

# DESARROLLO DE RELACIONES ESTRUCTURA-PROPIEDAD PARA LA OPTIMIZACION DE MATERIALES COMPUESTOS REFORZADOS CON FIBRAS NATURALES

REF: 225135-5116A

## REPORTE FINAL

#### PARTICIPANTES:

Dr. Pedro J. Herrera Franco (Responsable), Dr. Gonzalo Canché Escamilla, M.C. Alex Valadez González, Q.I. Manuel Cervantes Uc I.M. Javier Cauich Cupul, I.Q. José Rodríguez Laviada

> Centro de Investigación Científica de Yucatán, A.C. Calle 43 # 130, Col. Chuburná de Hidalgo, C.P. 97200 Mérida, Yucatán, México

Dr. Jorge E. Puig Arévalo, Dr. Eduardo Mendizabal Mijares

Universidad de Guadalajara Centro Universitario de Ciencias Exactas e Ingeniería Blvd. Marcelino García Barragán y Calzada Olímpica S.N. C.P. 44840 Guadalajara, Jalisco, México

Dr. Roberto Olayo González

Universidad Autónoma Metropolitana Departamento de Física Avenida Michoacán y La Purísima, Col. Vicentina, 09340 México, D.F

#### CENTRO DE INVESTIGACION CIENTIFICA DE YUCATAN Junio de 1999

# INDICE

•

Indi	Pag 1			
Intr	4			
Cap	Capítulo I Aspectos Teóricos.			
1.1	Introdu	cción a Materiales Compuestos.	7	
	1.1.1	Compuestos Rellenos de Particulas.	9	
	1.1.2	Compuestos Reforzados con Fibra.	10	
	1.1.3	Comentarios.	13	
1.2	Teoría	de Placas y Cascarones.	14	
	1.2.1	Estado de Deformación y Esfuerzo de un Sólido.	14	
	1.2.2	Ley de Hooke Generalizada.	17	
	1.2.3	Teoría General de Placas.	18	
		1.2.3.1 Ecuaciones Básicas e Identidades.	19	
	1.2.4	Teoría General de Cascarones Delgados.	24	
		1.2.4.1 Teoría General de Análisis.	24	
1.3	Principi	os de Extensometría.	29	
	1.3.1	Sistema de la Galga Extensométrica.	29	
	1.3.2	Diseño de la Galga Extensométrica.	30	
		<ol> <li>1.3.2.1 Elemento Deformante.</li> <li>1.3.2.2 Unión de la Galga Extensométrica.</li> <li>1.3.2.3 Cables Guía.</li> <li>1.3.2.4 Material de Recubrimiento y Manejo.</li> <li>1.3.2.5 Sobrecapa y Encapsulado.</li> <li>1.3.2.6 Galga Extensométrica en Forma de Lámina.</li> </ol>	30 30 31 32 32 33	
	1.3.3	Factor de Galga.	34	
	1.3.4	Circuito de la Galga Extensométrica.	34	
1.4	Teoría	de Modelado en Elementos Finitos	36	

Сар	oitulo II Parte Experimental.	3
2.1	Proceso de Laminación del Material Estructural.	3
	2.1.1 Formulación del Compuesto.	3
	<ul><li>2.1.1.1 Materia Prima.</li><li>2.1.1.2 Acondicionamiento de la Materia Prima.</li></ul>	3
	2.1.1.3 Preparación del Compuesto.	4
	2.1.2 Proceso de Extrusión.	4
	2.1.3 Compuestos Extruidos.	4
	2.1.4 Ondulación de la Lámina.	
2.2	Determinación de Propiedades Mecánicas Efectivas.	4
	2.2.1 Ensayo a Tensión.	
	2.2.2 Ensayo a Flexión.	2
	2.2.3 Cálculo del Módulo de Poisson.	)
	2.2.4 Cálculo del Módulo de Rigidez.	l
	2.2.5 Determinación del Estado de Deformación.	В
	<ul> <li>2.2.5.1 Estudio Preliminar y Características de Galgas Extensométricas.</li> <li>2.2.5.2 Proceso de Instalción de Galgas Extensométricas.</li> <li>2.2.5.3 Medición de Deformaciones.</li> <li>2.2.5.4 Graficación de la Deformación.</li> </ul>	
2.3	Montado de Equipo para Medición de Deflexiones en Estructuras.	
	56	
2.4	Caracterización de Material Estructural.	
2.5	Modelado.	
Caj	pítulo III. Resultados.	1
3.1	Material Obtenido de la Extrusión.	
3.2	Propiedades Mecánicas Efectivas.	
	3.2.1 Módulo Elástico y Resistencia a Tensión.	
	3.2.2 Módulo Elástico y Resistencia a la Flexión.	

(HIII

THE

Ť

D

n f n n n n n n n h n h

3.2.3 Módulo de Poisson.

3.2.4 Módulo de Rigidez.

- 3.3 Caracterización de Material Estructural.
- 3.4 Modelado.

10

1

M

D

I

m

I

æ

3.5 Discusión de Resultados.

# Conclusiones.

Anexo I. Norma ASTM D638-82a. Ensayo de Tensión.

3

70

71

Anexo II. Norma ASTM D790-82a. Ensayo de Flexión.

Anexo III. Norma Oficial Mexicana NOM-C-118-1982.

Anexo IV. Secuencia de Extrusión.

Anexo V. Secuencia de Laminación por Compresión.

Bibliografía

## Introducción

HDPE - CaCO<sub>3</sub> - Fibra de Henequén (<u>Agave Fourcroydes</u>) es un material que utiliza una carga mineral y un refuerzo fibroso en una matriz polimérica, el cual fue desarrollado en la Unidad de Materiales del Centro de Investigación Científica de Yucatán A. C., que en el presente se caracteriza como un material estructural de espesor delgado, bajo un estudio de propiedades mecánicas efectivas y su respuesta como material estructural (lámina acanalada) con base a normas estandarizadas.

Entonces, el objetivo de la investigación consiste en verificar que los estudios realizados para la optimización de las propiedades en el material compuesto, se reflejen en un buen comportamiento estructural con el fin de presentar un producto que satisfaga las demandas actuales de casa habitación construidas con este tipo de materiales utilizando recursos naturales de la región a un costo económico para las clases sociales bajas.

El compuesto propuesto se obtuvo por extrusión en forma de lámina continua y conformada al diseño estructural periódico mediante moldeo por compresión. Y es a ambas láminas que, sometidas a los ensayos estandarizados se les determinarán las propiedades mecánicas y la respuesta del material estructural.

En este documento se describirá primeramente la teoría sobre la que esta basada la naturaleza y el comportamiento de los materiales compuestos, los principios utilizados en la medición de las deformaciones y el modelado por medio del método de elementos finitos. Seguido con la descripción del proceso llevado a cabo para la formulación del compuesto, la preparación de materia prima, manufactura por extrusión de las mismas en lámina

continua, conformado del compuesto, medición de deformaciones y de deflexiones del

5

material estructural así como el modelado utilizado. Finamente, se proporciona un análisis de los resultados obtenidos de los ensayos, del modelado y las conclusiones del trabajo efectuado. En el documento se anexan las normas utilizadas e ilustraciones de todo el proceso.

٠

П

30

Ð

Ð

D

D

D

IJ

# Capítulo I

D

m

ULE

14

ARR

Aspectos Teóricos



### 1.1 Introducción a materiales compuestos

Los materiales compuestos están hechos de 2 o más fases o componentes, son heterogéneos a escala macroscópica, así como anisotrópicos porque poseen propiedades diferentes en todas direcciones, esto es, de 2 a 6 módulos elásticos y más de un módulo de Poisson. Están divididos en 3 grupos:

- Compuestos rellenos de partículas, los cuales consisten en una fase continua (matriz) y una fase discontinua (relleno).
  - Compuestos reforzados con fibra.
  - 3. Compuestos esqueleto consistentes de 2 fases continuas.

En la Figura 1.1 vemos líneas que representan segmentos de cadenas de polímeros o fibras en un material compuesto uniaxialmente orientado.



Si las fibras tienen un arreglo desordenado el compuesto tendrá 5 módulos, si es ordenado tendrá 6. Para el primer caso, los 5 módulos serán los siguientes:



#### d) G<sub>TT</sub> = Módulo cortante transversal. e) G<sub>LT</sub> = Módulo cortante longitudinal. Figura 1.2

14.6

- 11

TIE

THE

7111

1111

11

11

- [1]

111

110

11

.11

El compuesto con orientación biaxial o sistema de planos orientados desordenadamente consiste de capas que han sido estiradas en 2 direcciones como es el caso de compuestos refuerzo - matriz, en los cuales el refuerzo puede ser fibra, ver Figura 1.3.





Los materiales compuestos poseen una fase matriz (mayor porcentaje en peso), una fase relleno (menor porcentaje) y una interfase, que es el espacio entre ambas fases. Las superficies que forman una interfase reciben el nombre de entrecara.



Un factor que influye en las propiedades mecánicas de un compuesto es el proceso de impregnación, o sea, el rodeo de la fase matriz del compuesto a la superficie del refuerzo. Cuando este fenómeno no se presenta completamente, existirá un desprendimiento.

Tanto para materiales isotrópicos como anisotrópicos el Módulo de Young es la pendiente de la curva deformación-esfuerzo:

$$E = \frac{\partial \sigma_T}{\partial \varepsilon} \bigg|_{\varepsilon \to 0} = \frac{F/A_T}{L - L_0/L_0} \bigg|_{L \to L_0}$$

Lo = Longitud inicial de la muestra. L = Longitud final de la muestra.

El factor tiempo es importante ya que a mayor velocidad de prueba se obtendrá un mayor módulo.

#### 1.1.1 Compuestos Rellenos de Partículas

Los rellenos son sólidos finamente divididos que se utilizan para incrementar la rigidez, la resistencia al impacto, el amortiguamiento mecánico, modificar propiedades eléctricas, reducir la permeabilidad a gases y líquidos, así como reducir el costo de los polímeros. Pero presentan desventajas tales como un comportamiento reológico muy complejo, reducción de algunas propiedades físicas, mecánicas y dificultan las técnicas de fabricación por ser altamente abrasivos.

Las características de estos compuestos están determinadas por las propiedades de los componentes, la forma de la fase de relleno y la naturaleza de la interface.

El relleno altera el proceso de polimerización, conduciendo de esta forma a la modificación de la estructura y por lo tanto, la variación del módulo de Young (E) y de la relación de Poisson (v). Inclusive, induce puntos de cedencia en las curvas de esfuerzo-deformación en polímeros dúctiles debido al efecto de agrietamiento el cual, a su vez, ocurre al existir el proceso de desprendimiento ya que la adhesión entre la fase relleno y la fase matriz es destruida, y de esta forma, el módulo del material decrece.

9

1.1

La resistencia a la tensión puede incrementarse tratando la superficie del relleno, usando aditivos de adhesión como agentes acoplamiento (silanos, titanatos, etc), disminuyendo el tamaño de las partículas del relleno, si el tamaño es menor a un tamaño crítico, no ocurrirá el desprendimiento.

La aglomeración de partículas tienden a reducir la resistencia de un material ya que estos son concentradores de esfuerzos y se rompen con suma facilidad cuando el esfuerzo es aplicado. Para reducirlos hay que aumentar el tiempo de mezclado del compuesto, lo cual romperá los aglomerados e inclusive, ayudará a eliminar la cantidad de aire atrapado en el material que afecta al compuesto.

#### 1.1.2 Compuestos Reforzados con Fibra

Los refuerzos se utilizan para modificar las características estructurales de un material, tales refuerzos pueden ser en forma de fibras, whiskers (diminutos monocristales de materiales cerámicos) o partículas y son de vidrio, asbesto, Aluminio, Polietileno o Henequén (Agave fourcroydes). La fibra proporciona al compuesto una alta resistencia a la flexión, a la tensión, al impacto, a la fractura y se aplica en una gran variedad de técnicas:

1. Laminados de hojas con fibras orientadas impregnadas.

2. Filamentos de6 fibra continua enrollados con recubrimiento y resina.

3. Polímeros fundidos por inyección o compresión conteniendo pequeñas fibras.

La mayoría de estos materiales son anisotrópicos y las fibras están alineadas en una sola dirección. De los 5 o 6 módulos conocidos, solamente 4 son considerados de mayor importancia:

1. Módulo de Young (EL).

Módulo de Young transversal (ET).

3. Módulo cortante longitudinal - transverso (GLT)).

Módulo cortante transversal (GTT).

El módulo de Young transversal (E<sub>T</sub>) y el módulo cortante longitudinal-transverso (G<sub>LT</sub>) dependen de la razón de aspecto (H<sub>D</sub>) y de la fracción volumétrica de la fibra. La razón de aspecto es la relación entre la longitud de la fibra y su diámetro. Si la razón tiene un alto valor, las fibras tenderán a aglomerarse en pequeños grupos empobreciendo de esta forma a las propiedades mecánicas. El módulo de Young longitudinal decrece también si las fibras cortas están curvas o desalineadas.

Los compuestos con fibras orientadas uniaxialmente tienen un módulo alto en el sentido de su longitud pero el módulo en la dirección perpendicular a la fibra es bajo. Para obtener buenas propiedades en al menos 2 o 3 direcciones, las fibras pueden orientarse desordenadamente apilando capas de fibras uniaxialmente orientadas a diferentes ángulos. Sin embargo, siempre se sacrificará el valor de uno de los módulos.



Figura 1.5

Los compuestos inyectados requieren de fibras cortas discontinuas las cuales, que a diferencia de las continuas, disminuyen la resistencia del compuesto debido a:

 Si en el espacio entre las fibras no se transmite la carga aplicada y la matriz no puede soportar la carga, inducirá a una fractura.

- Los extremos de las fibras actúan como concentradores de esfuerzo así que pueden iniciar la propagación de grietas.
- 3. Las fibras no se traslapan unas a otras.

2

1

1

D

1

4. No se obtienen orientaciones correctas con las fibras cortas.

El comportamiento de la fibra varía durante el flujo, si éste es convergente la fibra se orientará en dirección del flujo, mientras que el flujo divergente la orientará en dirección perpendicular al flujo, ver Figura 1.6. Sin embargo, las fibras en la superficie del molde permanecerán en la dirección del flujo.





Las fibras proporcionan dos mecanismos de disipación de energía, los cuales influyen en la resistencia del material, y son:

- Tienden a deslizarse en la matriz y disipan la energía por mecanismos de fricción, aunque de alguna manera esto previene la concentración de esfuerzos, se conoce como desprendimiento a tensión.
- El desprendimiento de las fibras disipa las grandes concentraciónes de esfuerzos y tiende a detener el agrietamiento interno, se conoce como falla adhesiva.



Las fibras inducen a la iniciación de una grieta por acción de las concentraciones de esfuerzos en sus extremos previniendo una fragilizando al material; sin embargo, las fibras reducen la propagación de las grietas forzándolas a viajar alrededor de las fibras ya sea por desprendimiento o falla de adhesión.

#### 1.1.3 Comentarios

El aumento en el módulo elástico debido a los rellenos y a los refuerzos varía según la concentración de cada uno de ellos. Es preciso recordar que no todos los módulos pueden incrementar, siempre se sacrifica el valor de uno de ellos, y la combinación del porcentaje de rellenos y refuerzos determina principalmente el valor de los módulos.

El comportamiento descrito únicamente es una referencia a lo que ocurre en estos materiales, sin embargo, cuando son confeccionados como materiales estructurales ondulados este comportamiento puede diferir. En estos casos la teoría de placas y cascarones es la que determina principalmente su comportamiento.

## 1.2 Teoría de Placas y Cascarones

#### 1.2.1 Estado de Derfomación y Esfuerzo de un Sólido

Sea un cuerpo en el plano cartesiano X, Y, Z sometido a deformación debido a algún sistema de fuerzas, entonces cualquier punto M del cuerpo con coordenadas (X, Y, Z) es desplazado y puede representarse como:

$$Ux = Ux(X, Y, Z)$$

$$Uy = Uy(X, Y, Z)$$

$$Uz = Uz(X, Y, Z)$$
1.2

Donde Uj (x,y,z) corresponden a las proyecciones del vector desplazamiento a lo largo de las coordenadas X, Y, Z. El punto M del cuerpo sólido sufrirá una deformación caracterizada por seis componentes:

Las componentes de deformación del punto M  $e_x$ ,  $e_y$ , ...,  $e_{zx}$  se relacionan con los desplazamientos  $U_x$ ,  $U_y$  y  $U_z$  por:

$$e_{x} = \frac{\partial Ux}{\partial x} \qquad e_{yz} = \frac{\partial Uy}{\partial z} + \frac{\partial Uz}{\partial y}$$

$$e_{y} = \frac{\partial Uy}{\partial y} \qquad e_{zx} = \frac{\partial Uz}{\partial x} + \frac{\partial Ux}{\partial z}$$

$$e_{z} = \frac{\partial Uz}{\partial z} \qquad e_{xy} = \frac{\partial Ux}{\partial y} + \frac{\partial Uy}{\partial x}$$
1.4

El estado de esfuerzos de cualquier punto M está caracterizado por un tensor de esfuerzos con nueve componentes: Esfuerzos normales perpendiculares entre si actuando en las direcciones correspondientes X, Y y Z.

 $\sigma_x$ 

σ,

 $\tau_{xy} = \tau_{yx}$  $\tau_{zx} = \tau_{xz}$ 

 $\tau_{vz} = \tau_{zv}$ 

Esfuerzos tangenciales actuando en tres planos perpendiculares entre sí. El primer subindice indica la dirección del esfuerzo tangencial y el segundo la dirección del plano en donde el esfuerzo actúa (ver figura siguiente).



Figura 1.8

Todos los esfuerzos son positivos y actúan en direcciones positivas de sus planos correspondientes. Para cualquier cuerpo sólido en equilibrio son necesarias las condiciones de equilibrio, que en el plano coordinado se representan por:

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} + Px = 0$$

$$\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} + Py = 0$$
1.6
$$\frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + Pz = 0$$

 $P_x$ ,  $P_y$  y  $P_z$  son proyecciones de la fuerza. Analizando el caso de un cuerpo sólido dentro de un sistema de coordenadas cilíndrico (r,  $\theta$ , Z) con el eje Z paralelo al eje Z del sistema de coordendas cartesianas donde r es la coordenada radial medida dentro del plano Z desde el origen 0 y  $\theta$  es el ángulo medido desde el eje X.

1.5



Los desplazamientos de cualquier punto M estarán representados por:

$$\begin{aligned}
 Ur &= Ur(r, \theta, z) \\
 U\theta &= U\theta(r, \theta, z) \\
 Uz &= Uz(r, \theta, z)
 \end{aligned}$$
1.7

16

C

E

E

e

¢

Ø

¢

El cuerpo sufre deformación y el punto M estará caracterizado por las elongaciones relativas  $e_r$ ,  $e_{\theta}$  y  $e_z$  a lo largo de sistema de coordenadas cilíndricas (r.  $\theta$ , Z). Y  $e_{\theta z}$ ,  $e_{rz}$ ,  $e_{r\theta}$  son las deformaciones cortantes dentro los planos coordinados r,  $\theta$  y Z. Estas componentes de deformación están relacionadas a los desplazamientos  $U_r$ ,  $U_{\theta}$  y  $U_z$  por las ecuaciones:

$$e_{r} = \frac{\partial Ur}{\partial r} \qquad e_{\theta z} = \frac{\partial U\theta}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial Uz}{\partial \theta}$$

$$e_{\theta} = \frac{1}{r} \frac{\partial U\theta}{\partial \theta} + \frac{Ur}{r} \qquad e_{rz} = \frac{\partial Uz}{\partial r} + \frac{\partial Ur}{\partial z} \qquad 1.8$$

$$e_{z} = \frac{\partial Uz}{\partial z} \qquad e_{r\theta} = \frac{1}{r} \frac{\partial Ur}{\partial \theta} + \frac{\partial U\theta}{\partial r} - \frac{U\theta}{r}$$

El estado de esfuerzos esta descrito por el tensor de esfuerzos con componentes:

 $\begin{array}{c} \sigma_r \\ \sigma_\theta \\ \sigma_z \end{array} \\ \begin{array}{c} \text{Esfuerzos normales perpendiculares entre si, actuando en sus respectiva direcciones } r, \ \theta \ y \ Z. \end{array} \\ \begin{array}{c} 1.9 \\ \tau_{\rho r} = \tau_{r \theta} \\ \tau_{zr} = \tau_{rz} \\ \tau_{z\theta} = \tau_{\rho Z} \end{array} \\ \end{array} \\ \begin{array}{c} \text{Esfuerzos tangenciales actuando en planos perpendiculares. El primer subíndice indica la dirección del esfuerzo tangencial y el segundo indica el plano normal donde el esfuerzo actúa. \end{array}$ 

Las ecuaciones de equilibrio se representan por:

$$\frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \tau_{r\theta}}{\partial \theta} + \frac{\partial \tau_{rz}}{\partial z} + \frac{\sigma_r - \sigma_{\theta}}{r} + R = 0$$

$$\frac{\partial \tau_{r\theta}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial r_{\theta}}{\partial \theta} + \frac{\partial \tau_{\thetaz}}{\partial z} + \frac{2\tau_{r\theta}}{r} + \theta = 0$$
1.10
$$\frac{\partial \tau_{rz}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \tau_{\thetaz}}{\partial \theta} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + \frac{\tau_{rz}}{r} + Z = 0$$

En donde  $R=R(r, \theta, Z)$ ,  $\theta=\theta(r, \theta, Z)$  y  $Z=Z(r, \theta, Z)$  son proyecciones de la fuerza en el sistema de coordenadas cilíndricas.

#### 1.2.2 Ley de Hooke Generalizada

Las ecuaciones de la Ley de Hooke para un cuerpo elástico uniforme pueden expresarse de la siguiente manera en un sistema ortogonal arbitrario de coordenadas X, Y, Z:

$$e_{x} = a_{11}\sigma_{x} + a_{12}\sigma_{y} + a_{13}\sigma_{z} + a_{14}\tau_{yz} + a_{15}\tau_{xz} + a_{16}\tau_{xy}$$

$$e_{y} = a_{21}\sigma_{x} + a_{22}\sigma_{y} + \dots + a_{26}\tau_{xy}$$

$$\vdots \quad \vdots \quad \vdots \quad \vdots \quad \vdots \quad \vdots \quad \vdots$$

$$e_{xy} = a_{16}\sigma_{x} + a_{26}\sigma_{y} + \dots + a_{66}\tau_{xy}$$
1.11

donde ax = Constante elástica (coeficiente de deformación). Generalmente son 21.

Si existe simetría en la estructura interna del cuerpo anisotrópico, entonces presentará algunas propiedades elásticas simétricas y por ende la Ley de Hooke se simplifica.

Caso 1. Un plano de elasticidad simétrica. Cada punto del cuerpo tiene un plano simétrico, en cualquier dirección, respecto al plano equivalente en sus propiedades elásticas, este plano es paralelo al plano coordinado O<sub>xy</sub>, entonces:

$$e_{x} = a_{11}\sigma_{x} + a_{12}\sigma_{y} + a_{13}\sigma_{z} + a_{16}\tau_{xy}$$

$$e_{y} = a_{12}\sigma_{x} + a_{22}\sigma_{y} + a_{23}\sigma_{z} + a_{26}\tau_{xy}$$

$$e_{z} = a_{13}\sigma_{x} + a_{23}\sigma_{y} + a_{33}\sigma_{z} + a_{36}\tau_{xy}$$
1.12

$$e_{yz} = a_{44}\tau_{yz} + a_{45}\tau_{xy}$$
  

$$e_{xz} = a_{45}\tau_{yz} + a_{55}\tau_{xy}$$
  

$$e_{xy} = a_{16}\sigma_x + a_{26}\sigma_y + a_{36}\sigma_z + a_{66}\tau_{xy}$$

Caso 2. Tres planos de simetría elástica. Sean tres planos elásticos simétricos perpendiculares entre sí en cada punto del cuerpo y a los correspondientes ejes X, Y, Z. Entonces las ecuaciones para la Ley de Hooke son:

$$e_{x} = a_{11}\sigma_{x} + a_{12}\sigma_{y} + a_{13}\sigma_{z} \qquad e_{yz} = a_{44}\tau_{yz}$$

$$e_{y} = a_{12}\sigma_{x} + a_{22}\sigma_{y} + a_{23}\sigma_{z} \qquad e_{zx} = a_{55}\tau_{zx} \qquad 1.13$$

$$e_{z} = a_{13}\sigma_{x} + a_{23}\sigma_{y} + a_{33}\sigma_{z} \qquad e_{xy} = a_{66}\tau_{xy}$$

A este tipo de cuerpo se le conoce como cuerpo anisotrópico ortotrópico.

## 1.2.3 Teoría General de Placas Anisotrópicas

11

Ш

 $\mathbf{x}$ 

Consideremos una placa de espesor uniforme (h), la cual obedece la Ley de Hooke Generalizada con un solo plano de simetría elástica de cada punto paralelo al plano medio, el cual es equidistante de 2 planos paralelos que forman las superficies superior e inferior de la placa. El plano medio coincide con los planos coordinados como se muestra en la Figura 1.10. Esta placa estará bajo la acción de fuerzas que inducen tanto deformaciones como pandeamientos y se representará en la forma de la ecuación *11*.



La teoría de placas anisotrópicas asume:

4

19

IJ

D

D

D

D

- a) El desplazamiento U<sub>z</sub> normal al plano medio de la placa no depende del eje coordinado Z.
- b) Los esfuerzos cortantes τ<sub>xz</sub>, τ<sub>yz</sub> y las deformaciones e<sub>xz</sub>, e<sub>yz</sub> varían de acuerdo a una ley con respecto al espesor de la placa.

#### 1.2.3.1 Ecuaciones Básicas e Identidades

Tomando en cuenta las suposiciones formuladas se tiene:

$$e_{z} = 0$$

$$\tau_{xz} = \frac{X^{+} - X^{-}}{2} + \frac{z}{h} (X^{+} + X^{-}) + f_{1}(z)\varphi(x, y)$$

$$\tau_{yz} = \frac{Y^{+} - Y^{-}}{2} + \frac{z}{h} (Y^{+} + Y^{-}) + f_{2}(z)\psi(x, y)$$
1.14

Donde X<sup>+</sup>, X<sup>-</sup>, Y<sup>+</sup>, Y<sup>-</sup> son componentes tangenciales del vector fuerza aplicado en los planos externos de la placa.  $\varphi(x,y)$ ,  $\psi(x,y)$  son funciones arbitrarias de las coordenadas x y y que serán determinadas.  $f_i(z)$  es la función que caracteriza la variación de los esfuerzos cortantes  $\tau_{xz}$  y  $\tau_{yz}$  con respecto al espesor de la placa, generalmente:

$$f_i(\pm \eta_2) = 0$$
 1.15

Con las siguientes condiciones de frontera:

$$z = \frac{h}{2}\tau_{xz} = X^{+} \qquad \tau_{yz} = Y^{+}$$
  

$$z = -\frac{h}{2}\tau_{xz} = -X^{-} \qquad \tau_{yz} = Y^{-}$$
  
1.16





Las deformaciones cortantes transversales eyz, y exz en función de los desplazamientos son:

$$\frac{\partial ux}{\partial z} = -\frac{\partial w}{\partial x} + e_{xz} \qquad \qquad \frac{\partial uy}{\partial z} = -\frac{\partial w}{\partial y} + e_{yz} \qquad \qquad 1.17$$

Que se integran de 0 a z, con la condición de  $e_z=Z=0$ ,  $U_x=U(x,y)$  y  $U_y=V(x,y)$  donde u y v son desplazamientos internos, y obtenemos los desplazamientos de cualquier punto:

10

I

T

Ð

-

$$U_{x} = U - Z \frac{\partial w}{\partial x} + a_{55} J_{01} \varphi + a_{45} J_{02} \psi + Z (a_{55} X_{2} + a_{45} Y_{2})$$

$$U_{y} = U - Z \frac{\partial w}{\partial y} + a_{44} J_{02} \psi + a_{45} J_{01} \varphi + Z (a_{44} Y_{1} + a_{45} X_{1}) + \frac{Z^{2}}{2h} (a_{44} Y_{2} + a_{45} X_{2})$$
donde
$$J_{01} = \int_{0}^{z} f_{1}(z) \partial z \quad y \quad J_{02} = \int_{0}^{z} f_{2}(z) \partial z$$
1.18

Aquí mostramos la dependencia no lineal de los desplazamientos internos  $U_x$  y  $U_y$  con respecto a Z. De las ecuaciones 1.4 y 1.18 obtenemos las componentes de deformación:

$$e_{x} = \frac{\partial U}{\partial x} - z \frac{\partial^{2} w}{\partial x^{2}} + a_{55} J_{01} \frac{\partial \varphi}{\partial x} + a_{45} J_{02} \frac{\partial \varphi}{\partial x} + z \left( a_{55} \frac{\partial X_{1}}{\partial x} + a_{45} \frac{\partial Y_{1}}{\partial x} \right) + \frac{z^{2}}{2h} \left( a_{55} \frac{\partial X_{2}}{\partial x} + a_{45} \frac{\partial Y_{2}}{\partial x} \right)$$

$$e_{y} = \frac{\partial v}{\partial y} - z \frac{\partial^{2} w}{\partial y^{2}} + a_{44} J_{02} \frac{\partial \psi}{\partial y} + a_{45} J_{01} \frac{\partial \varphi}{\partial y} + z \left( a_{44} \frac{\partial Y_{1}}{\partial y} + a_{45} \frac{\partial X_{1}}{\partial y} \right) + \frac{z^{2}}{2h} \left( a_{44} \frac{\partial Y_{2}}{\partial y} + a_{45} \frac{\partial X_{2}}{\partial y} \right)$$

$$e_{zy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} - 2z \frac{\partial^{2} w}{\partial x \partial y} + J_{01} \left( a_{55} \frac{\partial \varphi}{\partial y} + a_{45} \frac{\partial \varphi}{\partial x} \right) + J_{02} \left( a_{44} \frac{\partial \psi}{\partial x} + a_{45} \frac{\partial \psi}{\partial y} \right) + z \left( a_{55} \frac{\partial Y_{1}}{\partial y} + a_{45} \frac{\partial Y_{1}}{\partial y} \right) + z \left( a_{55} \frac{\partial Y_{1}}{\partial y} + a_{45} \frac{\partial Y_{1}}{\partial y} \right) + z \left( a_{55} \frac{\partial Y_{1}}{\partial y} + a_{45} \frac{\partial Y_{1}}{\partial y} \right) + z \left( a_{55} \frac{\partial Y_{2}}{\partial y} + a_{45} \frac{\partial Y_{1}}{\partial y} \right) + z \left( a_{55} \frac{\partial Y_{2}}{\partial y} + a_{45} \frac{\partial Y_{2}}{\partial y} \right) + z \left( a_{55} \frac{\partial Y_{2}}{\partial y} + a_{45} \frac{\partial Y_{2}}{\partial y} \right) + z \left( a_{55} \frac{\partial Y_{2}}{\partial y} + a_{45} \frac{\partial Y_{2}}{\partial y} + a_{45} \frac{\partial Y_{2}}{\partial y} \right) + z \left( a_{55} \frac{\partial Y_{1}}{\partial y} + a_{45} \frac{\partial Y_{2}}{\partial y} + a_{45} \frac{\partial Y_{2}}{\partial y} \right) + z \left( a_{55} \frac{\partial Y_{2}}{\partial y} + a_{45} \frac{\partial Y_{2}}{\partial y} + a_{45} \frac{\partial Y_{2}}{\partial y} \right) \right)$$

Las que se simplifican cuando son aplicadas las condiciones de frontera y así la mayoría de los términos se vuelven cero. Los esfuerzos principales  $\sigma_{x}$ ,  $\sigma_{y}$ ,  $\tau_{xy}$ , provenientes de la ecuación 1.19 y de:

$$\sigma_{x} = B_{11}e_{x} + B_{12}e_{y} + B_{16}e_{xy} - A_{1}\sigma_{z}$$

$$\sigma_{y} = B_{22}e_{y} + B_{12}e_{x} + B_{26}e_{xy} - A_{2}\sigma_{z}$$

$$\tau_{xy} = B_{66}e_{xy} + B_{16}e_{x} + B_{16}e_{y} - A_{3}\sigma_{z}$$

$$\tau_{xz} = B_{55}e_{xz} + B_{45}e_{yz}$$

$$\tau_{yz} = B_{44}e_{yz} + B_{45}e_{xz}$$

$$B_{11} = \frac{a_{22}a_{66} - a_{26}^{2}}{\Omega} \qquad B_{22} = \frac{a_{11}a_{66} - a_{16}^{2}}{\Omega}$$

$$B_{12} = \frac{a_{16}a_{26} - a_{22}a_{46}}{\Omega} \qquad B_{66} = \frac{a_{11}a_{22} - a_{12}^{2}}{\Omega}$$

$$B_{16} = \frac{a_{12}a_{26} - a_{22}a_{46}}{\Omega} \qquad B_{26} = \frac{a_{12}a_{16} - a_{11}a_{26}}{\Omega}$$

$$\Omega = \left(a_{11}a_{22} - a_{12}^{2}\right)^{2}a_{66} + 2a_{12}a_{16}a_{26} - a_{11}a_{26}^{2} - a_{22}a_{16}^{2}$$

$$B_{55} = \frac{a_{44}}{w} \qquad B_{45} = -\frac{a_{45}}{w} \qquad B_{44} = \frac{a_{55}}{w}$$

$$w = a_{44}a_{55} - a_{45}^{2}$$

$$A_{1} = B_{11}a_{13} + B_{12}a_{23} + B_{16}a_{36}$$

$$A_{2} = B_{12}a_{13} + B_{22}a_{3} + B_{26}a_{36}$$

$$A_{3} = B_{16}a_{13} + B_{26}a_{23} + B_{66}a_{36}$$

Que en función de esfuerzos resultantes y momentos actuantes sobre la sección transversal

de la placa en el plano medio son:



Figura 1.12

$$T_{x} = \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \sigma_{x} d_{z} = C_{11} \frac{\partial u}{\partial x} + C_{12} \frac{\partial u}{\partial y} + C_{16} \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) + \\J_{1} \left[ \left( a_{55} B_{11} + a_{45} B_{16} + A_{1} \right) \frac{\partial \varphi}{\partial x} + \left( a_{45} B_{12} + a_{55} B_{16} \right) \frac{\partial \psi}{\partial y} \right] + \\J_{2} \left[ \left( a_{45} B_{11} + a_{44} B_{16} \right) \frac{\partial \psi}{\partial x} + \left( a_{44} B_{12} + a_{45} B_{16} + A_{1} \right) \frac{\partial \varphi}{\partial y} \right] - \\A_{1} h_{x} + \frac{h^{2}}{24} \left[ B_{11} R_{1} + B_{12} R_{2} + B_{16} R_{3} + A_{1} \left( \frac{\partial X_{2}}{\partial x} + \frac{\partial Y_{2}}{\partial y} \right) \right]$$

$$T_{y} = \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \sigma_{y} dz = C_{22} \frac{\partial v}{\partial y} + C_{12} \frac{\partial u}{\partial x} + C \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) + \\J_{2} \left[ \left( a_{44} B_{22} + a_{45} B_{26} + A_{2} \right) \frac{\partial \psi}{\partial y} + \left( a_{45} B_{12} + a_{44} B_{26} \right) \frac{\partial \psi}{\partial x} \right] + \\J_{1} \left[ \left( a_{45} B_{22} + a_{55} B_{26} \right) \frac{\partial \varphi}{\partial y} + \left( a_{55} B_{12} + a_{45} B_{26} + A_{2} \right) \frac{\partial \varphi}{\partial x} \right] - \\A_{2} hx + \frac{h^{2}}{24} \left[ B_{22} R_{2} + B_{12} R_{1} + B_{26} R_{3} + A_{2} \left( \frac{\partial X_{2}}{\partial x} + \frac{\partial Y_{2}}{\partial y} \right) \right]$$

$$S = \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \tau_{xy} dz = C_{16} \frac{\partial u}{\partial x} + C_{26} \frac{\partial v}{\partial y} + C_{66} \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) + J_1 \left[ \left( a_{55} B_{16} + a_{45} B_{66} + A_3 \right) \frac{\partial \varphi}{\partial x} + \left( a_{45} B_{26} + a_{55} B_{66} \right) \frac{\partial \varphi}{\partial y} \right] + J_2 \left[ \left( a_{45} B_{16} + a_{44} B_{66} \right) \frac{\partial \varphi}{\partial x} + \left( a_{44} B_{26} + a_{45} B_{66} + A_3 \right) \frac{\partial \psi}{\partial y} \right] - A_3 hx + \frac{h^2}{24} \left[ B_{16} R_1 + B_{26} R_2 + B_{66} R_3 + A_3 \left( \frac{\partial X_2}{\partial x} + \frac{\partial Y_2}{\partial y} \right) \right]$$

$$Mx = \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \sigma_{x} z dz = -\left(D_{11}\frac{\partial^{2} w}{\partial x^{2}} + D_{12}\frac{\partial^{2} w}{\partial y^{2}} + 2D_{16}\frac{\partial^{2} w}{\partial x \partial y}\right) + \\J_{3}\left[\left(a_{55}B_{11} + a_{45}B_{16} + A_{1}\right)\frac{\partial \varphi}{\partial x} + \left(a_{45}B_{12} + a_{55}B_{16}\right)\frac{\partial \varphi}{\partial y}\right] + \\J_{4}\left[\left(a_{45}B_{11} + a_{44}B_{16}\right)\frac{\partial \psi}{\partial x} + \left(a_{44}B_{12} + a_{45}B_{16} + A_{1}\right)\frac{\partial \psi}{\partial y}\right] + \\\frac{h^{3}}{12}\left[B_{11}Q_{1} + B_{12}Q_{2} + B_{16}Q_{3} + A_{1}\left(\frac{\partial X_{1}}{\partial x} + \frac{\partial Y_{1}}{\partial y}\right)\right] \\My = \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \sigma_{y} z dz = -\left(D_{22}\frac{\partial^{2} w}{\partial y^{2}} + D_{12}\frac{\partial^{2} w}{\partial x^{2}} + 2D_{26}\frac{\partial^{2} w}{\partial x \partial y}\right) +$$

 $J \left[ \left( a_{44} B_{22} + a_{45} B_{26} + A_2 \right) \frac{\partial \psi}{\partial y} + \left( a_{45} B_{12} + a_{44} B_{26} \right) \frac{\partial \psi}{\partial x} \right] +$ 

1.21

$$J \int_{3} \left[ \left( a_{45} B_{22} + a_{55} B_{26} \right) \frac{\partial \varphi}{\partial y} + \left( a_{55} B_{12} + a_{45} B_{26} + A_2 \right) \frac{\partial \varphi}{\partial x} \right] + \frac{h^3}{12} \left[ B_{22} Q_2 + B_{12} Q_1 + B_{26} Q_3 + A_2 \left( \frac{\partial X_1}{\partial x} + \frac{\partial Y_1}{\partial y} \right) \right] \right]$$

$$H = \int_{-\frac{N}{2}}^{\frac{N}{2}} \tau_{xy} z dz = -\left( D_{16} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + D_{26} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + 2D_{66} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right) + J \int_{3} \left[ \left( a_{55} B_{16} + a_{45} B_{66} + A_3 \right) \frac{\partial \varphi}{\partial x} + \left( a_{45} B_{26} + a_{55} B_{66} \right) \frac{\partial \varphi}{\partial y} \right] + J \int_{4} \left[ \left( a_{45} B_{16} + a_{44} B_{66} \right) \frac{\partial \psi}{\partial x} + \left( a_{44} B_{26} + a_{45} B_{66} + A_3 \right) \frac{\partial \psi}{\partial y} \right] + \frac{h^3}{12} \left[ B_{16} Q_1 + B_{26} Q_2 + B_{66} Q_3 + A_3 \left( \frac{\partial X_1}{\partial x} + \frac{\partial Y_1}{\partial y} \right) \right] \right]$$

$$Nx = \int_{-\frac{N}{2}}^{\frac{N}{2}} \tau_{xz} dz = J_3 \varphi + hX_1$$

$$J_1 = \int_{-\frac{N}{2}}^{\frac{N}{2}} J_{01}(z) dz$$

$$J_2 = \int_{-\frac{N}{2}}^{\frac{N}{2}} J_{02}(z) dz$$

$$J_3 = \int_{-\frac{N}{2}}^{\frac{N}{2}} J_{01}(z) dz$$

$$J_4 = \int_{-\frac{N}{2}}^{\frac{N}{2}} J_{02}(z) dz$$

$$J_5 = k_1^{-2} \left( \frac{h}{2} \right) = \int_{-\frac{N}{2}}^{\frac{N}{2}} f_1(z) dz$$

$$J_5 = k_1^{-2} \left( \frac{h}{2} \right) = \int_{-\frac{N}{2}}^{\frac{N}{2}} f_1(z) dz$$

.

donde:

Integrando las ecuaciones 1.21 en 1.6, excluyendo las fuerzas en el eje Z, obtenemos las

relaciones de equilibrio:

$$\frac{\partial \tau_x}{\partial t} + \frac{\partial S}{\partial y} = -X_2$$

$$\frac{\partial \tau_y}{\partial y} + \frac{\partial S}{\partial t} = -Y_2$$
1.22
$$\frac{\partial h_x}{\partial t} + \frac{\partial Ny}{\partial y} = -Z_2$$

$$\frac{\partial M_x}{\partial t} + \frac{\partial H}{\partial y} = Nx - hX_1$$

$$\frac{\partial M_y}{\partial t} + \frac{\partial H}{\partial t} = Ny - hY_1$$

#### 1.2.4 Teoría General de Cascarones Delgados

D

El diseño de cascarones delgados se describe con el comportamiento físico de ciertos sistemas bien definidos y de las ecuaciones generales de análisis elástico. Sin embargo, es más difícil de presentar racionalmente que el diseño de otros sistemas estructurales comunes debido a 2 razones:

- 1. Un análisis riguroso es complicado.
- La capacidad de transmisión de carga de una estructura curva delgada a menudo excede lo prescrito.

Estos dos estatutos explican la razón del análisis de cascarones con 2 aproximaciones distintas de diseño:

- 1. Enfasis en un riguroso análisis basado en formulaciones matemáticas complejas.
- Evitando matemáticas complicadas y tomando énfasis en la acción física de los cascarones como un cuerpo o utilizando modelos físicos.

#### 1.2.4.1 Teoría General de Análisis

El primer paso en la solución de cualquier tipo de problema que involucra cascarones delgados consiste en reducir ciertas condiciones de equilibrio en una ecuación diferencial parcial de octavo orden con una función desconocida; su solución involucra ocho constantes de integración más una solución particular. A su vez, las constantes de integración son el resultado de aplicar ocho condiciones de frontera en extremos discontinuos del cascarón. Un cascarón delgado es una superficie curva con radios de curvatura  $r_z$  y  $r_y$  cuyo espesor h es relativamente pequeño comparado con sus demás dimensiones (ver Figura 1.13). La superficie que bisecta al espesor del cascarón se llama superficie media. Para el análisis se inicia de las condiciones de equilibrio de un elemento diferencial:



I

Ð

Los esfuerzos resultantes actuantes en la superficie media y los esfuerzos de acoplamiento actuantes en el espesor del cascarón son:

$$N_{x} = \int_{-\frac{h}{2}}^{+\frac{h}{2}} \sigma_{x} \left(1 - \frac{z}{r_{y}}\right) d_{z} \qquad N_{y} = \int_{-\frac{h}{2}}^{+\frac{h}{2}} \sigma_{y} \left(1 - \frac{z}{r_{x}}\right) d_{z} 
N_{xy} = \int_{-\frac{h}{2}}^{+\frac{h}{2}} T_{xy} \left(1 - \frac{z}{r_{y}}\right) d_{z} \qquad N_{yx} = \int_{-\frac{h}{2}}^{+\frac{h}{2}} T_{yx} \left(1 - \frac{z}{r_{x}}\right) d_{z} 
Q_{x} = \int_{-\frac{h}{2}}^{+\frac{h}{2}} T_{xz} \left(1 - \frac{z}{r_{y}}\right) d_{z} \qquad Q_{y} = \int_{-\frac{h}{2}}^{+\frac{h}{2}} T_{yz} \left(1 - \frac{z}{r_{x}}\right) d_{z} \qquad 1.24 
M_{x} = \int_{-\frac{h}{2}}^{+\frac{h}{2}} \sigma_{x} z \left(1 - \frac{z}{r_{y}}\right) d_{z} \qquad M_{y} = \int_{-\frac{h}{2}}^{+\frac{h}{2}} \sigma_{y} z \left(1 - \frac{z}{r_{x}}\right) d_{z} 
M_{xy} = -\int_{-\frac{h}{2}}^{+\frac{h}{2}} T_{xy} z \left(1 - \frac{z}{r_{y}}\right) d_{z} \qquad M_{yz} = \int_{-\frac{h}{2}}^{+\frac{h}{2}} T_{yz} z \left(1 - \frac{z}{r_{x}}\right) d_{z}$$

Apoyados con el teorema de Love:

#### $N_{xy} = N_{yz}$ $M_{xy} = -M_{yz}$

Y tomando a  $z_{ry}$ , y  $z_{rx}$ , iguales a cero por ser muy cercanos a la unidad, así como el esfuerzo  $\sigma_x$  debido a que es muy pequeño comparado con las deformaciones  $\delta_x$  y  $\delta_y$ , por lo tanto tienen un efecto pequeño en las deformaciones unitarias  $\varepsilon_x$  y  $\varepsilon_y$ .

El comportamiento elástico lineal, también es usado en el análisis de cascarones delgados, proporciona una relación directa entre el esfuerzo y la deformación por el cual se relacionan el equilibrio de esfuerzos resultantes y esfuerzos de acoplamiento a las ecuaciones de compatibilidad de deformación.

Con base en todo lo anterior, asumimos:

- Los puntos en líneas normales a la superficie media permanecen normales antes y después de la deformación.
- Las deformaciones del cascarón debido a las fuerzas cortantes Q<sub>x</sub> y Q<sub>y</sub>, no se toman en cuenta.

$$\nabla^{4}F + K(1 - v^{2})\nabla_{R}^{2}w = \int \frac{1}{a_{y}^{2}} \frac{\partial^{2}P_{x}}{\partial \alpha_{y}^{2}} a_{x}d\alpha_{x} + \int \frac{1}{a_{x}^{2}} \frac{\partial^{2}P_{y}}{\partial \alpha_{x}^{2}} a_{y}d\alpha_{y} - v \frac{1}{a_{xd}} \frac{\partial P_{x}}{\partial \alpha_{x}} - v \frac{1}{a_{y}} \frac{\partial P_{y}}{\partial \alpha_{y}} = f(p)$$
donde
$$\nabla_{R}^{2}w = \left(\frac{1}{r_{y}a_{x}^{2}} \frac{\partial^{2}}{\partial \alpha^{2}} - \frac{2}{r_{xy}a_{x}a_{y}} \frac{\partial^{2}}{\partial \alpha_{x}\partial \alpha_{y}} + \frac{1}{r_{x}\alpha_{y}^{2}} \frac{\partial^{2}}{\partial \alpha_{y}^{2}}\right)w$$

28

Y de la ecuación de placas que resulta de sustituir los valores de Q<sub>x</sub>, Q<sub>y</sub> de la segunda y tercera ecuación de 24, al resultado se le sustituye 25 obteniendo la ecuación siguiente:

$$\nabla^4 w - \frac{1}{D} \nabla_R^2 F = \frac{P_z}{D} - \frac{1}{D} \left( \frac{1}{r_x} \int P_x a_x d\alpha_x + \frac{1}{r_y} \int P_y a_y d\alpha_y \right) = f^i(p)$$
 1.28

Combinando a ∇4 de 1.27 en 1.28 obtenemos:

$$\nabla^{8} w + \frac{12(1-v^{2})}{h^{2}} \nabla_{R}^{4} w = \frac{1}{D} \dot{\nabla}_{R}^{2} f(p) + \nabla^{4} f'(p)$$
 1.29

A esta última ecuación les son aplicados las condiciones de frontera. Este tipo de solución con cascarones delgados ha sido utilizando, pero también modelos físicos han proporcionado buenos resultados.

#### 1.3 Principios de Extensometría

La resistencia de las galgas extensométricas ha sido la herramienta más poderosa en el campo de análisis de esfuerzos. La galga es un dispositivo de aplicación directa a la superficie sujeta a deformación. Existen varios tipos de ellas:

- 1. Galga de Carbón.
- 2. Galga de deformación de un solo cable unido.
- 3. Galga de deformación en forma de lámina.

#### 1.3.1 Sistema de la Galga Extensométrica

El sistema completo esta conformado por la superficie de la muestra, el adhesivo de la galga, el recubrimiento posterior, el filamento deformante, los cables guía y el recubrimiento de protección, ver Figura 1.14



El tipo de material, acabado, acondicionamiento y limpieza de la superficie es principalmente importante en la obtención de la información de deformación deseada. La selección del adhesivo esta determinado según el material de muestra, el acabado de superficie, el recubrimiento posterior, la vida requerida de la galga, las condiciones de prueba y el costo de instalación.

#### 1.3.2 Diseño de la Galga Extensométrica

#### 1.3.2.1 Elemento Deformante

D

D

En las mediciones es necesario usar un filamento con la longitud que corresponda al tamaño y forma del campo de deformación bajo estudio. El diseño práctico de las galgas consiste más en una malla que en un solo filamento, ver Figura 1.15. Esta malla se comporta como cables conectados en serie y son eléctricamente equivalentes a uno solo. Con esta malla obtenemos un efecto indeseable puesto que cada vuelta representa una pequeña unión del cable a ángulos rectos y dará por resultado una respuesta a deformaciones transversales. La malla responderá al valor promedio de la deformación entre sus extremos, esta dimensión es la "longitud de la galga".



La malla se encuentra entre dos capas delgadas para prevenir fisura de los cables y distorsión de forma, ver Figura 1.15. El elemento deformante es fabricado generalmente de Constantano.

1.3.2.2 Unión de la Galga Extensométrica

El adhesivo debe poseer las siguientes características:

- Formará una unión fuerte y permanente con cualquier tipo de material y con el recubrimiento posterior.
- 2. Podrá mezclarse fácilmente.
- 3. Permitirá suficiente tiempo para la instalación de la galga antes de solidificar.
- Con suficiente tacto para que la galga permanezca adherida sin necesidad de aplicar demasiada presión.
- Solidificará sin formar intersticios, con una alta rigidez y transmitirá el campo de deformación sin efectos de cedencia.
- Su resistencia y ductilidad operararán a un 20% de elongación sin romperse o provocar desunión.

#### 1.3.2.3 Cables Guia

El cable guía es el cable de unión entre la galga y la interconexión, el cable grueso conecta la interconexión a los instrumentos de lectura, ver Figura 1.16.



#### 1.3.2.4 Material de Recubrimiento y Manejo

La porción de la matriz localizada entre el claro de la malla y la superficie del material se llama recubrimiento posterior. Este recubrimiento cumple funciones importantes:

a) Provee el medio de manejo de la galga durante la instalación.

b) Proporciona aislamiento eléctrico entre la muestra y el metal de la galga.

c) Minimiza la deformación cortante que interfiere con la transmisión de la deformación.

El recubrimiento posterior es delgado, hecho con resinas epóxicas y posee las siguientes características:

- a) Un módulo elástico alto para transmitir toda la deformación y rabaja en un rango determinado de temperatura.
- b) Flexibilidad para soportar las deflexiones sin fracturarse o deformarse.
- c) Una capacidad de elongación alta evitará la fractura de la galga y propagación de la misma dentro de la malla.
- d) Alta capacidad de unión, capa posterior muestra, con el adhesivo.
- e) Bajo coeficiente de expansión térmica pues de lo contrario dará lugar a altos esfuerzos cortantes en el adhesivo propiciando la desunión de la galga - muestra.

#### 1.3.2.5 Sobrecapa y Encapsulado

La función principal de la sobrecapa es proteger la malta durante su maneo y contra la acción de agentes corrosivos. El encapsulado generalmente esta hecho del mismo naterial que el recubrimiento posterior, sin embargo, no funciona como transmisor de deformación pero recibe el

campo de deformación del recubrimiento posterior lo cual incrementa el esfuerzo cortante en el adhesivo de unión. La mayoría de las galgas de lámina tienen una capa de aislamiento unida sobre la malla y el recubrimiento posterior llamada sobrecapa o encapsulado.

# 1.3.2.6 Galga Extensométrica en Forma Lámina

Es un pequeño circuito implantado por reducción fotográfica de una galga maestra de gran precisión, ver Figura 1.17. El patrón fotoimpreso de la malla se encuentra montada en un recubrimiento posterior aplicado por un proceso de fundición. Este tipo de galga presenta mejores ventajas ya que la sección transversal de la malla es rectangular y permite mayor transmisión de deformación de la superficie de la muestra a la galga, existe mejor transferencia de calor y no se sobrecalienta; es menos sensible a deformaciones transversales debido a las vueltas extendidas de la malla pues presenta una sección grande y de baja resistencia eléctrica.



#### 1.3.3 Factor de Galga

D

D

D

þ

D

D

D

La sensibilidad a la deformación es una propiedad de las aleaciones sensibles a la deformación, sin embargo, cuando el metal es conformado en una malla y provisto de puntos de unión para soldar presentará una relación diferente entre el cambio de resistencia y la deformación aplicada. El término factor de galga (FG) cuantífica esta relación y matemáticamente es:

$$Fs = \frac{\Delta Ro}{\Delta Lo} = \frac{\Delta Ro}{\epsilon}$$

$$\Delta R = Cambio de resistencia en la galga en ohms.$$

$$Ro = Resistencia de la galga sin deformar.$$

$$\epsilon = Deformación unitaria en la superficie de la muestra bajo la malla de la galga.$$
1.31

La medición de  $\Delta$ R/Ro es obtenida en la malla específica de una galga.  $\varepsilon$  se maneja en µin/in (µm/m), asimismo, el cambio de resistencia en µΩ/Ω. El factor de galga es la medida de la sensibilidad, o señal de salida, dada por la resistencia de la galga.

#### 1.3.4 Circuito de la Galga Extensométrica

donde

Las galgas extensométricas requieren de una entrada para obtener una sensibilidad de salida del orden de 2.0, que son cambios de resistencia mucho menores para una lectura directa en circuitos de resistencia común; por esta razón se utilizan circuitos de puente que miden pequeños cambios de resistencia, como el puente de Wheatstone, ver Figura 1.18.



Figura 1.18

Para leer las salidas de una sola galga es necesario que las resistencias R<sub>c</sub> y R<sub>D</sub> consistan de resistores de precisión de igual valor, R<sub>B</sub> será un resistor de igual valor que la resistencia R<sub>A</sub> de la galga, sin deformar. Bajo estas condiciones el voltaje arrojado entre R<sub>D</sub> y R<sub>A</sub> son iguales, y el voltaje de salida e<sub>0</sub> es cero. Conforme la resistencia R<sub>A</sub> cambie debido a la deformación aplicada, e<sub>0</sub> variará tanto en polaridad como en magnitud, esto se refiere a un desbalance en el puente y provee una cierta relación lineal entre R<sub>A</sub> y e<sub>0</sub>. La resistencia R<sub>B</sub> puede ser otra galga de deformación usada como compensador de niveles de deformación o de polaridad opuesta.

En el circuito de la galga es necesario regular el voltaje o la corriente. La variación de la corriente a través de la galga o la variación del voltaje arrojado por la misma es una indicación del cambio de resistencia. Ambos valores son proporcionales a la deformación inducida y la señal de salida puede amplificarse por varios métodos.
## 1.4 Teoría de Modelado en Elementos Finitos

La teoría de elementos de cascarones 3-D es el más adecuado para el estudio de estructuras de cascarones gruesos a delgados. En esta teoría, el elemento tiene seis grados de libertad por nodo (Ux, Uy, Uz, Txx, Tyy, Tzz) pero no posee rigidez rotacional normal a la superficie del cascaron, ver Figura 1.20.



Figura 1.20. Grados de Libertad por Nodo.

El elemento puede formarse con 4 nodos cuadriláteros con un valor de orden de nodo igual a los mostrados a en la Figura 1.21.



La configuración, las posiciones del nodo así como la numeración en la superficie del cascarón (ξ, ζ) se muestran en el modelo de la Figura 1.22:



ill.

Ű.

D

1

D

Ŋ

D

D

D

D

D

þ

þ

Figura 1.22. Configuración y Convención de Numeración de las Superficies Superior e Inferior del Elemento.



# Capítulo II Parte Experimental





## 2.1 Proceso de Laminación del Material Estructural

#### 2.1.1 Formulación del Compuesto

El material estructural se elaboró de acuerdo a los resultados del trabajo realizado por Cervantes <sup>6</sup> (HDPE-Carga-Refuerzo). Analizados tales resultados se encontró que los compuestos que presentaron el mejor comportamiento mecánico se mencionan a continuación:

Experimente	Resistencia a Flexion (MPa)	Molute (MPa)	
3	30.81	1.55	
7	31.9	2.30	

Estos experimentos a su vez presentan las siguientes distribuciones:

a Xileumento	arrena (%)	Fibre (%)	Temperature de extrusión (PC)
3	13	20	170
7	13	20.5	180

Ciertamente, la carga aumenta el módulo elástico a tensión pero disminuye su resistencia sin embargo, a bajos contenidos de arena, la resistencia del compuesto aumenta con el contenido de fibra <sup>6</sup>. Con base en esto, se puede trabajar la arena en un rango del 35% de la formulación total así como un 20.5% de la fibra. Por esta razón los porcentajes utilizados son:

E-mennente		Filippin (%),	Temperature de extrusión (%)
1	20	20	180

#### 2.1.1.1 Materia Prima

Polietileno. Se utilizó polietileno de alta densidad (HDPE) de la marca Union Carbide. Sus propiedades mecánicas se determinaron mediante ensayos de tensión y de flexión de acuerdo con las normas ASTM D638-82a <sup>1</sup>, ver Anexo I, y ASTM D790M-82 <sup>2</sup>, ver Anexo II, respectivamente. Presenta las siguientes características químicas:

Uppristed regilies Valer



Densidad (91/cm3)	0.953	
Índice de fluidez (9/10 min)	0.274	
Temperatura de ablandamiento (°C)	128.34	

CaCO<sub>3</sub>. Es el relleno o carga más ampliamente utilizado en su forma natural en el procesamiento de los plásticos a pesar de su alta abrasividad. En este trabajo se utilizó arena de la Costa de Yucatán como fase de relleno por presentar la siguiente composición química <sup>6</sup> :

Cumplemento	Porcentaje
SiOz	Trazas
Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	0.11
Fe <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	0.09
CaO	3.580
K2O	Trazas
CaCO <sub>3</sub>	96.07

Además de las siguientes características 6 :

Caraletaristica	VEIOF
Densidad (9%m3)	2.65
Descomposición (°C)	800 a 900

Henequén (Agave fourcroydes). De la empresa DESFIYUSA (Desfibradora Yucateca, S.

A.), es larga, esbelta, con 22 micras de ancho, seca y de color amarillo. Presenta la siguiente composición química <sup>6</sup> :

Compressio	Porcentels
Celulosa	59.75
Hemicelulosa	28.12
Lignina	8.04
Extraibles	4.08
Cenizas	0.53

Así como las siguientes características 6,8 :

Carrenter stipes	/#68 1 - 49	
Densidad (9/cm3)		
Resistencia a la tensión (MPa)	580	
Módulo elástico (GPa)	12.8	
Pérdida de agua (°C)	100	
Descomposición (°C)	250	

## 2.1.1.2 Acondicionamiento de la Materia Prima

El henequén fue procesado en un molino de cuchillas Brabender y pasado a través de una malla de 2 mm en el mismo molino. Posteriormente, la fibra cortada fue tamizada con mallas número 20 y 50 (0.805 mm y 0.297 mm respectivamente); la primera separa las fibras más largas mientras que la segunda separa los polvos que podrían actuar como relleno y no como refuerzo. Con la longitud y diámetro promedio de la fibra se obtuvo la razón de aspecto (L/D) <sup>5</sup>, con un valor promedio de 12.5.

La arena fue lavada con agua para remover sales y tamizada con mallas número 20 y 50 que al igual que en las fibras, se separaron partículas de mayor y menor tamaño, con el fin de obtener un diámetro homogéneo, los que resultaron ser de aproximadamente 0.297 mm.

El polietileno, al igual que la fibra, únicamente fue molido y pasado por la malla de 2 mm para tener una mejor distribución del polímero en la mezcla con los demás componentes del compuesto antes de ser extruidos.

#### 2.1.1.3 Preparación del Compuesto

)

ł

Las materias primas acondicionadas fueron mezcladas manualmente y calentadas a 100° C durante 24 hrs. en una estufa de convección. Al término, se embolsaron para evitar la absorción de humedad en el compuesto, ya que esta afecta el proceso de extrusión así como las características finales del producto.

Antes de la extrusión el material fue vertido en una mezcladora horizontal durante 5 minutos por carga y al mismo tiempo se añadió aceite mineral DUO SEAL como lubricante del material para prevenir la abrasión del cilindro y del husillo de la extrusora, a razón de un 2% del compuesto total. De esta forma se preparó el primer tipo de compuesto.

Debido a que la arena también es altamente abrasiva dentro del compuesto mismo, fue necesario emplear un agente que compatibilizara la carga y la matriz. Este aditivo es Titanato KRTTS (Isopropil Trisoestearil Titanato) de la Kenrich Petrochemical Co., agregado en un 0.4% de la carga diluido en el aceite mineral. Por lo que un segundo tipo de compuesto fue elaborado con los mismos porcentajes de carga y refuerzo, así como el mismo proceso de preparación de materias primas.

## 2.1.2 Proceso de Extrusión

J

IJ

D

El material preparado se procesó en un extrusor horizontal marca Nieto con una relación L/D de 11, un diámetro de barril de 1 ½ in (37 mm) y tres zonas de calentamiento, ver Figura 2.1; con un husillo de ¼ in de diámetro con 20 hilos, una relación de compresión de 2, de paso cuadrado (paso igual al diámetro); la extrusora presenta una relación de motor 5:1 y la extrusión se realizó a una velocidad de husillo de 45 RPM, frecuencia de 30 ciclos, el amperaje medido fue de 6.5 A a flujo estable y a las temperaturas mostradas en la Tabla 2.1.

Papinatina (10)
160
170
180
180

#### Tabla 2.1. Temperaturas del Extrusor.

La última zona de calentamiento compartió la temperatura con el portadado debido a la distancia entre la salida de la extrusora y la salida del portadado. Si el compuesto fundido se enfriara podría causar severos daños a la extrusora.



Figura 2.1. Extrusor Horizontal y Zonas de Calentamiento.

En la salida del portadado se acopló un dado para láminas con dos zonas de calentamiento en los extremos a 180°C de temperatura. La salida de este dado fue regulada a su abertura máxima de 2.87 mm.



Figura 2.2. Dado y Portadado.



Figura 2.3. Calandra.

El material mezclado fue vertido en la tolva y removido periódicamente porque tendía a aglomerarse en el orificio de la entrada al cilindro. Al salir el compuesto fundido se colocó en un sistema de laminación conformado por tres rodillos pulidos de 5 in de diámetro, ver Figura 2.3, ajustados a 2.87 mm entre cada uno, la función de estos rodillos de laminación o calandra es la de

impartir el acabado a la plancha y tratar de orientar las fibras. Al final de la línea de extrusión, la lámina se insertó en unos rodillos de tire que proporcionaron una tensión y mantuvieron en contacto al compuesto con las superficies de los rodillos de laminación así como la continuidad del proceso, la superficie de estos rodillos es de hule. Al salir la lámina de los rodillos de tire era cortada manualmente en tramos de 3 m. La separación entre la calandra y los rodillos de tire fue de 70 cm. La línea de extrusión se visualiza a continuación:



Figura 2.4. Línea de Extrusión.

Durante el proceso de los dos tipos de compuestos, uno sin el agente acoplante y otro con Titanato, existió un tiempo de purgado durante cinco minutos con polietileno antes de extruir cada compuesto. Posteriormente se realizó una segunda extrusión, solamente que en esta ocasión se interpuso una malla entre la salida del tornillo y la entrada al portadado para mejorar la distribución del flujo del compuesto en la extrusión.

#### 2.1.3 Compuestos Extruidos

J

Con base en lo anterior, se elaboraron cuatro tipo de materiales, los cuales son:

Compuesto sin titanato y sin pasar por la malla (STSM).

- II. Compuesto con titanato y sin pasar por la malla (CTSM).
- III. Compuesto sin titanato y pasado por la malla (STCM).
- IV. Compuesto con titanato y pasado por la malla (CTCM).
- 2.1.4 Ondulación de la Lámina

Las láminas extruidas fueron conformadas como material estructural periódico con la ayuda de dos prensas:

- Prensa plana. Con dimensiones de 30 cm por 46 cm, cumple la función de precalentar uniformemente el material a una temperatura de 175º C. Ver Figura 2.5.
- Prensa ondulada. Conforma la lámina precalentada en forma estructural periódica a una temperatura de 165º C. Las dimensiones de esta prensa son de 32.0 cm por 71.0 cm, ver Figura 2.6.



Figura 2.5. Prensa Plana.



Figura 2.6. Prensa Ondulada.

Como las dimensiones del compuesto extruido fueron menores a las de la prensa ondulada, se tuvo la necesidad de traslapar el material a una distancia de 2.0 cm, con el fin de obtener el mayor tamaño de lámina ondulada. Para ello se cortaron 2 tramos, el primero de 20 por 71 cm y el segundo de 14 por 71 cm, ver Figura 2.7



Figura 2.7. Croquis de Traslape de Láminas.

El proceso de laminación es el siguiente:

)

)

- Se forraron los tramos de lámina continua cortados con papel aluminio, el cual estaba previamente embarnecido con silicón desmoldante para evitar que el material se pegara en el papel.
- Durante 9 minutos se precalentaron las láminas traslapadas envueltas con el papel aluminio en la prensa plana. La presión ejercida fue unicamente a contacto.
- A los 5 minutos del precalentado se ejerció una pequeña presión para lograr que el traslape lograra unirse.
- Pasado el tiempo de precalentado, la lámina envuelta fue introducida en la prensa ondulada.
- 5. Antes de cerrar la prensa, hubo un pre-conformado manual de la lámina en las ondulaciones de la prensa con la ayuda de 2 tubos previamente calentados a la misma temperatura (165° C). Este pre-conformado se realizó de la siguiente manera: con uno de los tubos se moldeó el material en el valle central de la placa inferior de la prensa ondulada y se mantuvo en esa posición, con el segundo tubo se fue acomodando el compuesto en el valle izquierdo y derecho a la ondulación central sin dejar de mantener la presión en esta. Cuando la lámina obtuvo la forma estructural se retiraron los tubos.

- Se colocaron dos topes de aluminio, uno en la cresta del extremo izquierdo ze la placa inferior de la prensa y otro en la parte trasera de la cresta del extremo de echo en la misma placa.
- 7. La placa superior de la prensa fue cerrada lentamente hasta llegar a los topes.
- Una vez que se cerró la prensa, fue apagada. La función de esta prensa es dare la forma estructural al compuesto.
- Como último paso se enfrió la lámina prensada por tiro de aire forzado utilizand: un ventilador.

Después de 3 hrs promedio de enfriamiento se retiró la lámina acanalada de la prensa / el producto final posee las siguientes dimensiones:



Figura 2.8. Dimensiones de Material Estructural.

Para una visualización del proceso completo revísese el Anexo IV.

# 2.2 Determinación de Propiedades Mecánicas Efectivas

proporcionados por la computadora fueron corroborados manualmente graficando las curva Esfuerzo - Deformación a partir de los cálculos correspondientes con los valores arrojados por la máquina de ensayo: carga (kg) y deformación (mm) para cada probeta.

#### 2.2.2 Ensayo a Flexión

۶

D

Con base en la norma ASTM D-190-81 (ver Anexo II) método I, se realizó este ensayo tanto para los cuatro tipos de compuesto como para el HDPE puro en una máquina de ensayo universal marca Instron conectada a una computadora. Se utilizó una celda de carga de 500 kg a una velocidad de cabezal de 2 mm/min, una distancia entre soportes de 100 mm y a una temperatura de 25° C.

Las probetas para este método fueron maquinadas en sentido paralelo y perpendicular a la dirección de flujo de la fibra en una fresadora tipo Vacu Router de la marca Shyodu con un molde de la misma marca para probetas de flexión, preparando así cinco probetas para ámbos sentidos en cada tipo de compuesto.

El módulo elástico y la resistencia fueron corroborados manualmente al graficar la curva Carga - Deflexión para cada probeta (carga en kg y deflexión en mm) de los cuatro tipos de compuestos.

49

1

D

D

1

T

10

Э

El valor de esta relación se determinó al registrar la deformación longitudinal y transversal, de un punto estratégico en la lámina ondulada con la ayuda de galgas extensométricas. Considerando la ecuación correspondiente a la constante de Poisson, tenemos:

$$\upsilon = \frac{\varepsilon_y}{\varepsilon_x} = \frac{\text{Deformacion unitaria en sentido perpendicular a la direccion de la fibra}}{\text{Deformacion unitaria en sentido paralelo a la direccion de la fibra}}$$
 2.1

Se llevó a cabo todo un proceso para la instalación y conexión de las galgas extensométricas así como equipo especial para la medición de las deformaciones. Sin embargo, fue necesario un estudio preliminar para ubicar las galgas extensométricas en la lámina ondulada.

#### 2.2.4 Cálculo del Módulo de Rigidez

El módulo elástico (E) es una propiedad fundamenta de los materiales cuando estos se recuperan de una carga aplicada y porque obedecen, inclusive, a la Ley de Hooke; el módulo de rigidez está relacionado con el módulo elástico y la relación de Poisson por la Ecuación 2.2.

$$G = \frac{E}{2(1 - \nu)}$$
E = Módulo Elastico.  
v = Relación de Poisson.

#### 2.2.5 Determinación del Estado de Deformación

#### 2.2.5.1 Estudio Preliminar y Características de Galgas Extensométricas

El comportamiento estructural del material es dificil de determinar debido a su geometría, sin embargo, la parte superior de la cresta donde se aplica la carga (ver Figura 2.9) estará sometida a esfuerzos de compresión mientras que en la parte inferior a esfuerzos de tensión; en el valle contiguo ocurrirá lo contrario, esto es, la parte superior estará trabajando a tensión y la parte inferior a compresión. En la Figura 2.9 también podemos observar al punto A, el cual probablemente se trate de una zona de transición de esfuerzos en donde no exista deformación, que a pesar de ser el sitio de mejor acceso, no sea el lugar más adecuado para la ubicación de una galga extensométrica. Es por este motivo que la galga debe colocarse en alguna región lejos de este punto de transición sin llegar a una cresta o un valle, ya que al adherirla en estos puede pre-esforzarse la malla antes de aplicar la carga.



Figura 2.9. Comportamiento de Lámina Ondulada Bajo Carga.

Con base en este estudio, las galgas extensómetricas se ubicaron según el siguiente bosquejo:





Figura 2.10. Ubicación de Galgas Extensométricas.

Las galgas extensométricas A y B son unidireccionales, es decir, miden la deformación en el sentido al que esté orientada la malla; la galga A mide la deformación transversal mientras la galga

B mide la deformación longitudinal. La galga C es bidireccional, esto es, una de sus malla mide la deformación longitudinal y la segunda mide la deformación transversal; con la ayuda de esta última galga se obtuvo la relación de Poisson. Las características de las tres galgas se muestran en la Tabla 2.2.

ing had	egrij -	Settle	C areactor infroms
A	Unidireccional	CEA-13-125UW-120	$FG = 2.11 \pm 0.3\%$ $\Omega = 120 \pm 0.3\%$ $K_t = 1.3\%$
В	Unidireccional	CEA-13.125UW-120	$FG = 2.11 \pm 0.3\%$ $\Omega = 120 \pm 0.3\%$ $K_t = 1.3\%$
с	Bidireccional	CEA-13-125UT-120	Malla 1 $FG = 2.085 \pm 0.5\%$ $\Omega = 120$ $K_t = 2.2 \%$ Malla 2 $FG = 2.115 \pm 0.5\%$ $\Omega = 120$ $K_t = 1.4\%$

Tabla 2.2. Características de las Galgas Extensométrica.

# 2.2.5.2 Proceso de Instalación de Galgas Extensométricas

La galga puede adherirse en cualquier superficie y su aplicación en el compuesto requirió de ciertas técnicas, cuidado y limpieza. La instalación completa de las galgas consistió de tres operaciones básicas:

- Preparación de la superficie. Se utilizó un solvente desengrasante, un papel abrasivo (Papel lija), un acondicionador y un neutralizador (este último preparó la alkalinidad de la superficie).
- Unión de la galga. En este proceso primeramente se retiró la galga de su empaque con unas pinzas de punta limpias y se colocó en una superficie limpia (libre de grasa principalmente), se le adhirió a la galga una cinta adhesiva especial con un algodón y

ambas fueron colocadas sobre la superficie del material estructural. Se levantó la cinta con la galga adherida a ella y fue distribuido el adhesivo epóxico sobre la superficie del compuesto. Nuevamente se presionó la cinta con la galga sobre el adhesivo y le fueron sobrepuestas dos gomas de silicón, una sobre la cinta adhesiva y la otra en la parte posterior del material. Por último, las gomas fueron presionadas ligeramente con un material rígido y unas prensas, dejando secar el adhesivo con la galga durante 48 hrs. para una perfecta unión. Transcurrido el tiempo se retiró la presión, las gomas y la cinta.

3. Soldado de cables guía. En las terminales de las galgas fueron soldaron cables delgados cobreados y sus extremos a una interconexión junto con otros cables más gruesos. Estos cables gruesos fueron tres, que a su vez, se conectaron a las terminales del aparato de lectura; dos de los cables gruesos indujeron el voltaje y el tercero a tierra. Cuando el soldado concluyó, fueron verificadas las continuidades entre las conexiones, la inexistencia de interferencia entre las terminales y la resistencia de la galga, si ésta era diferente de 120 Ω, la malla se encontraba en mal estado o mal adherida. Cuando todas las conexiones fueron revisadas, se aplicó un aislante consistente en un recubrimiento de Poliuretano de secado al aire.

Después de cada proceso se realizó una inspección visual a las orillas de las galgas, con un lente de aumento y unas pinzas de punta; éstas debían estar perfectamente adheridas así como las soldaduras no hubieran dañado la malla. El diagrama de conexión de las galgas puede visualizarse en la Figura 2.11.



Figura 2.11. Diagrama de Conexión de Galgas Extensométricas.

#### 2.2.5.3 Medición de Deformaciones

La lámina ondulada fue sometida a una carga de flexión, posteriormente detallaremos tal situación, para determinar el estado de deformación con las galgas extensométricas y sus circuitos instalados en la superficie del material estructural. Los cables gruesos se conectaron a un sistema Acondicionador/Amplificador de la marca Mesarument Group modelo 2100, el cual por medio de una fuente de poder indujo un voltaje de excitación constante (5V) en las terminales de la galga y al existir un cambio de resistencia de la malla por acción de la fuerza, midió la variación de corriente. Esta respuesta de la galga fue acondicionada y amplificada en una señal de salida equivalente a la deformación unitaria de la galga en %, ver Figura 2.12.



Figura 2.12. Diagrama de Conexión Acondicionador/Amplificador.

# 2.3 Montado de Equipo para Medición de Deflexiones en Estructuras

El principal objetivo del presente estudio es el comportamiento del compuesto como material estructural, para ello fue necesario que el producto final obtenido se caracterizara como lámina acanalada. La caracterización se realizó con base en la Norma Oficial Mexicana NOM-C-115 (ver Anexo III), basada en un ensayo de flexión a una lámina simplemente apoyada en 2 soportes de madera rígida con una carga centrada suministrada por una barra de madera rígida. En la Figura 2.13 se muestran las dimensiones de los soportes y barra de carga así como el montaje.



Figura 2.13. Croquis del Sistema Soportes - Barra de Carga - Lámina Acanalada.

Para complementar el estudio fue necesario medir la deflexión de la lámina, para ello, el sistema tuvo que ser montado en un banco soporte de madera rígida, ver Figura 2.14, el cual permitió acomodar tres aparatos de medición de carátula o comparadores en la parte inferior de la lámina ondulada con las características descritas en la Tabla 2.3.

Calification distances	internet internet	Carrene (11)	The maxima de les
1	Starret	1	0.001
2	Mitutoyo	2	0.001
3	Mitutoyo	2	0.001

Tabla 2.3. Características de los Comparadores

#### 2.2.5.4 Graficación de la Deformación

Cuando se aplicó la carga al material estructural, éste opuso resistencia y se recuperó a razón de 200 gramos por cada 2.5 Kg en un lapso de 30 segundos. Por este motivo fue necesario que la lectura de las deformaciones se tomara y registrara en forma continua conforme la carga fue aplicada y de esta manera evitar la recuperación de la lámina. Un método que permitió visualizar esta medición fue la graficación; en este método la señal de salida del Acondicionador/Amplificador se alimentó a un Graficador XY de la marca Perkin Elmer. Con este sistema se posee la ventaja de recibir tres señales y graficarlas al mismo tiempo; dos de estas señales correspondieron a las deformaciones de dos galgas distintas mientras la tercera señal fue la carga aplicada proveniente de la máquina de ensayo universal Instron. Entonces, las lecturas obtenidas de la graficación

Y<sub>1</sub> = Deformación unitaria de la malla de la Galga B (o malla longitudinal de la galga C).

Y<sub>2</sub> = Deformación unitaria de la malla de la Galga A ( o malla transversal de la galga C).

X = Carga en Kg.

Las curvas fueron trazadas sobre un papel milimétrico a escala y tiempo de graficación calibrado en seg/cm. La relación de Poisson fue obtenida con la sustitución de datos (deformación unitaria longitudinal y transversal) para la misma carga, en la ecuación 2.1.



)

)

)

۱

Figura 2.14. Croquis de Banco Soporte.

Los palpadores de los comparadores fueron situados en la cresta trasera de la lámina pero en el extremo opuesto a las galgas extensométricas, el sistema completo se visualiza en la Figura 2.15 basados en los cortes de la Figura 2.14. Inclusive, en la Figura 2.15 también podemos observar que la lámina se encontraba sujeta a los soportes y al banco soporte por medio de unos pernos de <sup>5</sup>/<sub>16</sub> in con sus respectivas arandelas y una goma para que la sujeción fuese lo más moldeable posible, esto se realizó para simular una situación real del anclamiento de las láminas corrugadas.



Figura 2.15. Esquema de Sistema Completo del Montado de Equipo para Medición de Flexiones en Estructuras.

## 2.4 Caracterización de Material Estructural

La resistencia de la lámina acanalada se determinó de los resultados obtenidos en ensayos de tensión y flexión, con la medición de las deformaciones, asimismo, de un ensayo de flexión con el equipo y montaje mencionado en la sección anterior, realizado en una máquina de ensayo universal marca Instron con una celda de carga de 500 Kg, a una velocidad de cabezal de 2 mm/min. Con los valores de la resistencia y de las deflexiones de las láminas, se obtuvo una caracterización completa del material estructural.

## 2.5 Modelado

Es preciso mencionar que el comportamiento del material estructural está regido por la teoría de cascarones descrita en el Capítulo I y la mejor forma de corroborar los resultados obtenidos experimentalmente, fue determinando la ecuación respectiva de la lámina en elementos finitos y al serle aplicadas las condiciones a las que está sujeta la lámina, se compararon ambos resultados.

Cuando los elementos se configuraron, en este caso el dimensionamiento de la lámina ondulada orientada en el espacio; con un valor de orden de nodo igual a uno. Fueron suministrados al software datos de entrada como el módulo elástico del material, la relación de Poisson, el espesor de la lámina, carga suministrada, condiciones de frontera y grados de libertad. Los valores de estos datos se sustituyeron automáticamente en las ecuaciones de la teoría de elementos de cascarones, que con la ayuda de tensores de desplazamiento, de esfuerzos, de deformaciones y matrices de transformación se obtuvieron las matrices de rigidez y masa en las ecuaciones de elementos finitos;

con ello, se calcularon los desplazamientos en las posiciones de los comparadores y se compararon con los resultados obtenidos experimentalmente para los cuatro compuestos.

Ì

ļ

# Capítulo III

a share a share and the second

Resultados

#### 3.1 Material Obtenido de la Extrusión

El compuesto fue extruido a razón de 8.15 kg/hr lo que equivale a 22.5 m de lámina continua a un flujo de 4.26 cm<sup>3</sup>/seg (0.26 in<sup>3</sup>/seg). La lámina tuvo un ancho de 20 cm con un espesor de 2.87 mm, es traslúcida con una tendencia al color amarillo, de superficie áspera y en los extremos se observó mayor presencia de CaCO<sub>3</sub> y fibra de Henequén (Agave Fourcroydes) que en el centro del material. La dispersión de la carga y el refuerzo en la lámina se debió al proceso del material en paso a través del dado.

En la Figura 3.1 apreciamos un bosquejo de la disposición del dado extrusor, en él se encuentra el conducto de alimentación de material (5), el cual une la salida del cilindro de la extrusora con el dado (ver Figura 2.2) y alimenta a la cámara de distribución de flujo (6) en donde se reparte el material a todo lo largo del dado; seguidamente se tiene una barra de restricción de flujo la cual se encarga de distribuir el material a todo lo ancho del dado y finalmente se tiene una mandibula que permite regular el espesor deseado. El paso del material dentro del dado sufre el siguiente proceso, el husillo de la extrusora proporcionará la fuerza para que el plástico fundido fluya por el ducto de entrada (5) dirigiéndolo a la cámara de distribución (6), que cuando se ha llenado dicho cubículo, lo empujará a la cámara de expansión (7) y finalmente saldrá del dado a través de la boquilla de salida en forma de lámina continua, pero como puede observarse, el flujo del material será mayor en la zona central del dado por la fuerza de empuje, quien es la que propiciará la dispersión a la carga y al refuerzo hacia los extremos del dado. Este es el motivo por el cual existe mayor concentración de ambos aditivos en los extremos del material, aunado esto a la propia incompatibilidad de la matriz con ellos, la cual, por naturaleza tiende a dispersarios.



1

L



A pesar de la dispersión de arena y fibra, ésta última tendió a direccionarse relativamente en el sentido de flujo. Internamente el material presentó grandes intersticios debido a la velocidad de extrusión (RPM), la cual tuvo que ser mayor a la propuesta por Cervantes <sup>7</sup> ya que el sistema de calandreo es de alta velocidad e inclusive en éste último proceso, el material no recibió la presión necesaria para reducirlos, sin embargo, la impregnación sí tuvo lugar, ya que la fibra se encontraba cubierta con una capa de polietileno, ver Figura 3.2.



Figura 3.2. Representación de la Humectación.

## 3.2 Propiedades Mecánicas Efectivas

## 3.2.1 Módulo Elástico y Resistencia a Tensión

Para el HDPE y los cuatro tipos de compuestos sometidos a tracción en probetas cortadas en el sentido paralelo y perpendicular a la dirección del flujo se obtuvieron los resultados presentados en la Tabla 3.1.

64

		Dirección del Flujo		Perpendicular a la Dirección del Flujo	
Material	Zona	Resistencia à la Tensión MPa	Monuto Eléstico a la Tansión MPa	Resistence a la Tension MPa	Motulo Elestico a le Tensión MPa
HDPE	SIN ZONA	18.970 ± 0.670	325.100 ± 20.400		
STSM	A	9.748 ± 0.778	507.005 ± 37.413	$7.846 \pm 0.120$	374.306 ± 00.120
	В	10.961 ± 0.000	$515.527 \pm 00.000$		
	C	10.177 ± 0.910	558.288 ± 33.868		
	Promedio	10.162 ± 0.777	529.222 ± 36.780	$7.846 \pm 0.120$	374.306 ± 00.120
CTSM	A	7.984 ± 0.170	403.007 ± 03.261	$6.636 \pm 0.380$	278.334 ± 16.440
	В	$8.622 \pm 0.206$	426.117 ± 09.237		
	С	7.481 ± 0.405	439.988 ± 16.983		
5	Promedio	8.029 ± 0.556	423.037 ± 18.870	$6.636 \pm 0.380$	278.334 ± 16.440
STCM	A	$8.458 \pm 0.079$	460.157 ± 11.599	$6.700 \pm 0.380$	257.109 ± 52.220
	В	$8.512 \pm 0.246$	382.780 ± 41.967		
•	C	8.440 ± 0.105	$398.067 \pm 58.694$		123.536
Promedio		8.470 ± 0.129	413.668 ± 49.108	$6.700 \pm 0.380$	257.109 ± 52.220
СТСМ	A	8.381 ± 0.127	404.931 ±10.204	$5.942 \pm 0.280$	180.360 ± 29.180
	В	8.552 ± 0.000	400.933 ± 00.000		
	С	8.780 ± 0.214	410.169 ± 03.632		
	Promedio		406.227 ± 06.706	$5.942 \pm 0.280$	180.360 ± 29.180

Tabla 3.1. Resultados de Módulos Elásticos y Resistencias a la Tensión.

La tabla muestra tres zonas en cada compuesto correspondientes a secciones divididas a todo lo ancho de la lámina continua y se encuentran en función del número de probetas cortadas que a diferencia del HDPE puro, posee las mismas propiedades en todas direcciones. Las zonas A, B y C corresponden al extremo superior, central e inferior de la lámina respectivamente (ver Figura 3.1). Es preciso mencionar que las probetas cortadas en el sentido perpendicular a la dirección del

flujo fueron maquinadas a todo el ancho del material para cada compuesto y no se presentan en divididos en secciones.



Figura 3.3. Distribución del Corte de Probetas en los Compuestos a Todo lo Ancho de la Lámina.

Los valores de la Tabla 3.1 se calcularon a partir de las curvas representativas Esfuerzo-Deformación mostradas de la Gráfica 1 a 5 correspondientes a las probetas cortadas en el sentido de flujo de la fibra y del HDPE puro.



Gráfica 1. Curva Esfuerzo Deformación del HDPE.



)

þ

Ì

Gráfica 2. Curva Esfuerzo Deformación del Compuesto STSM.



Gráfica 3. Curva Esfuerzo Deformación del Compuesto CTSM.



Asimismo, de las Gráfica 6 a 9 correspondientes a probetas cortadas en la dirección perpendicular al sentido de flujo.



D

J

2

3

)

Э

3

Э

4

Gráfica 6. Curva Esfuerzo Deformación del Compuesto STSM.



Gráfica 8. Curva Esfuerzo Deformación del



Gráfica 7. Curva Esfuerzo Deformación del Compuesto CTSM.



Gráfica 9. Curva Esfuerzo Deformación del

Compuesto STCM.

#### Compuesto CTCM.

La resistencia en la dirección del flujo de la zona B en el compuesto STSM es mayor a las otras dos, esta diferencia es del orden de 11.1% con la zona A y del 7.1% con la zona C (ver Gráfica 10). En el compuesto CTSM observamos que la resistencia de la zona B es mayor en un 7.4% con la zona A y en un 13.2% con la zona C (ver Gráfica 11). En el compuesto STCM la zona B es mayor en un 0.6% con la zona A y en un 0.8% con la zona C (ver Gráfica 12). Mientras que la resistencia de la zona C del compuesto CTCM es mayor en un 4.5% con la zona A y en un 2.6% con la zona B es mayor en un 4.5% con la zona A y en un 2.6% con la zona B es mayor en un 2.6% con la zona B es mayor en un 4.5% con la zona A y en un 2.6% con la zona







Gráfica 12. Comparación de Resistencias a Tensión del Compuesto STCM por Zonas.



Gráfica 11. Comparación de Resistencias a Tensión del Compuesto CTSM por Zonas.



Gráfica 13. Comparación de Resistencias a Tensión del Compuesto CTCM por Zonas.

Comparando las resistencias entre zonas con todos los compuestos tenemos que en la zona A del compuesto STSM es mayor a los demás compuestos, esto es, en un 18.1% respecto al compuesto CTSM, en un 13.2% con el compuesto STCM y en un 9.4% respecto al compuesto CTCM (ver Gráfica 14). Para la zona B encontramos que la resistencia del compuesto STSM es superior a los demás compuestos en un 21.3% con el compuesto CTSM, en un 22.3% respecto al compuesto STCM y en un 21.9% respecto al compuesto CTCM (ver Gráfica 15). En la zona C se observa que el compuesto STSM posee mayor resistencia, esto es, un 26.5% mayor que la resistencia del compuesto CTSM, un 17.1% mayor a la del compuesto STCM y un 13.7% mayor a la del compuesto CTCM (ver Gráfica 16). 12 12 10 d, d M lesistancia e la Tensión listencia a la Tensión 6



CTSM

STCM

CTCM

STSM



Gráfica 16. Comparación de Resistencias a Tensión en la Zona C entre los Compuestos.



Gráfica 15. Comparación de Resistencias a Tensión en la Zona B entre los Compuestos.



Gráfica 17. Comparación de Resistencias a Tensión de los Compuestos con el HDPE ...

Con base en estos resultados, observamos que la resistencia a tensión del HDPE es mayor al promedio de cada compuesto (ver Gráfica 17). En un 46.4% con el compuesto STSM, en un 57.6% con el compuesto CTSM, en un 55.3% con el compuesto STCM y en un 54.8% con el compuesto CTCM. La gran diferencia de resistencias es debido a la fragilización de los compuestos por los intersticios en ellos ya que no fueron eliminados durante el calandreo; también a la plastificación de la matriz en los compuestos que utilizaron el agente acoplante (CTSM, CTCM) y a la restricción de los aditivos en los conductos de la malla de los compuestos pasados a través de ellos (STCM, CTCM). La causa de propiedades diferentes en cada compuesto es debido a la dispersión de la carga y el refuerzo en su paso a través del dado de la extrusora. La combinación de todos estos factores se reflejan en la disminución de resistencias en los cuatro tipos de compuestos.

Con respecto a los módulos elásticos es visible la misma variación en cada compuesto. Para el compuesto STSM la zona C presenta un módulo superior respecto a las demás zonas, esto es, en un 9.2% mayor a la zona A y en un 7.6% mayor a la zona B (ver Gráfica 18). En el compuesto CTSM tenemos que el módulo de la zona C es superior en un 8.4% respecto a la zona A y en un 3.2% con la zona B (ver Gráfica 19). El compuesto STCM posee mayor módulo en la zona C, superior en un 8.4% respecto a la zona A y en un 3.2% con la zona B (ver Gráfica 20). Para el compuesto CTCM vemos (Gráfica 21) que el módulo de la zona C es mayor en un 1.3% y 2.3% respecto a las zonas A y B respectivamente.





Gráfica 18. Comparación de Módulos Elásticos a la Tensión del compuesto STSM por Zonas.



Gráfica 20. Comparación de Módulos Elásticos a la Tensión del compuesto STCM por Zonas.

J

-



Gráfica 19. Comparación de Módulos Elásticos a la Tensión del compuesto CTSM por Zonas.



Gráfica 21. Comparación de Módulos Elásticos a la Tensión del compuesto CTCM por Zonas.

Comparando los módulos en la zona A para todos los compuestos es visible (Gráfica 22) que el compuesto STSM presenta mayor módulo, en un 20.5% al compuesto CTSM, en un 9.3% al compuesto STCM y en un 20.1% al compuesto CTCM. En la zona B encontramos que el compuesto STSM es mayor en un 17.4% con el compuesto CTSM, en un 24.5% respecto al compuesto STCM y en un 22.4% con el compuesto CTCM (ver Gráfica 23). Para la zona C tenemos que el módulo del compuesto STSM es mayor en un 21.2% respecto al del compuesto CTSM, en un 28.7% respecto al del compuesto STCM y en un 26.5% al del compuesto CTCM (ver Gráfica 24).










Gráfica 23. Comparación de Módulos Elásticos a la Tensión en la Zona B Entre los Compuestos.



Gráfica 25. Comparación de Módulos Elásticos a la Tensión Entre los Compuestos con el HDPE.

La variación de los módulos entre las zonas es debida a la dispersión de la carga y el refuerzo en su proceso de extrusión, ya que ambos son expulsados hacia los extremos y por tanto el módulo es mayor en los extremos que en el centro de cada material.

Como apreciamos en la Gráfica 25 el aumento del módulo promedio de cada compuesto con respecto al del HDPE puro es debido a la adición de la carga y el refuerzo. El compuesto STSM es superior en un 38.5%, el del compuesto CTSM es mayor en un 23.1%, el del compuesto STCM es mayor en un 21.4% y el del compuesto CTCM es superior en un 20.0%.

Las resistencias obtenidas en la dirección perpendicular al sentido de flujo se presenta una cierta anisotropía, ya que existe una disminución del 22.8% en el compuesto STSM, un 17.3% en el

15 П T 11 1 Ú D 3 

compuesto CTSM, un 20.9% en el compuesto STCM y un 30.7% en el compuesto CTCM (ver Gráfica 26). De igual forma, el módulo elástico en estas probetas reflejan esta an sotropia ya que el compuesto STSM tiene una disminución del orden del 29.3%, en el compuesto CTSM la disminución es del orden del 34.2%, en el compuesto STCM es del orden del 37.8% y en el compuesto CTCM es del orden del 55.6% (ver Gráfica 27).



Gráfica 26. Comparación de Resistencias a la Tensión en Ambos Sentidos de Corte.



Gráfica 27. Comparación de Módulos Elásticos a la Tensión en Ambos Sentidos de Corte.

# 3.2.2 Módulo Elástico y Resistencia a la Flexión

En la Tabla 3.2, se presentan los resultados de este ensayo calculados a partir de las curvas Carga - Deflexión de cada tipo de compuesto en probetas cortadas en el sentido paralelo y perpendicular a la dirección del flujo.

	në Zeje	1 TEEBIOT (IE) Thip		Parpar Houle a a Direction del Philo	
Materia		Resistence alla Flavoti MPa	Mediuk Elestica a Bi Flexion MPS	Pasistenenja n Pasistenenja n Pasisti V Da	Micolore intesting a la Freuzión Mica
HDPE	SIN ZONA	6.460 ± 1.037	647.500 ± 76.100		
STSM	A	7.572 ± 1.429	741.395 ± 88.871	$4.242 \pm 0.000$	778.635 ± 00.000
	В	7.707 ± 1.058	571.968 ± 137.66	$1.606 \pm 0.000$	$563.420 \pm 00.000$
	С	9.456 ± 0.516	763.590 ± 15.986	0.0	0.0
	Promedio	8.149 ± 1.308	699.328 ± 116.19	$2.121 \pm 2.999$	671.027 ± 152.17
CTSM	A	6.746 ± 0.676	585.123 ± 57.158	3.779 ± 1.531	526.697 ± 186.00
	В	7.311 ± 0.162	600.010 ± 48.807	2.981 ± 0.475	440.999 ± 102.20
	C	6.138 ± 0.037	594.433 ± 55.234	$2.843 \pm 0.000$	298.029 ± 00.000
Promedio		6.734 ± 0.621	592.037 ± 45.183	$3.273 \pm 0.927$	446.684 ± 141.43

STCM	A	7.427 ± 1.014	519.401 ± 141.15	$1.259 \pm 0.043$	403.251 ± 92.228
	В	5.369 ± 1.003	337.819 ± 31.319	1.890 ± 0.579	395.573 ± 24.139
	С	6.211 ± 1.226	425.202 ± 122.67	0.681 ± 0.000	378.504 ± 00.000
	Promedio	6.492 ± 1.210	440.606 ± 123.21	$1.396 \pm 0.585$	396.263 ± 48.337
СТСМ	A	7.170 ± 0.000	363.635 ± 00.000	3.319 ± 1.112	349.252 ± 103.93
	В	6.853 ± 0.137	438.847 ± 27.783	$3.010 \pm 0.726$	342.238 ± 09.025
	С	5.922 ± 0.054	458.388 ± 28.585	$2.497 \pm 0.000$	335.856 ± 00.000
Promedio		6.544 ± 0.587	456.601 ± 43.720	3.165 ± 0.682	367.332 ± 71.155

Tabla 3.2. Resultados de Módulos Elásticos y Resistencias a la Flexión.

Como podemos apreciar, al igual que en las probetas de tensión, cada compuesto fue dividido en tres zonas debido a la dispersión del CaCO<sub>3</sub> y de la fibra de Henequén. La distribución del corte de las probetas se visualiza en las Figuras 3.4 y 3.5.





13 (B) (B)

Figura 3.5 Distribución del Corte de Probetas en el Sentido Perpendicular a la Dirección del Flujo.

Los valores de la Tabla 3.2 se obtuvieron a partir de las Gráficas representativas 28 a 32 para las probetas cortadas en el sentido de flujo.



J

)









Gráfica 34. Curva Carga - Deflexión del Compuesto CTSM



Gráfica 36. Curva Carga - Deflexión del Compuesto CTCM

En las resistencias obtenidas en el compuesto STSM es notorio que la zona C es mayor en un 19.9% respecto a la resistencia de la zona A y en un 18.5% respecto a la de la zona B (ver Gráfica 37). En el compuesto CTSM observamos que la resistencia de la zona B es mayor en un 7.7% respecto a la zona A y en un 16.0% respecto a la zona C (ver Gráfica 38). En el compuesto STCM tenemos que la resistencia de la zona A es mayor a la zona B en un 27.7% y en un 16.3% con la zona C (ver Gráfica 39). El compuesto CTCM presenta mayor resistencia en la zona A en un 4.4% respecto a la zona B y en un 17.4% respecto a la resistencia de la zona C (ver Gráfica 40).





Gráfica 37. Comparación de Resistencias a la Flexión del Compuesto STSM por Zonas.









La resistencia presenta una tendencia de aumento en la zona central de material debido a la presencia de mayor porcentaje de la matriz así como a la dispersión de la carga y el refuerzo hacia los bordes, los que a su vez debilitan al compuesto en los extremos a causa de los intersticios no eliminados en el material durante el proceso de calandreo.

Comparando las resistencias en la zona A entre los cuatro tipos de compuestos observamos que en el compuesto STSM es el de mayor valor, esto es, en un 10.9% respecto al compuesto CTSM, en un 1.9% respecto al compuesto STCM y en un 5.3% respecto al compuesto CTCM (ver Gráfica 41). En la zona B el compuesto STSM posee mayor resistencia con los demás comuestos, en un 5.1% respecto al compuesto CTSM, en un 30.3% con el compuesto STCM y en un 11.1% con

3

)

)

)

el compuesto CTCM (ver Gráfica 42). De las resistencias en la zona C tenemos que el compuesto STSM presenta mayor valor, en un 35.1% respecto al compuesto CTSM, en un 34.3% respecto al compuesto STCM y en un 26.7% respecto al compuesto CTCM (ver Gráfica 43).

















En la Gráfica 44 vemos que efectivamente tanto la carga como el refuerzo ayudan a mejorar la resistencia de la matriz, de todos ellos, la resistencia promedio del compuesto STSM es superior en un 20.7% respecto al HDPE, en un 4.1% del compuesto CTSM respecto a la del HDPE, en un 0.5% del compuesto CTSM respecto a la del HDPE y en un 1.3% del compuesto CTCM respecto a la del HDPE. Sin embargo, apreciamos la disminución de resistencias en los compuestos que utilizaron el agente acoplante debido a la plastificación de la matriz y entre los compuestos pasados por la malla a causa de la restricción de carga y refuerzo en su paso por la malla de la extrusora.

Los módulos elásticos obtenidos en cada compuesto son variantes, en el compuesto STSM observamos que la zona C presenta mayor módulo en la zona C que en la zona A en un 2.9% y en un 25.1% respecto a la zona B (ver Gráfica 45). En el compuesto CTSM tenemos que en la zona B es mayor que la zona A en un 2.5% y con la zona C en un 0.9% (ver Gráfica 46). El compuesto STCM presenta mayor módulo en la zona A en un 34.9% respecto a la zona B y en un 18.1% respecto a la zona C (ver Gráfica 47). En el compuesto CTCM observamos que el módulo de la zona C es mayor en un 14.1% respecto a la zona A y en un 4.2% respecto a la zona B (ver Gráfica 48).



Gráfica 45. Comparación de Módulos Elásticos a la Flexión del compuesto STSM por Zonas.



Gráfica 47. Comparación de Módulos Elásticos a la



Gráfica 46. Comparación de Módulos Elásticos a la Flexión del compuesto CTSM por Zonas.



Gráfica 48. Comparación de Módulos Elásticos a la

Flexión del compuesto STCM por Zonas.

Flexión del compuesto CTCM por Zonas.

En la zona A comparada entre los cuatro tipos materiales, tenemos que el módulo del compuesto STSM es superior en un 21.1% respecto al compuesto CTSM, en un 29.9% respecto al compuesto STCM y en un 46.9% respecto al compuesto CTCM (ver Gráfica 49). Para la zona B, el compuesto CTCM presenta mayor módulo respecto al compuesto STSM en un 4.6%, con respecto al compuesto STCM en un 43.7% y con respecto al compuesto CTCM en un 22.1% (ver Gráfica 50). En la zona C tenemos que el compuesto STSM presenta mayor módulo que los demás materiales, en un 22.1% respecto al compuesto CTSM, en un 44.3% respecto al compuesto STCM y en un 39.9% respecto al compuesto CTCM (ver Gráfica 51).



Gráfica 49. Comparación de Módulos Elásticos a la Flexión en la Zona A Entre los Compuestos.



2

3

2

e

Gráfica 51. Comparación de Módulos Elásticos a la Flexión en la Zona C Entre los Compuestos.



Gráfica 50. Comparación de Módulos Elásticos a la Flexión en la Zona B Entre los Compuestos.



Gráfica 52. Comparación de Módulos Elásticos a la Flexión Entre los Compuestos con el HDPE.

En la Gráfica 52 apreciamos que el módulo promedio del compuesto STSM es superior al del HDPE en un 7.4%, al del compuesto CTSM en un 15.3%, al del compuesto STCM en un 37.1% y al del compuesto CTCM en un 34.6%. De estos resultados tenemos que la adición de la carga y el refuerzo ayudan a mejorar las propiedades de la matriz y entre los compuestos la diferencia es debida a la fragilización del material por los intersticios, a la plastificación de la matriz en compuestos adicionados con Titanato y a la restricción de fibra y CaCO<sub>3</sub> en los conductos de la malla en compuestos pasados por ella.

De la Tabla 3.2 observamos que las resistencias en probetas cortadas en el sentido perpendicular a la dirección del flujo en cada compuestos existe la misma tendencia de aumento que las resistencias cortadas en la dirección del flujo en la zona central y a disminuir en las zonas extremas; caso contrario a los módulos en los que se obtuvo mayor módulo en los extremos que en el centro del material. En la Gráfica 53 observamos que el promedio de las resistencias en probetas cortadas en la dirección del flujo son superiores a los promedios obtenidos de probetas cortadas en el sentido perpendicular. En el compuesto STSM es mayor en un 73.9%, en el compuesto CTSM en un 51.4%, en el compuesto STCM en un 78.5% y en el compuesto CTCM en un 51.6%.



)

١

Gráfica 53. Comparación de Resistencias a la Flexión en Ambos Sentidos de Corte.



Gráfica 54. Comparación de Módulos Elásticos a la Flexión en Ambos Sentidos de Corte..

Relativo a los módulos elásticos se obtuvo mayor módulo promedio en probetas cortadas en la dirección del flujo que en el sentido perpendicular (ver Gráfica 54), esto es, en el compuesto STSM la diferencia es del 44.3%, en el compuesto CTSM en un 24.6%, en el compuesto STCM en un 10.1% y en el compuesto CTCM en un 19.6%.

De esta comparación de resistencias y módulos elásticos se observó que el compuesto refleja cierta anisotropía propia de un material compuesto.

### 3.2.3 Relación de Poisson

)

Ð

Este módulo se determinó en función de las deformaciones proporcionadas por la galga C; en la Tabla 3.3 se muestran los módulos correspondientes a cada tipo de compuesto, obtenidos a partir de las Gráficas 27 a 30 y de la ecuación 2.1.

Compuesto	
STSM	0.14
CTSM	0.38
STCM	0.27
CTCM	0.4

Tabla 3.3. Módulos de Poisson para los Compuestos.

Revisando la Gráfica 55, encontramos que los compuestos que utilizaron el agente acoplante presentan mayor resistencia a la incompresibilidad debido a su tendencia a un valor de 5, mientras que los compuestos que no utilizaron este aditivo presentan menor rigidez. Esto con base en que el módulo de Poisson varía entre un rango de -1 a 5, donde para éste último valor pertenecen los materiales completamente incompresibles.



## 3.2.4 Módulo de Rigidez

5

J

Ð

IJ

D

Con los promedios de los módulos elásticos de cada compuesto y la relación de Poisson se obtuvo el módulo de rigidez con base en la ecuación 2.2. Los valores se presentan en la Tabla 3.4.

Compuesto	Modulo Elestico e Tension Mos		Motulo Contente MPla
STSM	529.222	0.14	307.687
CTSM	423.037	0.38	341.376
STCM	413.668	0.27	283.334
CTCM	406.227	0.40	338.522
	Complesit STSM CTSM STCM CTCM	Modulo Elastico a TensiónCompuestoTensiónSTSM529.222CTSM423.037STCM413.668CTCM406.227	Module Electice a   Completest: Tension   Mba Mba   STSM 529.222 0.14   CTSM 423.037 0.38   STCM 413.668 0.27   CTCM 406.227 0.40

Tabla 3.4. Resultados del Módulo Cortante.

El compuesto CTSM presenta mayor resistencia al corte, esto es, en un 9.8% mayor al compuesto STSM, en un 17.0% con el compuesto STCM y en un 0.8% con el compuesto CTCM (ver Gráfica 56). No presenta gran resistencia al corte, sin embargo, no afecta nuestro estudio debido a la naturaleza del ensayo para láminas acanaladas.

# 3.3 Caracterización de Material Estructural

La carga aplicada a la lámina acanalada para determinar las deflexiones fué de 25 Kg con base en el arreglo de la Figura 2.15, y de ello, se obtuvieron las curvas Carga - Deflexión medidas con los comparadores, Gráficas 57 a 60. De estas gráficas, la correspondiente al compuesto STSM posee la pendiente más alta mientras que la del compuesto que utiliza el Titanato disminuye pero su deformación es mayor.



Gráfica 57. Curva Carga - Deflexión para la Lámina Acanalada de compuesto STSM.



Gráfica 59. Curva Carga - Deflexión para la Lámina Acanalada de compuesto STCM.



Gráfica 58. Curva Carga - Deflexión para la Lámina Acanalada de compuesto CTSM.



Gráfica 60. Curva Carga - Deflexión para la Lámina Acanalada de compuesto CTCM.

Como podemos observar en la Gráfica 61, correspondiente al comparador 1, el compuesto STSM presenta mayor resistencia, ya que su deflexión (0.483 mm) es menor en un 26% respecto al compuesto CTSM (0.609 mm), un 42% respecto al compuesto STCM (0.685 mm) y un 100 % respecto al compuesto CTCM (0.965 mm), siendo este último comuesto el que presenta mayor deformación debido a la plastificación del polímero y a la obstrucción de la carga y el refuerzo en los conductos de la malia.













En la Gráfica 62, correspondiente al comparador 2 según el arreglo de la Figura 2.15, es visible que el compuesto STSM presenta mayor resistencia que el compuesto CTSM en un 81.0%, que el compuesto STCM en un 14.28% y que el compuesto CTCM en un 81.0%. También podemos observar que es en esta región en donde se encuentra las deflexiones máximas en un rango de 0.5334 a 0.9652 mm para los compuestos STSM Y CTCM respectivamente, debido a la ubicación del palpador muy cercana al centro de la lámina.

Las deflexiones medidas por el comparador 3 se visualizan en la Gráfica 63, en donde nuevamente, el compuesto STSM presenta menor deflexión (0.3556 mm) que los demás compuestos, esto es, un 104% menor al compuesto CTSM (0.6858 mm), un 99% respecto al compuesto STCM (0.8636 mm) y un 107% respecto al compuesto CTCM (0.7366 mm), siendo este último el que presenta mayor deflexión.

De las cuatro láminas acanaldas fabricadas con los diferentes tipos de compuestos, la manufacturada con el compuesto CTCM presentó la mayor deflexión y la hecha con el compuesto STSM presentó mayor resistencia sobre todas las demás.

#### 3.3 Modelado

Los desplazamientos en la dirección a la carga aplicada obtenidos por el software se presentan en la Figura 3.6 correspondiente a la deflexión del compuesto STSM, en ella ser observó una diferencia del % en el comparador 1 siéndo mayor la deflexión obtenida experimentalmente, así como una diferencia del % en el comparador 2 y del % en el comparador 3 (ver Gráfica 64).



2

2

2

3

5

Figura 3.6. Distribución de Desplazamientos en la Lámina.

Compuesto	Comparador	Desplazamiento calculado (mm)	Desplazamiento calculado corregido (mm)	Desplazamiento medido (mm)
STSM	1	0.237	0.418	0.482
	2	0.267	0.470	0.525
	3	0.207	0.365	0.685
CTSM	1	0.237	0.508	0.609
	2	0.267	0.573	0.965
	3	0.207	0.444	0.685
STCM	1	0.237	0.526	0.685
	2	0.267	0.548	0.609
	3	0.207	0.459	0.863
CTCM	1	0.237	0.722	0.965
	2	0.267	0.816	0.965
	3	0.207	0.632	0.973

La columna de los valores de deflexión calculada fue corregida para incorporar los valores reales de módulo elástico de cada uno de los materiales mostrados en la tabla 3.4. Es conveniente señalar que el módulo elástico utilizado en el modelo de elementos finitos fue de 300 MPa, y que las deflexiones se midieron en el laminado a lo largo del eje donde predominan las propiedades del módulo elástico

transversal, es decir, que fue medido en la dirección perpendicular al flujo en el extrusor.

### 3.5 Discusión de Resultados

Ð

11

11

44

Con el análisis presentado, asumimos que el compuesto STSM posee las mejores características tanto en propiedades mecánicas como su respuesta en forma de material estructural a un espesor delgado. Esto es, la resistencia a la flexión, módulo elásticos a la tensión y flexión son superiores a las propiedades de los demás tipos de compuestos (CTSM, STCM, CTCM) y al HDPE.

El compuesto en mención tiene rigidez y resistencia considerables así como ductilidad y tenacidad moderadas, ya que sus curvas Esfuerzo -Deformación presentan una pendiente relativamente alta. A diferencia del compuesto que utiliza el agente acoplante, en el cual decae la resistencia y el módulo elástico a tensión pero aumenta su ductilidad visible en estas curvas pues presenta menor pendiente y mayor deformación.

A pesar que la resistencia a tensión es baja debido a los intersticios en el material, se mejoraron las propiedades a flexión en el alto valor de la resistencia y módulo.

La lámina acanalada manufacturada con este compuesto presenta buena resistencia ya que su curva Carga-Deflexión tiene una pendiente alta y menor deflexión. Mientras que la curva del compuesto CTSM muestra mayor ductilidad pues su pendiente es menor y existe mayor deformación.

- El compuesto STSM presenta las características superiores: mayor resistencia y mayor módulo elástico y menor deflexión según su curva Carga vs. Deflexión.
- El uso del agente de acoplamiento plastifica a la matriz y ello hace que las propiedades mecánicas de la matrices varíen.
- Los compuestos pasados por la malla presentan una disminución de propiedades debido a la restricción de la carga y el refuerzo en los conductos.
- El proceso de calandreo afectó las propiedades debido que durante el flujo del laminado entre los cilindros, se produce una distribución simétrica de propiedades del material en la dirección transversal, siendo el material en el centro de la lámina de mayores propiedades

que en los bordes.

T

A A A

 Se ha demostrado que el material compuesto con un diseño de propiedades en la interface entre fibra y matriz presenta propiedades que son más controlables.

#### BIBLIOGRAFIA

1. Alger, Mark S. M.; Polymer Sciencie Dictionary; Ed. Elsevier; New York; 1989.

2. American Standard Test Methods; Annual Book of ASTM Standards/ Standar Test Method D638-82a (Flexural Properties of Unreinforced and Reinforced Plastics and Electrical Insulating Materials); Vol. 08.01 Plastics (1); Ed. ASTM; Philadelphia; 1984; Págs. 414 - 425.

 American Standard Test Methods; Annual Book of ASTM Standards/ Standar Test Method D790-82 (Tensile Properties of Plastics); Vol. 08.01 Plastics (1); Ed. ASTM; Philadelphia; 1984; Págs. 231 - 259.

 Askeland, Donald R.; La Ciencia e Ingenieria de los Materiales; Grupo Editorial Iberoamérica; México; 1987.

 Billinton, David P.; Estructuras de Cascarones Delgados de Concreto; Mc Graw Hill; New York; 1965.

6. Cazaurang, M., Herrera, F., Gonzales, I. and Aguilar, V. M.; Physical and Mechanical Properties of Henequen Fibers; Journal of Applied Science; 1991; Vol. 43, Pág. 749-756.

7. Cervantes Uc, J. Manuel; Obtención de un Material Compuesto Estructural Utilizando el Proceso de Extrusión; Tesis para obtener el título de Ingeniero Químico Industrial; Universidad Autónoma de Yucatán; Facultad de Ingeniería Química; Mérida, Yuc. Méx.; 1993.

8. Charrier, Jean M.; Polymeric Materials and Processing. Plastics, Elastometers and Composites (Calendering); Ed. Hamser Publishers; New York; 1991; Pág. 410-414.

9. Clegg, D. W. and Collyer, A. A.; Mechanical Properties of Reinforced Thermoplastics; Elsevier Applied Science Publishers; England; 1986; Pág. 66-71.

 Dirección General de Normas; Norma Oficial Mexicana NOM-C-118-1982 Asbesto Cemento -Láminas Acanaldas - Determinación de la Resistencia a Flexión; Diario Oficial de la Federación; México, 1982.

1114

IN

H

 Engineering Mechanics Research Corporation; NISA II USER'S MANUAL; Engineering Mechanics Research Corporation; Michigan, USA; 1995. Pág. 2.8 23 - 2.8 28.

 Engineering Mechanics Research Corporation; NISA II USER'S MANUAL; Engineering Mechanics Research Corporation; Michigan, USA; 1995. Pág. 4.20 1 - 4.20 4.

13. Gonzalez, Ch. I.; Determinación del Peso Molecular de la Celulosa Nativa de la Fibra de Henequén; Tesis para obtener el títulol de Ingeniero Químico Industrial; Facultad de Ingeniería Química; Universidad Autónoma de Yucatán; 1988; Capítulo V.

14. Hannah, R. L. And Reed, S. E.; Strain Gage User's Handbook; Elsevier Applied Science; 1992.

 Hawley, Gessner G.; The Condensed Chemical Dictionary; Ed. Van Nostrand Reinhold; New York; 1977

16. Herrera, P. F., Valadez, A. G., Cervantes, M.; Composites Part B (Development and Characterization of HDPE-sand-natural fiber Composite); Elsevier Applied Sciende; Great Britain; 1997.

17. Mahendran, M.; Behavior and Design of Crest-fixed Profile Steel Roff Claddings under Wind Uplift; Engineering Structures, Australia; 1995; Pág. 17-20.

18. Nielsen, Lawrence E.; Mechanical Properties of Polymer and Composites; Ed. Marcel Dekker; New York; 2a. ed.; 1994.

 Richarson, Paul N.; Introducción a la Extrusión; International Polymer Science; Cerritos, California; 1975.

20. Severs, Edward; Rheology of Polymers; Ed. Reinhold Publishing Corporation; New York.

90

21. Strain Gage Technology; Strain gage instrumentation (Strain gage Conditioner and Amplifier System 2100); Measurement Group; USA; 1992.

 Strain Gage Technology; Strain gage technical data / Catalog 500 - Part B; Measurement Group; USA; 1988.

23. Strain Gage Technology; Tech tips (Strain gage selection, criteria, procedures, recomendations); Measurement Group; USA; 1979.

24. Strain Gage Technology; Tech tips / Instruction Bolletin (Strain gage aplications win M Bond AE-10 Adhesive Systems); Measurement Group; USA; 1979.

25. Strain Gage Technology; Tech tips / Instruction Bolletin (Surface preparation for strain gage bonding); Measurement Group; USA; 1979.

A STATE OF A STATE OF