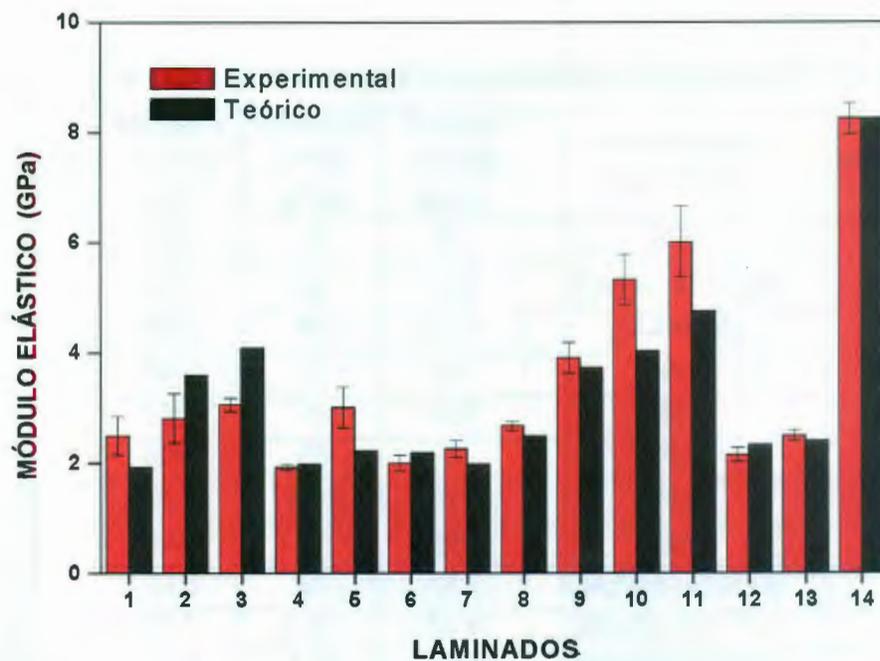


Figura 3.19 Comparación entre el módulo elástico teórico y experimental de laminados PP/Twaron con diferentes secuencias de apilamiento.

La figura 3.20 muestra la comparación entre la resistencia experimental y teórica de los laminados. También es posible concluir a partir de esta figura que la resistencia de laminados PP/Twaron con diferentes secuencias de apilamiento puede ser modelada adecuadamente usando las propiedades ortotrópicas del

material compuesto unidireccional (determinadas experimentalmente) y la teoría clásica de laminación en combinación con el criterio de falla de esfuerzo máximo.

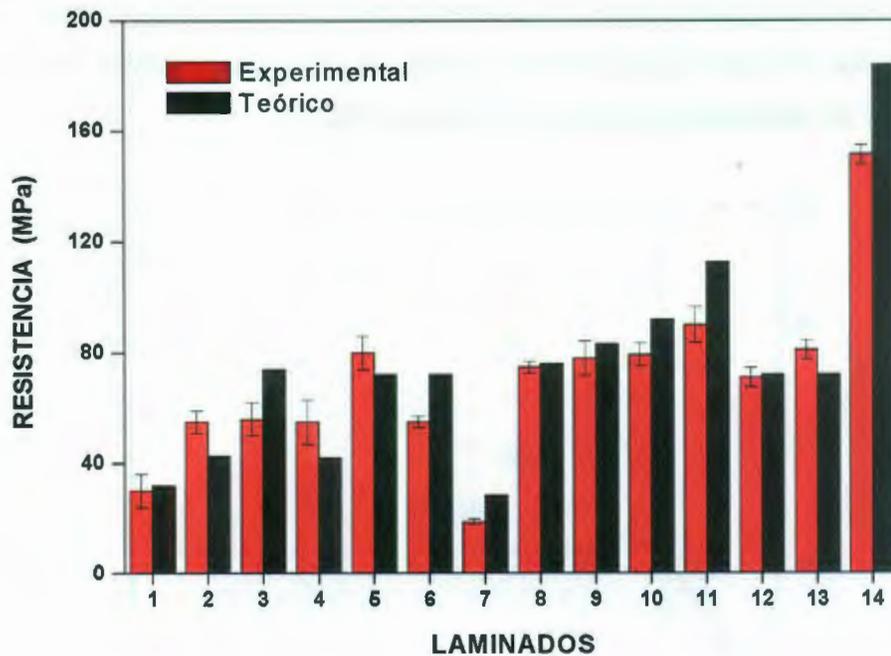


Figura 3.20 Comparación entre la resistencia teórica y experimental de laminados PP/Twaron con diferentes secuencias de apilamiento.

3.6 Análisis macromecánico de plasticidad y daño en laminados PP/Twaron

3.6.1 Curvas a tensión monotónica

La figura 3.21 muestra las curvas típicas esfuerzo-deformación de los laminados unidireccionales $[24]_5$, $[33]_5$, $[45]_5$ y $[90]_5$ que fueron ensayados a tensión monotónica hasta ruptura. Estas curvas fueron construidas con los datos de desplazamiento del cabezal (no se pegaron galgas a las probetas), pues el propósito de estas pruebas monotónicas solamente fue conocer el esfuerzo último de cada tipo de laminado y seleccionar los niveles de esfuerzo (tabla 2.5) que posteriormente fueron aplicados en las pruebas cíclicas para el estudio de

plasticidad y daño del material compuesto PP/Twaron. La resistencia de las probetas depende de la orientación de las fibras, siendo las probetas $[90]_5$ las que fallaron primero; conforme el ángulo entre la orientación de las fibras y la aplicación de la carga es menor, la resistencia de las probetas aumenta, siendo en este caso las probetas $[24]_5$ las que alcanzaron la mayor resistencia entre los cuatro tipos de laminados mostrados en la figura 3.21.

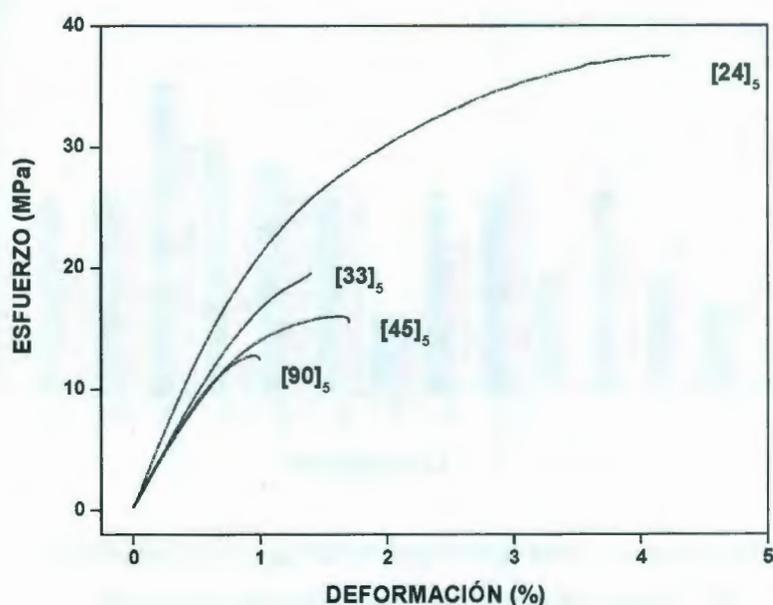


Figura 3.21 Curvas típicas esfuerzo-deformación de los laminados unidireccionales $[24]_5$, $[33]_5$, $[45]_5$ y $[90]_5$.

La figura 3.22 muestra las curvas típicas esfuerzo-deformación del laminado unidireccional $[0]_5$ y de los laminados $[\pm 45]_5$ y $[\pm 45]_{2S}$ ensayados a tensión monotónica hasta ruptura. Las curvas de la figura 3.22, construidas con los datos de desplazamiento del cabezal, muestran que las propiedades de los laminados $[\pm 45]_5$ y $[\pm 45]_{2S}$ son similares, de modo que las pruebas de plasticidad fueron completadas sólo con las probetas $[\pm 45]_{2S}$ por lo que las probetas $[\pm 45]_5$ no son mencionadas en lo sucesivo.

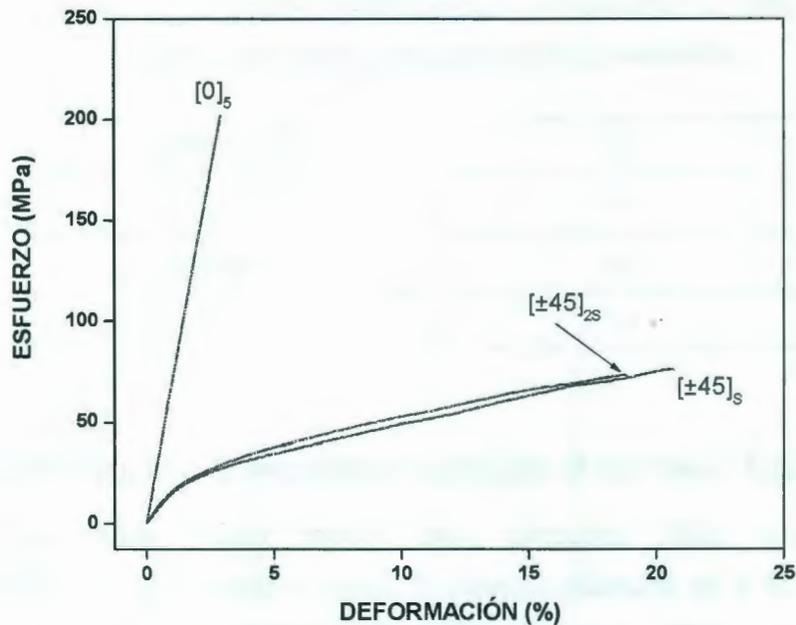


Figura 3.22 Curvas típicas esfuerzo-deformación de los laminados [0]₅, [±45]_S y [±45]_{2S}.

3.6.2 Constantes elásticas para el modelado de plasticidad y daño

La tabla 3.3 presenta las propiedades elásticas promedio en las direcciones de ortotropía de un material compuesto unidireccional PP/Twaron, las cuales fueron empleadas para el estudio de plasticidad y daño de los laminados. El módulo elástico longitudinal y la razón de Poisson fueron calculados usando los datos de deformación de las galgas en el primer ciclo de carga de las pruebas cíclicas a tensión de las probetas [0]₅; el módulo elástico transversal fue calculado de la misma manera con los datos de las probetas [90]₅ y el módulo cortante fue también calculado de la misma manera usando los datos de las probetas [±45]_{2S} y la siguiente ecuación:

$$G_{12} = \frac{\sigma_x}{2(\varepsilon_x - \varepsilon_y)} \quad (3.1)$$

Tabla 3.3 Constantes elásticas para el estudio de plasticidad y daño del material compuesto polipropileno/Twaron.

E_1	13.47 GPa
E_2	2.16 GPa
G_{12}	0.82 GPa
ν_{12}	0.42

3.6.3 Plasticidad y daño en la dirección transversal del material compuesto

La figura 3.23 presenta una curva típica esfuerzo-deformación correspondiente a las pruebas cíclicas (6 ciclos) a tensión de las probetas $[90]_5$. En cada ciclo de carga, el módulo elástico instantáneo es menor que el módulo elástico instantáneo del ciclo anterior, lo que sugiere la generación de daño en el material compuesto. La presencia de deformación plástica durante la prueba cíclica a tensión es revelada por el incremento progresivo ciclo a ciclo de la deformación permanente del material compuesto; esta deformación plástica en la dirección transversal del material compuesto seguramente es debida a deformación plástica de la matriz, aunque el desprendimiento gradual de la interfase fibra/matriz también puede contribuir en menor medida a la deformación plástica observada en el material compuesto. Aun cuando la matriz es capaz de sufrir una gran deformación plástica antes de fallar, el material compuesto presenta una deformación plástica pequeña de aproximadamente 0.09 % en el último ciclo de descarga; los bajos niveles de esfuerzo y deformación últimos de estas probetas probablemente son promovidos por falla de la interfase fibra/matriz y por la distribución aleatoria de las fibras dentro de la matriz (tal y como fue discutido en la sección 3.3.2).

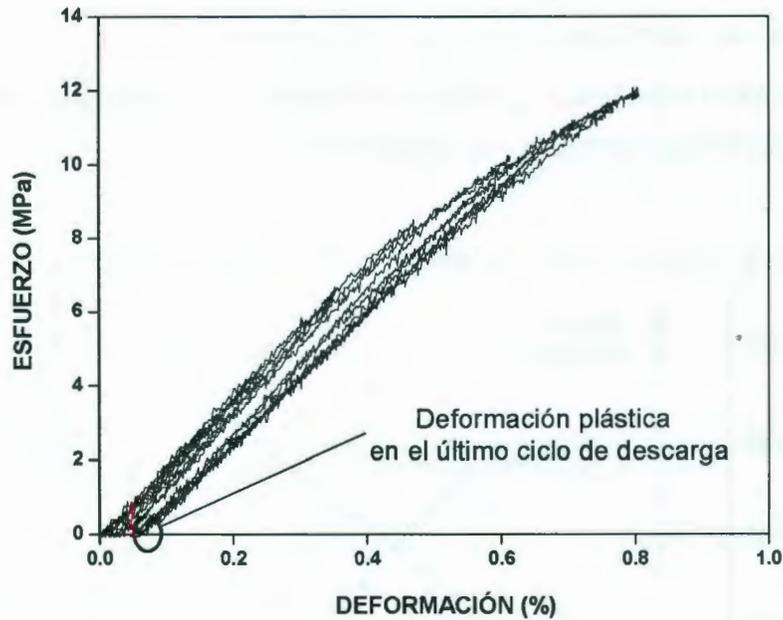


Figura 3.23 Curva esfuerzo-deformación típica de la prueba cíclica de las probetas [90]₅.

La figura 3.24 muestra la evolución del daño en la dirección transversal del material compuesto PP/Twaron. Esta figura fue construida usando los parámetros d' y $\sqrt{Y_{d'}}$, medidos durante las pruebas cíclicas a tensión de las probetas [90]₅. El proceso de daño y falla de materiales compuestos es especialmente complejo, en consecuencia, los datos experimentales muestran cierta dispersión. La regresión lineal de los datos experimentales describe una ley de evolución de daño transversal, dada por:

$$d' = 0.4608\sqrt{Y_{d'}} - 0.0115 \quad (3.2)$$

Comparando la ecuación 3.2 con la ecuación 1.72b se puede probar que:

$$\frac{b\sqrt{b}}{\sqrt{Y_c}} = 0.4608 \text{ MPa}^{-1/2} \quad (3.3)$$

$$\frac{b\sqrt{Y_0}}{\sqrt{Y_c}} = 0.0115 \quad (3.4)$$

La completa identificación de los parámetros b , Y_0 y Y_c requiere la determinación de la constante b y resolver el sistema de las ecuaciones 3.3 y 3.4. Este procedimiento se presenta en la sección 3.6.5.

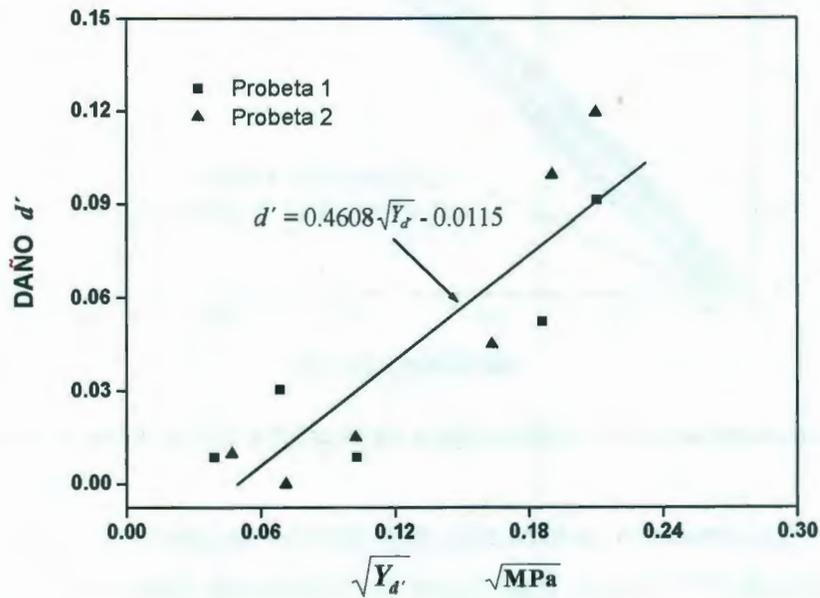


Figura 3.24 Ley de evolución de daño transversal del material compuesto PP/Twaron.

La función de endurecimiento en la dirección transversal del material compuesto puede determinarse a partir de los datos de las pruebas cíclicas a tensión de los laminados $[90]_5$, graficando el esfuerzo efectivo $\tilde{\sigma}_2$ contra la deformación plástica acumulada p .

Para encontrar la deformación plástica acumulada usamos la ecuación 1.73 de la que obtenemos que:

$$\frac{\sigma_2}{(1-d')} \dot{\epsilon}_2^p = \sigma_2 \dot{\epsilon}_2^p$$

$$\dot{\epsilon}_2^p = \dot{\epsilon}_2^p (1-d') \quad (3.5)$$

Comparando la ecuación 3.5 con la ecuación 1.75b podemos encontrar que:

$$p = \varepsilon_2^p(1 - d') \quad (3.6)$$

La figura 3.25 muestra la relación entre la deformación plástica acumulada $p = \varepsilon_2^p(1 - d')$ y el esfuerzo efectivo $\tilde{\sigma}_2$ necesario para producir deformación plástica en los laminados $[90]_5$. La regresión lineal de los datos experimentales (ecuación 3.7) describe la curva de endurecimiento en la dirección transversal del material compuesto PP/Twaron.

$$\tilde{\sigma}_2 = 3.78 + 16101p \quad (3.7)$$

La ordenada al origen en la figura 3.25 es $R_0 = 3.78$ MPa y corresponde al esfuerzo de cedencia inicial en la dirección transversal del material compuesto unidireccional, mientras que $R(p) = 16101p$ describe la función de endurecimiento por deformación plástica del material en su dirección transversal con coeficiente $H = 16101$ MPa y exponente $\beta = 1$ (ver ecuación 1.63).

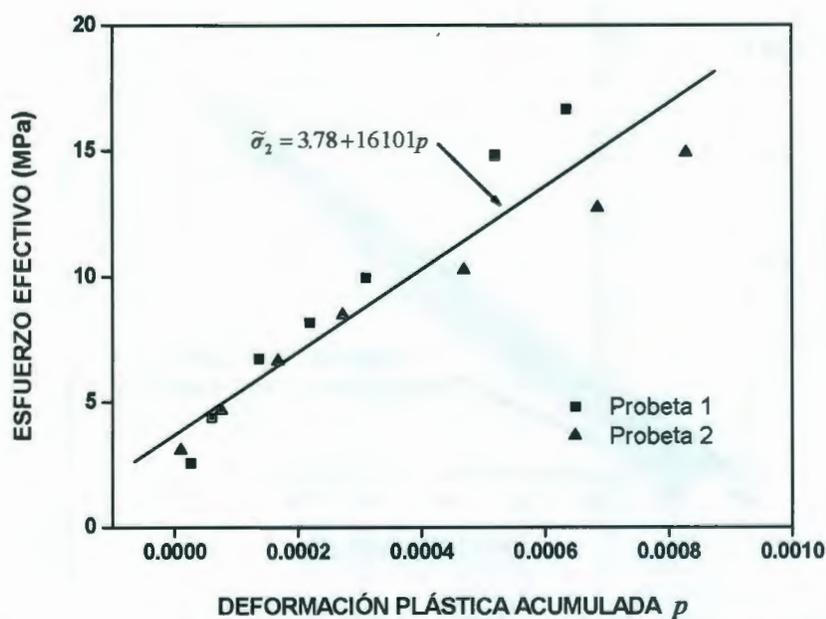


Figura 3.25 Curva de endurecimiento en la dirección transversal del material compuesto PP/Twaron.

3.6.4 Plasticidad y daño en la dirección longitudinal del material compuesto

La figura 3.26 presenta una curva típica esfuerzo-deformación longitudinal generada con las pruebas cíclicas a tensión de las probetas $[0]_5$. El modelo de Ladeveze no considera deformación plástica en la dirección longitudinal del material compuesto, sin embargo, estos laminados presentaron una deformación plástica pequeña en el último ciclo de descarga de aproximadamente 0.2 % que incluso es mayor que la observada en su dirección transversal. Los niveles de deformación plástica longitudinal y transversal observados en el material compuesto PP/Twaron son pequeños, pues para materiales que no exhiben una relación esfuerzo-deformación lineal y en los que es difícil identificar el esfuerzo de cedencia, éste se acostumbra situar a una deformación plástica de 0.2 % ⁴⁴.

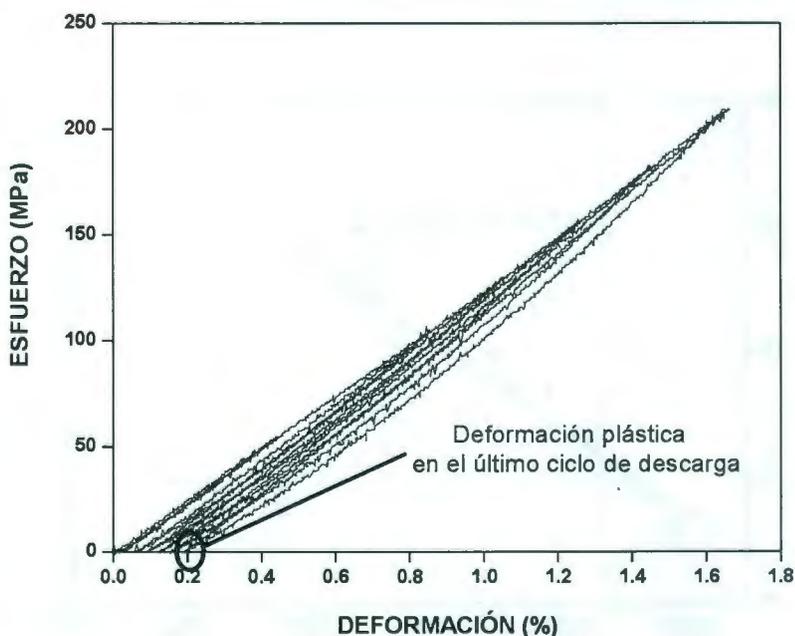


Figura 3.26 Curva esfuerzo-deformación típica de la prueba cíclica de las probetas $[0]_5$.

El comportamiento plástico en la dirección longitudinal del material PP/Twaron es diferente al observado comúnmente en materiales compuestos de

matriz termofija y fibras frágiles, que generalmente exhiben una respuesta esfuerzo-deformación elástica hasta ruptura⁵⁶. La deformación plástica en la dirección longitudinal del material compuesto probablemente es causada por la plasticidad de las fibras de Twaron⁴⁶⁻⁴⁸ y por la naturaleza termoplástica de la matriz de polipropileno. Es muy probable que durante el proceso de carga en la dirección longitudinal, se generen fallas en la interfase fibra/matriz que también podrían contribuir a la plasticidad observada.

La figura 3.27 muestra la relación entre la deformación plástica acumulada $p^f = \varepsilon_1^p$ y el esfuerzo σ_1 necesario para producir deformación plástica en los laminados $[0]_5$. Esta figura fue construida con los datos de las tres probetas $[0]_5$, la regresión lineal de los datos experimentales describe la curva de endurecimiento en la dirección longitudinal del material compuesto PP/Twaron:

$$\sigma_1 = 48.24 + 92226 p^f \quad (3.8)$$

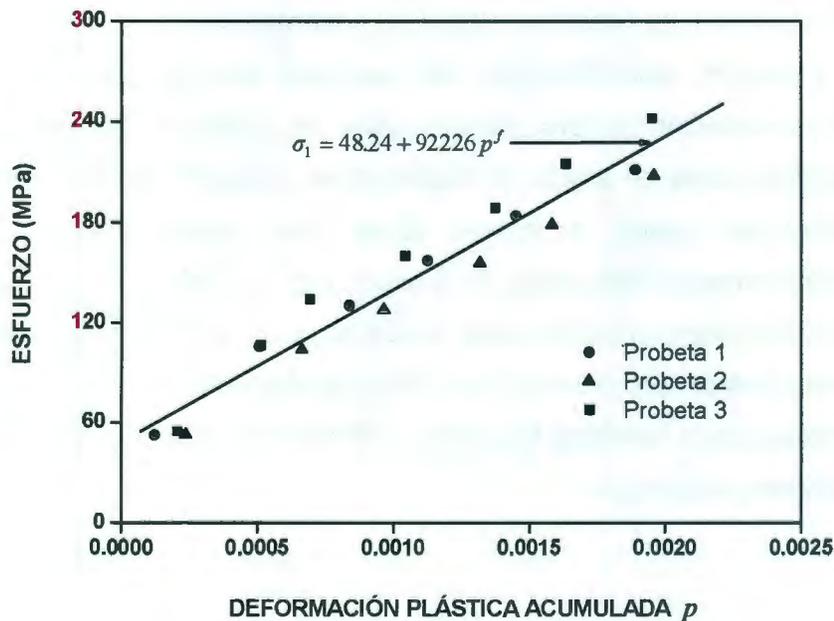


Figura 3.27 Curva de endurecimiento en la dirección longitudinal del material compuesto PP/Twaron.

La ordenada al origen en la figura 3.27 es $R_0^f = 48.24$ MPa y corresponde al esfuerzo de cedencia inicial en la dirección longitudinal del material compuesto; la función de endurecimiento por deformación plástica en la dirección longitudinal del material es descrita por la función $R^f(p^f) = 92226 p^f$.

La tabla 3.4 presenta los datos medidos en cada ciclo de carga y descarga de una probeta $[0]_5$. El módulo elástico no disminuyó, de modo que no hubo daño progresivo en la dirección longitudinal del material compuesto, es decir, el material compuesto falló súbitamente al alcanzar su esfuerzo último, por esta razón el parámetro de daño aparente fue cero en todos los ciclos; este comportamiento de falla es típico en la dirección longitudinal de materiales compuestos⁵⁶. En cada ciclo de la prueba a tensión, conforme la deformación plástica $\varepsilon_1^{p,i}$ aumentó, también lo hizo el módulo instantáneo $E_{1,d}^i$, revelando una ligera rigidización del material compuesto. Este efecto ha sido observado antes^{46-48,61,62} y podría ser originado por diferentes causas, por ejemplo, el mecanismo de alineamiento molecular de las fibras de aramida, o bien la reorientación de los planos grafiticos en fibras de carbón; pero también son posibles efectos geométricos, como estiramiento y orientación de fibras desalineadas. En cualquier caso, la rigidización ha sido reportada como un efecto no disipativo de energía⁶³ porque la carga y la descarga coinciden sobre la misma curva. Las curvas cíclicas esfuerzo-deformación del material compuesto PP/Twaron (figura 3.26) muestran que en los últimos ciclos, las trayectorias de carga y descarga no coinciden exactamente, lo que podría ser considerado como un bajo nivel de disipación, originado tal vez por la ruptura gradual de la interfase fibra/matriz del material compuesto o por fricción entre las cadenas poliméricas.

Tabla 3.4 Datos para el modelado de plasticidad y daño obtenidos de una probeta [0]₅.

Probeta [0] ₅	Probeta 1 con $E_1 = 13.36$ GPa			
Ciclo i	σ_1^i (MPa)	ε_1^i	$\varepsilon_1^{P,i}$	$E_{1,d}^i$ (GPa)
1	52.4	0.0037	0.000122	13.33
2	105.6	0.0078	0.000508	13.41
3	130.2	0.00988	0.000839	13.68
4	157.2	0.01188	0.001126	13.41
5	183.9	0.0142	0.001451	13.86
6	211.4	0.0151	0.001891	14.49

La función de rigidización en la dirección longitudinal del material compuesto fue identificada graficando el módulo elástico instantáneo $E_{1,d}^i$ contra la deformación plástica acumulada p^f de los laminados [0]₅ como se muestra en la figura 3.28. El mejor ajuste para describir la línea de tendencia de los resultados experimentales fue la función exponencial dada por la ecuación 3.9 en la que la ordenada al origen $E_1 = 13.47$ GPa corresponde al módulo elástico longitudinal del material compuesto (tabla 3.3) y $0.0727e^{1610p^f}$ describe la función de rigidización longitudinal del material compuesto.

$$E_1 = 13.4 + 0.0727e^{1610p^f} \quad (3.9)$$

Esta función de rigidización fue incluida en el modelo modificado de plasticidad y daño de Ladeveze a fin de considerar su efecto en la respuesta esfuerzo-deformación no lineal de los laminados PP/Twaron.

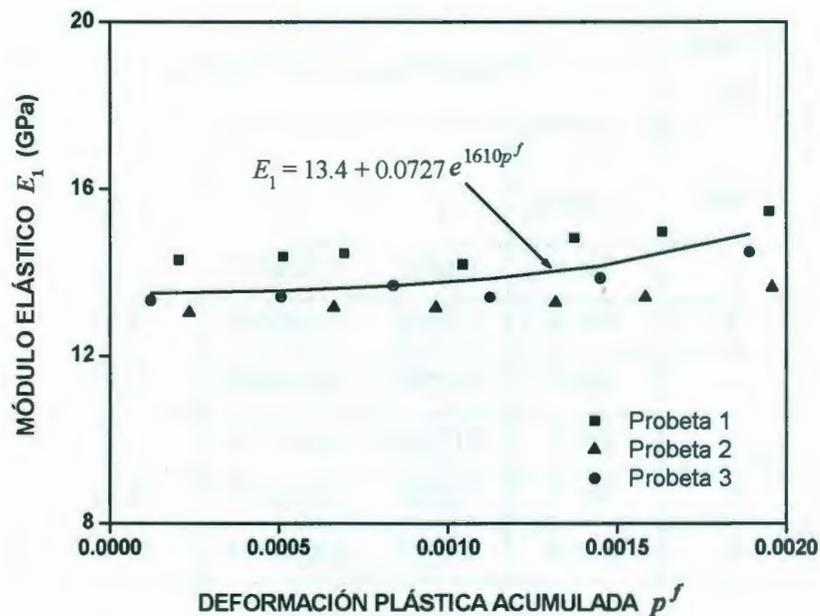


Figura 3.28 Rigidización longitudinal del material compuesto PP/Twaron.

3.6.5 Modelado de las curvas esfuerzo-deformación de los laminados PP/Twaron

Dos valores arbitrarios de las constantes a y b del modelo de Ladeveze fueron escogidos para construir una curva teórica esfuerzo-deformación del laminado $[\pm 45]_{2S}$ usando la ecuación 1.68. El parámetro a fue variado hasta encontrar el mejor ajuste con la curva experimental $\tilde{\sigma}_x$ vs $p = \epsilon_x^p(1 - d_x)$; mientras que el parámetro b fue usado para resolver las ecuaciones 3.3 y 3.4 y los valores obtenidos de Y_0 y Y_c fueron usados para construir una curva teórica d_x vs $\tilde{\sigma}_x$; el valor de b fue variado hasta encontrar los valores de b , Y_0 y Y_c que mostraron el mejor ajuste con la curva experimental d_x vs $\tilde{\sigma}_x$ del laminado. Siguiendo este procedimiento fueron encontrados los siguientes valores para los parámetros del modelo de Ladeveze: $a = 2.58$, $b = 1.5$, $Y_0 = 9.34 \times 10^{-4}$ MPa y $Y_c = 15.89$ MPa.

Las figuras 3.29 y 3.30 muestran respectivamente las relaciones σ_x vs $p = \varepsilon_x^p(1-d_x)$ y d_x vs $\tilde{\sigma}_x$ obtenidas de las pruebas cíclicas a los laminados $[\pm 45]_{2S}$.

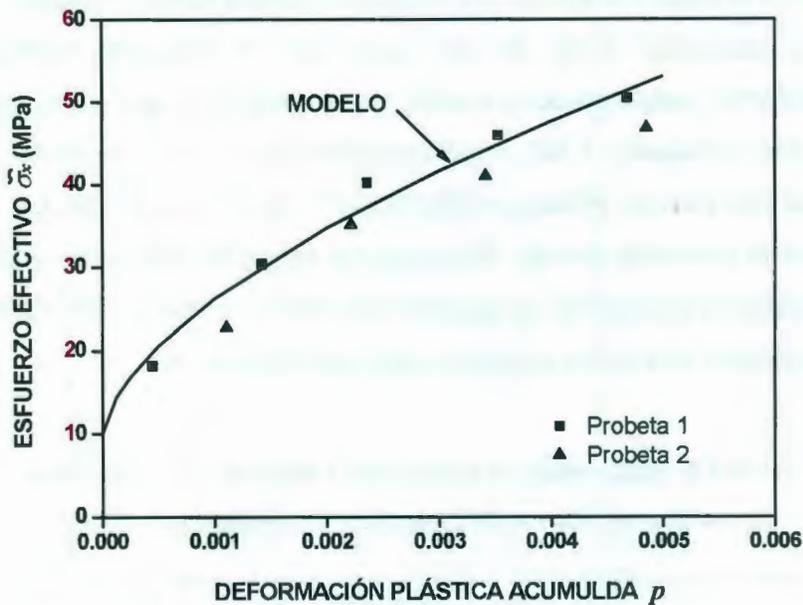


Figura 3.29 Esfuerzo efectivo vs Deformación plástica acumulada del laminado $[\pm 45]_{2S}$.

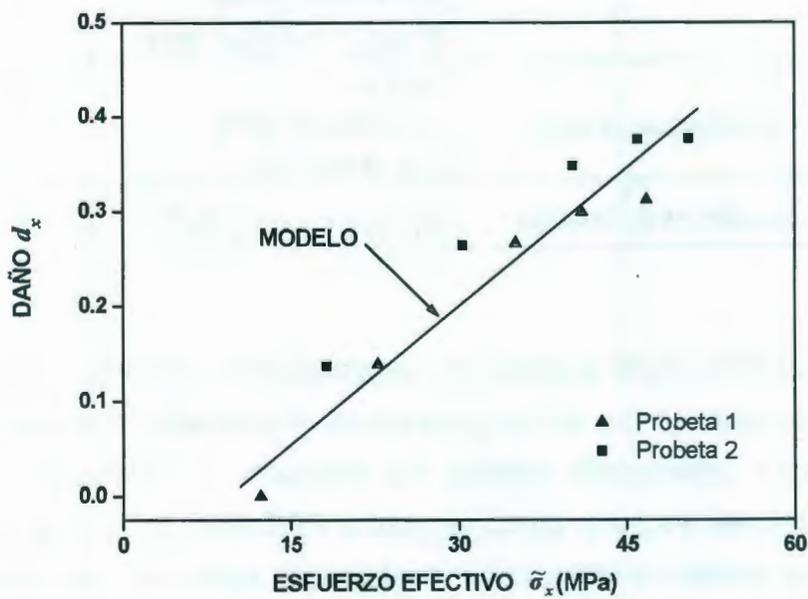


Figura 3.30 Evolución del daño a tensión del laminado $[\pm 45]_{2S}$.

La tabla 3.5 presenta los parámetros de plasticidad y daño identificados para el material compuesto PP/Twaron. Estos parámetros y las constantes elásticas presentadas en la tabla 3.3 fueron los datos de entrada para el modelo modificado de Ladeveze (ecuación 1.78), el cual junto con la ecuación constitutiva que describe la relación esfuerzo-deformación de un laminado que sufre deformación plástica y daño (ecuación 1.68) fueron programados en el software MATLAB⁶⁴ para modelar las curvas esfuerzo-deformación de cada uno de los laminados empleados en el presente estudio. El programa requiere solamente agregar como datos de entrada la secuencia de apilamiento del laminado y una deformación a aplicar para generar una curva esfuerzo-deformación teórica.

Tabla 3.5 Parámetros de plasticidad y daño identificados para el modelo modificado de Ladeveze de plasticidad y daño.

Parámetros de plasticidad:	$\alpha = 2.58$ $R_0 = 3.78 \text{ MPa}$ $R_0^f = 48.224 \text{ MPa}$ $R(p) = 16101p \text{ MPa}$ $R^f(p^f) = 92226p^f \text{ MPa}$
Parámetros de daño:	$b = 1.5$ $Y_0 = 9.34 \times 10^{-4} \text{ MPa}$ $Y_c = 15.89 \text{ MPa}$
Función de rigidización:	$E_1^i = 13.4 + 0.0727e^{1610p^f} \text{ GPa}$

Las figuras 3.31 a 3.36 muestran las comparaciones entre las curvas teóricas y las experimentales; el final de la curva teórica de descarga corresponde a la predicción de la deformación plástica del laminado. La respuesta esfuerzo-deformación no lineal a tensión de los laminados PP/Twaron [24]₅, [33]₅ y [45]₅ fue predicha por el modelo modificado de plasticidad y daño con una precisión de aproximadamente 80 %; por otra parte, las curvas y la deformación plástica

teóricas de los laminados $[0]_5$, $[90]_5$ y $[\pm 45]_{2S}$ (figuras 3.31 a 3.33) corresponden correctamente con las curvas experimentales debido a que los parámetros del modelo fueron determinados a partir de los datos medidos en estos laminados, sin embargo, las curvas experimentales de los laminados $[24]_5$, $[45]_5$ y $[33]_5$ (figuras 3.34 a 3.36) no coinciden con las curvas teóricas debido a que la deformación plástica experimental de estos laminados fue menor que su deformación plástica teórica, por lo que las curvas experimentales son menos inclinadas. Una inspección posterior a las muestras ensayadas permitió observar que el flujo de la matriz de polipropileno durante el proceso de moldeo ocasionó que las fibras de las capas externas de estos laminados se movieran, por lo que los laminados no eran estrictamente unidireccionales. El desalineamiento de las fibras ocasiona que el modelado de las propiedades de los laminados sea inexacto y explica la diferencia observada entre el modelo y los experimentos.

Aún cuando no era el objetivo principal de esta tesis, una gran parte del trabajo experimental fue invertida en establecer un proceso de moldeo para los laminados unidireccionales PP/Twaron, ya que el proceso utilizado inicialmente⁵⁷ para el moldeo de laminados multidireccionales demostró no ser útil para laminados unidireccionales debido a que la baja resistencia transversal del material compuesto y a la diferencia entre los coeficientes de expansión térmica del molde y de la matriz de polipropileno, los materiales compuestos unidireccionales se fracturaban durante su etapa de enfriamiento. El proceso de moldeo de los materiales compuestos unidireccionales PP/Twaron fue establecido con éxito, tal y como se describió en la sección 2.4, sin embargo, este proceso todavía es susceptible de ser optimizado desde la etapa de impregnación de las fibras, para obtener una fracción volumen de fibra homogénea de las preformas y en la etapa de moldeo, para garantizar el alineamiento correcto de las fibras en todas las capas de los laminados. Una vez que dicho proceso de fabricación sea establecido para proporcionar probetas de alta calidad para la investigación experimental, el modelado de las propiedades del material compuesto PP/Twaron tendrá una mayor confiabilidad y certidumbre.

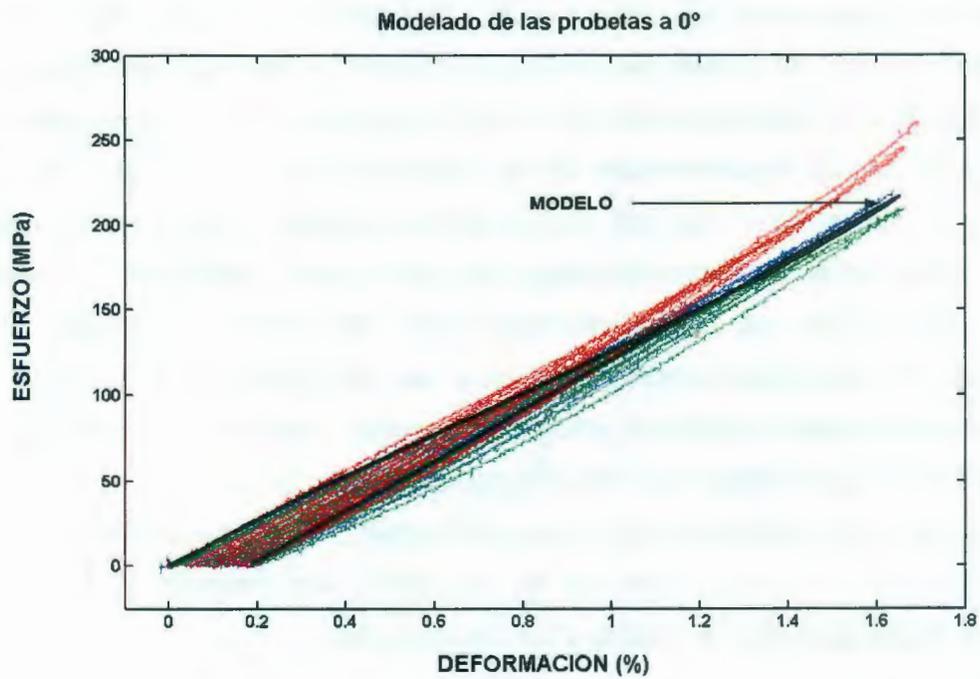


Figura 3.31 Resultado del modelado de los laminados $[0]_5$.

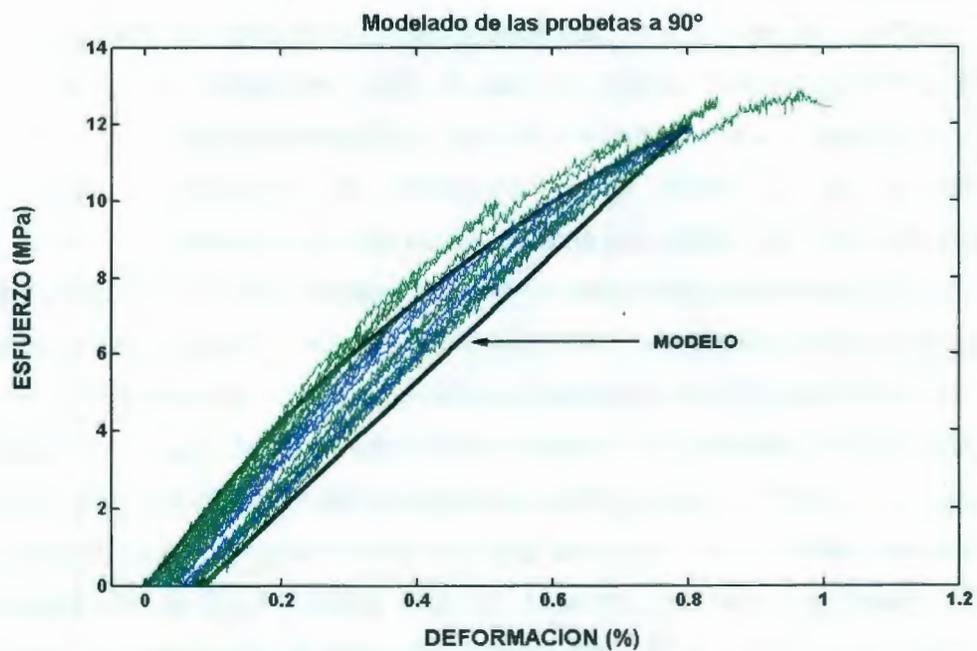


Figura 3.32 Resultado del modelado de los laminados $[90]_5$.

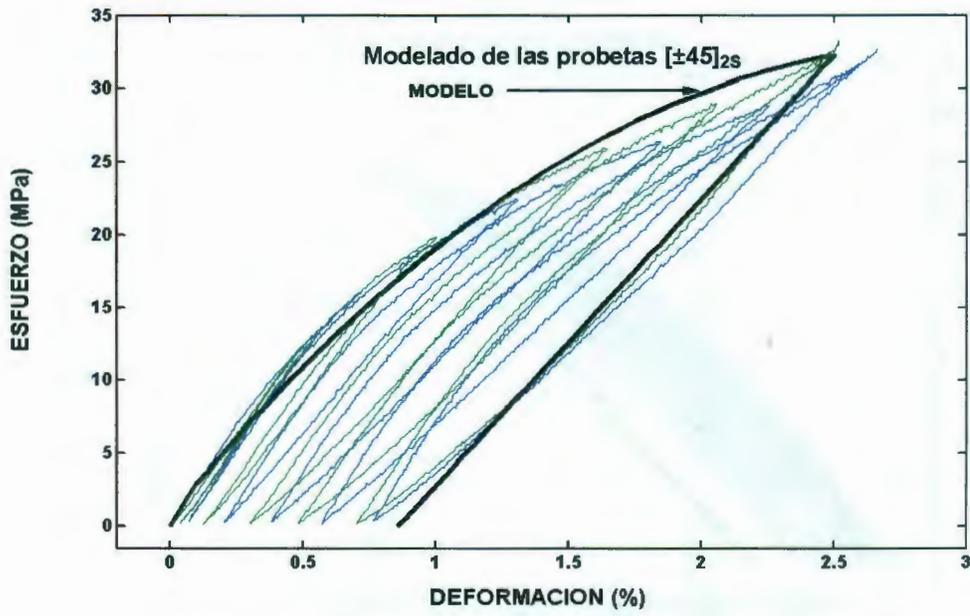


Figura 3.33 Resultado del modelado de los laminados $[\pm 45]_{2s}$.

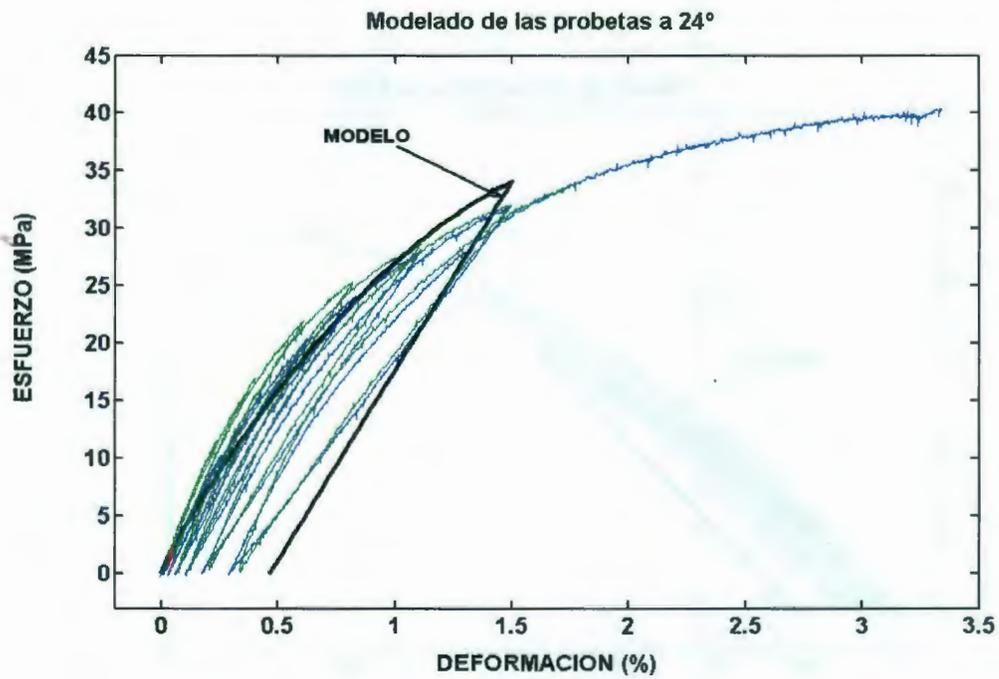


Figura 3.34 Resultado del modelado de los laminados $[24]_5$.

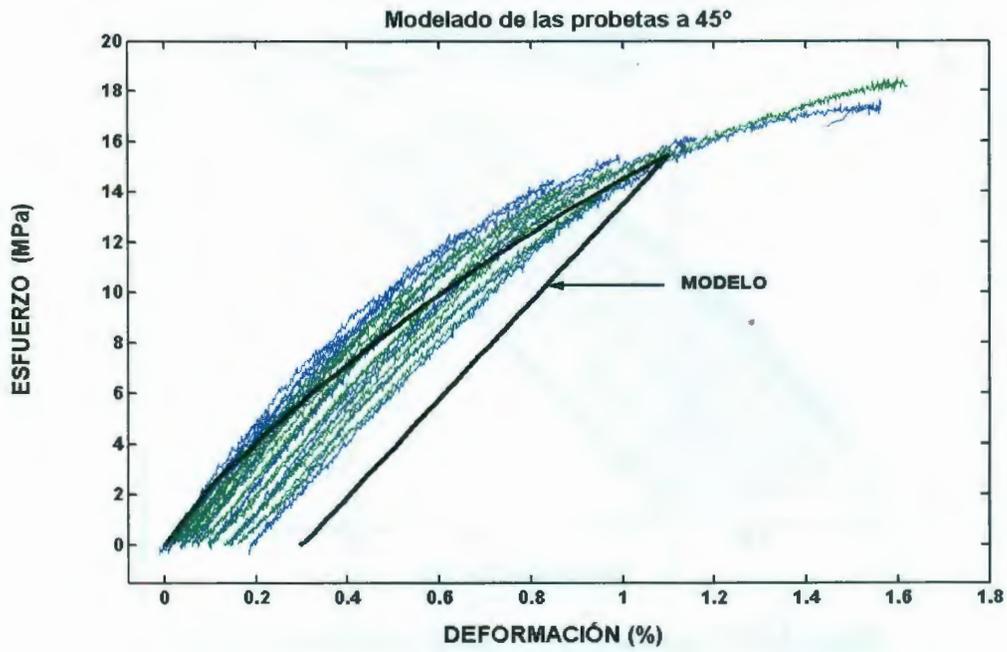


Figura 3.35 Resultado del modelado de los laminados [45]₅.

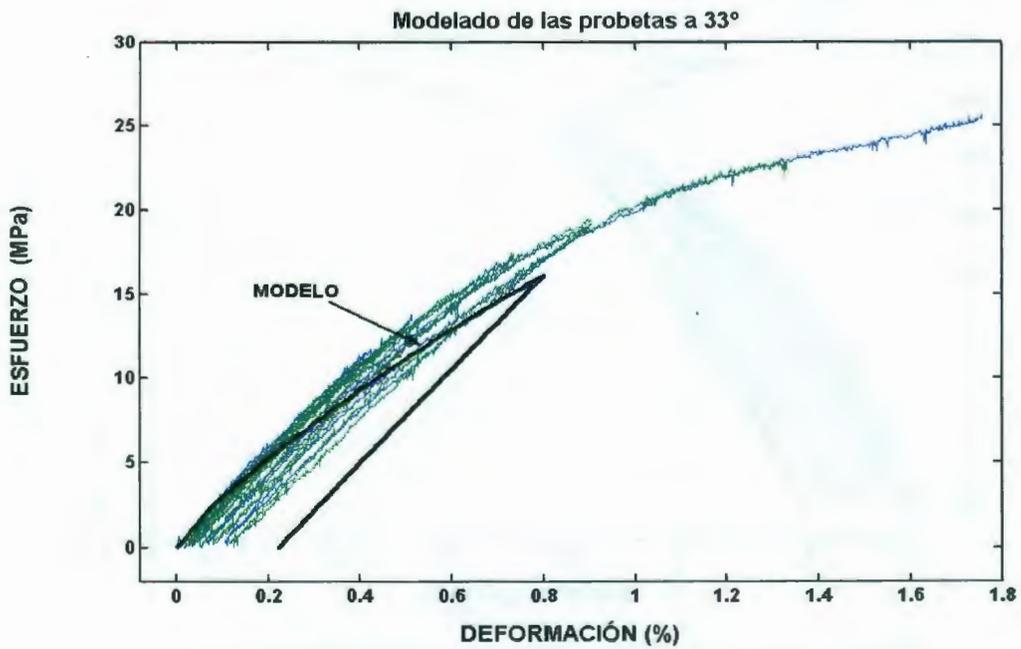


Figura 3.36 Resultado del modelado de los laminados [33]₅.

CONCLUSIONES

La respuesta mecánica a tensión del material compuesto PP/Twaron fue estudiada tanto a nivel micromecánico como macromecánico. El estudio micromecánico, basado en el modelo de mecánica de materiales, demostró que las propiedades elásticas del material termoplástico se comportan de manera similar a lo reportado comúnmente en la literatura para materiales compuestos termofijos. Es decir, basado en los módulos elásticos de la matriz y de las fibras, el modelo es capaz de predecir con bastante precisión tanto el módulo elástico longitudinal como el módulo elástico transversal del material compuesto unidireccional PP/Twaron.

Similarmente a lo reportado en la literatura para la mayoría de los materiales compuestos termofijos, el módulo a cortante del material compuesto unidireccional PP/Twaron fue un poco mayor que el estimado por el modelo de mecánica de materiales, debido a que el modelo no toma en cuenta el efecto de las contracciones de Poisson de los componentes del material compuesto.

El estudio micromecánico fue menos preciso para predecir la resistencia del material compuesto unidireccional; la resistencia longitudinal puede ser predicha con precisión sólo hasta una cierta fracción volumen de fibra de aproximadamente 17 %, ya que a fracciones volumen más altas la resistencia longitudinal es menor a las predicciones del modelo; en la dirección transversal la resistencia del material compuesto es menor a la predicción teórica. La baja resistencia del material compuesto puede ser atribuida a una baja adherencia interfacial fibra/matriz y a una distribución no homogénea de las fibras que genera concentraciones de esfuerzos en el material compuesto sobre todo cuando la cantidad de fibras es alta.

Las propiedades mecánicas de los materiales compuestos unidireccionales fueron definidas por ecuaciones derivadas del ajuste matemático de los datos experimentales. La obtención de estas ecuaciones corresponde al primer objetivo específico alcanzado de este trabajo ya que define de manera explícita las propiedades del material compuesto unidireccional PP/Twaron en función de la fracción volumen de fibra del material.

A nivel macromecánico, la teoría clásica de laminación en combinación con el criterio de falla de esfuerzo máximo, demostraron ser la herramienta adecuada para la predicción del módulo elástico efectivo y resistencia de laminados PP/Twaron con diferentes secuencias de apilamiento.

Por último, la respuesta esfuerzo-deformación no lineal a tensión de laminados PP/Twaron fue estudiada a nivel macromecánico con un modelo modificado de plasticidad y daño propuesto originalmente por Ladeveze. Este modelo semiempírico requiere determinar mediante pruebas experimentales los parámetros que gobiernan la respuesta elastoplástica y la evolución de daño del material compuesto unidireccional; posteriormente mediante la teoría clásica de laminación puede ser usado para modelar la respuesta esfuerzo deformación de laminados con cualquier secuencia de apilamiento de sus capas.

La modificación al modelo original fue hecha para tomar en cuenta la plasticidad en la dirección longitudinal del material compuesto termoplástico. Las curvas esfuerzo deformación de los laminados fueron estimadas con una precisión aproximada de 80 % con este modelo modificado debido a que su deformación plástica fue menor a las predicciones del modelo. El modelado preciso de las curvas esfuerzo-deformación de los laminados PP/Twaron requiere optimizar su proceso de fabricación pues se observó una ligera variación en la fracción volumen de las probetas, además de un desalineamiento de las fibras en las capas externas de los laminados, ocasionado por el flujo de la matriz durante la etapa de moldeo.

PERSPECTIVAS

En el presente trabajo de tesis se demostró la viabilidad de modelar las propiedades elásticas, resistencia y comportamiento esfuerzo-deformación de laminados PP/Twaron. Los siguientes aspectos pueden ser considerados como áreas de oportunidad en el estudio subsecuente de las propiedades de este material compuesto:

- Optimizar el proceso de moldeo de los laminados en cuanto al alineamiento de las fibras en las capas unidireccionales y en cuanto al control de la fracción volumen de los componentes del material compuesto, a fin de obtener probetas con un alto control de calidad que generen resultados experimentales con poca desviación estándar y brinden mayor certidumbre en el modelado.
- Mejorar la interfase fibra/matriz realizando tratamiento a la superficie de las fibras de Twaron para mejorar la resistencia del material compuesto.
- Desarrollar un modelo micromecánico que tome en cuenta la calidad de la interfase para predecir las propiedades elásticas y resistencias del material compuesto unidireccional.
- Desarrollar una metodología para predecir los parámetros de plasticidad y daño del material compuesto unidireccional en función de la fracción volumen de fibra, ya que el modelo de Ladeveze fue desarrollado para una fracción volumen de fibra específica.

BIBLIOGRAFÍA

1. C.C. Chamis; G.P. Sendeckyj, Critique on theories predicting thermoelastic properties of fibrous composites, *Journal of composite materials* **2**, 332-358, 1968.
2. Z. Hashin, Analysis of properties of fiber composites with anisotropic constituents, *Journal of applied mechanics* **46**, 543-550, 1979.
3. Z. Hashin, Analysis of composite materials - A survey, *Journal of applied mechanics* **50**, 481-505, 1983.
4. J.C. Halpin en *Primer on composite materials analysis*, Second edition, Technomic Publishing Co., Inc., Lancaster, Basel, 1992; 153-192.
5. R.L. McCullough en *Micro-models for composite materials – continuous fiber composites, micromechanical materials modelling*, Delaware Composites Design Encyclopedia. Lancaster; James M. Whitney and Roy L. McCullough eds., Technomic Publishing Co., Inc., 1990; Vol 2.
6. B.W. Schaffer, Elastic-plastic stress distribution within reinforced plastics loaded normal to their internal filaments, *AIAA Journal* **6**, 2316-2324, 1968.
7. R.M. Jones en *Mechanics of composite materials*, Hemisphere publishing corporation, New York, 1975; 106-107.
8. R. Hill, Theory of mechanical properties of fiber-strengthened materials, II. Inelastic behavior, *Journal of the mechanics and physics of solids* **12**, 213-218, 1964.

9. R. Hill, Theory of mechanical properties of fiber-strengthened materials, III. Self-consistent model, *Journal of the mechanics and physics of solids* **13**, 189-198, 1965.
10. W. Huang, Elastoplastic transverse properties of a unidirectional fiber reinforced composites, *Journal of composite materials* **7**, 482-499, 1973.
11. D.F. Adams, Inelastic analysis of a unidirectional composite subjected to transverse normal loading, *Journal of composite materials* **4**, 310-328, 1970.
12. R.L. Foye, Theoretical post-yielding behavior of composite laminates, Part I- Inelastic micromechanics, *Journal of composite materials* **7**, 178-193, 1973.
13. T.H. Lin; D. Salinas; Y.M. Ito, Initial yield surface of a unidirectional reinforced composite, *Journal of applied mechanics* **39**, 321-326, 1972.
14. Z.M. Huang, A unified micromechanical model for the mechanical properties of two constituent composite materials. Part I: Elastic behavior, *Journal of thermoplastic composite materials* **13**, 252-271, 2000.
15. Z.M. Huang, A unified micromechanical model for the mechanical properties of two constituent composite materials. Part II: Plastic behavior, *Journal of thermoplastic composite materials* **13**, 344-362, 2000.
16. C. Zhu; C.T. Sun, Micromechanical modelling of fiber composites under off-axis loading, *Journal of thermoplastic composite materials* **16**, 333-344, 2003.
17. D.F. Adams, Inelastic analysis of a unidirectional composite subjected to transverse normal loading, *Journal of composite materials* **4**, 310-328, 1970.
18. Z.W. Huang, A unified micromechanical model for the mechanical properties of two constituent composite materials. Part III: Strength behavior, *Journal of thermoplastic composite materials* **14**, 54-69, 2001.
19. Z.W. Huang, A unified micromechanical model for the mechanical properties of two constituent composite materials. Part V: Laminate strength, *Journal of thermoplastic composite materials* **13**, 190-206, 2000.
20. A. Cervenka, Modelling of behaviour of laminates based on a thermoplastic matrix". *Journal of thermoplastic composite materials* **5**, 49-63, 1992.

21. W. Sun; S.C. Khatri; A.C.W. Lau; M.J. Koczak, Nonlinear material modeling and experimental characterization of Graphite/PPS and Glass/PPS thermoplastic matrix composites, *Journal of thermoplastic composite materials* **5**, 166-180, 1992.
22. M. Zor; O. Sayman; S. Karaoglu, Elastic-plastic stress analysis of simply supported and clamped thermoplastic composite laminated plates loaded transversely, *Journal of reinforced plastics and composites* **22**, 21-36, 2003.
23. S.W. Tsai; E.M. Wu, A general theory of strength for anisotropic materials, *Journal of composite materials* **5**, 58-80, 1971.
24. R.E. Rowlands, Strength (failure) theories and their experimental correlation, G.C. Sih and A.M. Skudra eds., *Failure mechanics of composites*. North-Holland, Amsterdam. 1985; 71-125.
25. M.N. Nahas, Survey of failure and post-failure theories of laminated fiber-reinforced composites, *Journal of composite technology and research* **8**, 138-153, 1986.
26. P. Labossiere; K.W. Neal, Macroscopic failure criteria for fiber-reinforced composite materials, *Solid mechanics archives* **12**, 439-450, 1987.
27. J. Echaabi; F. Trochu; R. Gauvin, Review of failure criteria of fibrous composite materials, *Polymer Composites* **17**, 786-798, 1996.
28. R. Talreja; S. Yalvac; L. Yats; D. Wetters, Transverse cracking and stiffness reduction in cross ply laminates of different matrix toughness, *Journal of composite materials* **26**, 1644-1663, 1992.
29. S. Li; S. Reid; P. Soden, A continuum damage model for transverse matrix cracking in laminated fibre-reinforced composites, *Philosophical transaction of the royal society of London A* **356**, 2379-2412, 1998.
30. C. Schuecker; H. Pettermann, A continuum damage model for fiber reinforced laminates based on ply failure mechanisms, *Composite structures* **76**, 162-173, 2006.

31. P. Ladeveze; E. Le Dantec, Damage modelling of the elementary ply for laminated composites, *Composites science and technology* **43**, 257-267, 1992.
32. D. Hull; T.W. Clyne en *An introduction to composite materials*, Second edition. Cambridge University Press, 1996, cap.2,4.
33. I.M. Daniel; O. Ishai en *Engineering mechanics of composite materials*, Oxford University Press, Inc., New York; 1994, cap.4.
34. M. Mingsze Chan, Transverse tests for fibre-polymer adhesion evaluation, Tesis de maestría, University of Toronto, Canada, 1998.
35. E. Betti en *il nuovo cemento*, Series 2, Volúmenes 7 y 8, 1872.
36. J.M. Whitney en *Structural analysis of laminated anisotropic plates*, Technomic, Lancaster; 1987.
37. J.E. Ashton; J.M. Whitney en *Theory of Laminated Plates*, Stamford, Conn. Technomic Publishing Company, Inc., 1970.
38. K.K. Autar en *Mechanics of composite materials*, Second edition. Taylor & Francis Group, United States of America; 2006, cap. 4.
39. V.D. Azzi; S.W. Tsai, Anisotropic strength of composites, *Experimental Mechanics* **5**, 283-288, 1965.
40. W.J.M. Rankine, A manual of applied mechanics, 1858.
41. H. Tresca, Mémoire sur l'écoulement des corps solides soumis à de fortes pressions, *Comptes Rendus* **59**, 754-758, 1864.
42. A. Miravete en *Materiales compuestos I*, Ed. Reverté, S.A., Barcelona, España; 2007, pp.422.
43. M. Elgueta Vergara, Evaluación de los parámetros de plasticidad y daño de una aluminio 7075 T7, Congreso Conamet/Sam 2004.
44. E. Peschard en *Resistencia de materiales*, segunda edición. Ed. Melo, S.A., México, D.F.; 1976, pp.51-54.
45. T.Z. Blazynski en *Applied elasto-plasticity of solids*, Mac millan press ltd, London; 1983, pp.30-46.

46. M.G. Northolt, Tensile deformation of poly(p-phenylene terephthalamide) fibres, an experimental and theoretical analysis, *Polymer* **21**, 1199–1203, 1980.
47. M.G. Northolt; D.J. Sikkema, Lyotropic main chain liquid crystal polymers, *Advances in Polymer Science* **98**, 115–176, 1990.
48. M.G. Northolt; J.J.M. Baltussen; B. Schaffers-Korff, Yielding and hysteresis of polymer fibres, *Polymer* **36**, 3485–3492, 1995.
49. H. Nigam; G.J. Dvorak; Y.A. Bahei-El-Din, An experimental investigation of elastic-plastic behavior of a fibrous boron-aluminum composite: I. matrix-dominated mode, *International Journal of Plasticity* **10**, 23-48, 1994.
50. H. Nigam; G.J. Dvorak; Y.A. Bahei-El-Din, An experimental investigation of elastic-plastic behavior of a fibrous boron-aluminum composite: II. Fiber-dominated mode, *International Journal of Plasticity* **10**, 49-62, 1994.
51. <http://www.plastcom.com.mx/Productos/Indelpro/Valtec%20HG613N.pdf>
52. Fiber Journal, Teijin launches fourth production expansion in six years, *International Fiber Journal* **22**, 20, 2007.
53. J. Chi Caballero. Reporte de prueba de tensión de fibra de Twaron. Reporte interno, Cicy, Mérida Yucatán, 2008.
54. C.T. Sun, An oblique end-tab design for testing off-axis composite specimens, *Composites* **24**, 619-623, 1993.
55. W. Ramos Torres, Preparación y caracterización de materiales compuestos termoplásticos reforzados con fibras de ingeniería, Tesis de Maestría, Centro de investigación científica de Yucatán, México, 2004.
56. C. Schuecker; H. Pettermann, Fiber reinforced laminates: Progressive damage modeling based on failure mechanisms, *Arch Comput Methods Eng* **15**, 163-184, 2008.
57. G.A. Soberanis Monforte, Preparación y caracterización de materiales compuestos laminados fibroreforzados multicapa, Tesis de maestría. Centro de Investigación Científica de Yucatán, México, 2006.

58. J.L. Mena Tun, Estudio del efecto del escalamiento dimensional en materiales compuestos termoplásticos: laminados no-simétricos y balanceados, Tesis de maestría, Centro de Investigación Científica de Yucatán, México, 2007.
59. C. Martín Barrera. Reporte de caracterización mecánica de multilaminados termoplásticos simétricos y balanceados a $\pm 45^\circ$. Reporte interno, Cicy, Mérida Yucatán, 2006.
60. J.F. Chi Caballero, Preparación y caracterización de materiales compuestos termoplásticos multilaminados a base de polipropileno reforzado con fibras de aramida – escalamiento tridimensional, Tesis de licenciatura. Centro de Investigación Científica de Yucatán, 2010.
61. P.D. Soden; M.J. Hinton; A.S. Kaddour; Biaxial test results for strength and deformation of a range of E-glass and carbon fibre reinforced composite laminates: failure exercise benchmark data. *Comp Sci Tech* **62**, 1489-1514, 2002.
62. P.A. Smith, Carbon fiber reinforced plastics-properties. In: A. Kelly, C. Zweben (Eds.-in-chief), R. Talreja, J.-A. Manson (Vol. Ed.), *Comprehensive Composite Materials*, vol. 2, Polymer Matrix Composites. Elsevier, 2000. p.107–150.
63. S. Kyriakides; R. Arseculeratne; E.J. Perry; K.M. Liechti, On the compressive failure of fiber reinforced composites, *International journal of solids and structures* **32**, 689-738, 1995.
64. K. Sigmon; T.A. Davis en *MATLAB Primer*, Sixth Edition, Chapman and Hall/CRC, Boca Raton, FL; 2002.